



Analyse des données du fond diffus cosmologique : simulation et séparation de composantes

Marc Betoule

► To cite this version:

Marc Betoule. Analyse des données du fond diffus cosmologique : simulation et séparation de composantes. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 2009. Français. NNT : . tel-00462157v2

HAL Id: tel-00462157

<https://theses.hal.science/tel-00462157v2>

Submitted on 22 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale d’Astronomie et d’Astrophysique d’Ile-de-France

Thèse de l’Observatoire de Paris

présentée par

Marc BETOULE

pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L’OBSERVATOIRE DE PARIS
Spécialité : ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE

**Analyse des données du fond diffus cosmologique :
simulation et séparation de composantes**

co-dirigée par Jacques DELABROUILLE et Marc-Antoine MIVILLE-DESCHÊNES
au laboratoire APC

soutenue le 25 septembre 2009 devant la commission d’examen.
Composition du jury :

Rapporteurs

Gianfranco	DE ZOTTI	INAF-OAPd
François-Xavier	DÉSERT	LAOG

Examineurs

François	BOUCHET	IAP
Anne	ÉALET	CPPM
Olivier	FORNI	CESR
Didier	PELAT	LUTH
Jacques	DELABROUILLE	APC (Directeur de thèse)
Marc-Antoine	MIVILLE-DESCHÊNES	IAS (Co-directeur de thèse)

Remerciements

Mes remerciements sont adressés en premier lieu à Jacques Delabrouille et Marc-Antoine Miville-Deschênes, qui m’ont encadré tout au long de cette thèse. Ce fut un grand privilège d’apprendre et de travailler sous leur direction. Leur compétence scientifique et leurs conseils avisés m’ont été précieux pour ces premiers pas dans le monde de la recherche. J’ai également eu la chance d’être accueilli par Éléna Pierpaoli au sein du département de physique de l’USC. Ce fut un plaisir de travailler dans ce cadre et je la remercie chaleureusement. Je tiens par ailleurs à adresser des remerciements particuliers à Jean-Baptiste Melin, pour son rôle majeur dans la réussite de cette thèse, ainsi qu’à Jean-François Cardoso et Gilles Faÿ pour leur collaboration amicale riche en enseignements.

Gianfranco de Zotti et François-Xavier Désert ont accepté de relire ma thèse et d’en rapporter les résultats. Je leur suis très reconnaissant de leurs efforts et des conseils qu’ils ont prodigués pour l’amélioration de ce manuscrit. Je remercie également Didier Pelat, François Bouchet, Anne Éalet et Olivier Forni de m’avoir fait l’honneur de participer à mon jury.

Mes pensées vont ensuite vers tous ceux qui ont fait le quotidien de ce travail de thèse. Il s’agit en particulier des membres de l’équipe ADAMIS, Fabrice Dodu, Frédéric Guilloux, Radek Stompor, Éric Chassande-Mottin, Olivier Rabaste, Fabien Casse, Peggy Varnière et Héloïse Méheut, sources d’échanges, d’informations, d’entraide et de bonne humeur inépuisables. Je pense aussi aux membres du groupe cosmologie et gravitation, aux thésards et chercheurs du laboratoire APC, aux membres du service informatique et du SSR, aux services administratifs de l’Observatoire. Ayant passé près d’une année dans les murs de l’IAS, je remercie également tous ceux qui m’y ont (si bien) accueilli, mes collègues de bureau Nathalie et Marie, les membres de l’équipe MIS, Julien Grain et ses acolytes de l’équipe cosmologie, et le joyeux groupe des thésards de l’IAS. Charles Lawrence m’a accueilli chaleureusement au sein du groupe PLANCK au JPL, je lui en suis reconnaissant. Mes quelques mois au États-Unis n’auraient pas eu la même saveur sans la compagnie de Nicolò, qui m’a guidé au sein de son laboratoire et de Loris et Thad. Enfin, je remercie toutes les personnes de WG2 et de la communauté PLANCK qui ont d’une façon ou d’une autre contribué à ce travail et dont il serait bien malaisé de dresser une liste exhaustive. Je pense toutefois en particulier à Juan Macías Pérez, Joaquín Gonzales Nuevo et tous les contributeurs du PSM.

Je n’imagine pas devoir accomplir ce travail sans le soutien constant de ma famille et de mes amis. Merci à mes parents qui ont tant fait pour moi. Merci à Nicolas, Bastien, Marie, aux membres de la Peter’s House et à tous ceux qui m’ont entouré durant cette période. Enfin, pour s’être illustrée sans retenue dans la discipline reine du soutien toute catégorie, que ce soit technique, intellectuel ou affectif, j’adresse à Maude, du fond du cœur, mes remerciements les plus sincères. Je lui dédie cette thèse pour laquelle elle a tant fait.

Sommaire

Introduction	ix
I Cadre Théorique	1
1 Le Fond Diffus Cosmologique	3
1.1 L'univers en expansion	5
1.2 Fluctuations dans l'univers	12
1.3 L'inflation	23
1.4 Perspectives	26
2 Autres processus d'émission dans le domaine millimétrique	29
2.1 Émission d'origine galactique	30
2.2 Émission d'origine extragalactique	38
2.3 Discussion	40
II Réalisations	45
3 Modélisation de l'émission millimétrique	47
3.1 Motivations	48
3.2 Conception et mise en oeuvre du PSM	50
3.3 Revue des modèles disponibles	54
3.4 Perspectives	77
3.5 Conclusion	78
4 Estimation spectrale et needlets	81
4.1 Estimation du spectre de puissance du CMB	82
4.2 Analyse en needlets	86
4.3 Évaluation des performances de l'estimateur	92
4.4 Discussion	100
5 Composantes diffuses : détection des modes B	103
5.1 Problématique de la détection des modes B	103
5.2 Répartition spatiale des principaux avant-plans	104
5.3 Mesure des modes B en présence des avant-plans	105
5.4 Application à des cas particuliers d'expériences	112
5.5 Variation du modèle des avant-plans	117
5.6 Discussion	122
6 Détection et traitement des sources ponctuelles	125
6.1 Détection paramétrique	126
6.2 Introduction au problème de l'analyse des observations du ciel entier	127
6.3 Filtre adapté localisé	128
6.4 Sources ponctuelles et séparation de composantes	136

6.5 Perspectives	143
A Rappel de relativité générale	147
A.1 Quelques définitions	147
A.2 L'équation d'Einstein	148
B Conventions et unités dans le PSM	151
C Calcul numérique de distance dans les cartes HEALPix	153

Table des figures

1.1	Anisotropies du CMB mesurées par COBE et WMAP	4
1.2	Distribution des galaxies mesurée par SDSS	6
1.3	Modèles cosmologiques de Friedmann	10
1.4	Spectre de puissance du CMB mesuré par WMAP, ACBAR et BOOMERANG	17
1.5	Contributions respectives des modes tenseurs et scalaires aux fluctuations du CMB	19
1.6	Polarisation linéaire par diffusion Thomson	19
1.7	Motifs de polarisation de type E et B	20
2.1	Émission du ciel à 61 GHz mesurée par l'expérience WMAP (Hinshaw <i>et al.</i> , 2007).	30
2.2	Carte de l'émission HI (Kalberla <i>et al.</i> , 2005).	31
2.3	Carte de l'émission H_α (Finkbeiner, 2003).	31
2.4	Structure de champ magnétique de type BSS (Sofue <i>et al.</i> , 1986).	33
2.5	Carte de l'émission synchrotron à 408 MHz (Haslam <i>et al.</i> , 1982).	35
2.6	Variations de l'indice spectral du rayonnement de freinage galactique	36
2.7	Carte de l'émission libre-libre obtenue par le satellite WMAP.	37
2.8	Carte IRIS de l'émission à $100\mu\text{m}$	37
2.9	Contribution des différents processus aux fluctuations de température	42
2.10	Diversité spectrale des différents avant-plans	43
3.1	Architecture et fonctionnement du PSM.	51
3.2	Données ancillaires du modèle bmp_3comp_v1.1	58
3.3	Modèle de la fraction et de l'angle de polarisation du synchrotron et de la poussière	61
3.4	Émission libre-libre à 23 GHz extraite de WMAP par la méthode MEM	62
3.5	Indice spectral du synchrotron pour différents modèles du psm	64
3.6	Émission polarisée à 23 GHz mesurée par WMAP	66
3.7	Émission anormale de la poussière à 23 GHz Miville-Deschênes <i>et al.</i> (2008)	66
3.8	Dépolarisation géométrique de l'émission thermique de la poussière	67
3.9	Couverture spatiale des catalogues de radio-sources.	69
3.10	Fonctions de comptage des sources radio à 30, 143 et 857 GHz	70
3.11	Évaluation des comptages de sources infrarouge dans le PSM	71
3.12	Fonctions de comptage intégré des sources infrarouges à 30, 143 et 857 GHz	72
3.13	Évaluation de la fonction de comptage des sources du PSM à $850\mu\text{m}$	72
3.14	Simulations de l'effet Sunyaev-Zel'dovich dans le PSM	75
3.15	Modèle et mesure de l'émission polarisée de la poussière 94 GHz	77
4.1	Famille de fonctions fenêtre et profil spatial de trois des needlets associées	87
4.2	Localisation des needlets PSWF	93
4.3	Familles de prolates pour l'estimation spectrale	93
4.4	Modèle simplifié d'observations incomplètes et inhomogènes	94
4.5	Modèle d'observation multi-fréquences	95
4.6	Erreur quadratique moyenne de l'ESN pour quatre familles de needlets	97
4.7	Erreur quadratique moyenne de l'ESN en fonction de la contamination des coefficients	98
4.8	Robustesse de l'ESN à l'utilisation d'une pondération sous optimale	99
4.9	Comparaison de l'ESN et du pseudo-spectre	99
4.10	Matrice de corrélation de l'ESN	99

4.11	Fusion d'expériences par l'ESN agrégé	100
5.1	Spectres des modes B des principaux avant-plans polarisés à 100 GHz.	105
5.2	Masque d'analyse utilisé pour les observations EPIC.	112
5.3	Spectres de bruit équivalent attendus pour différents instruments	113
5.4	Spectre de puissance des modes B mesuré par SMICA	118
5.5	Dégradation de la qualité d'ajustement du modèle SMICA due aux sources ponctuelles	120
5.6	Variation du modèle nominal des avant-plans galactiques	121
6.1	Pavage de la sphère par des cartes circulaires de diamètre constant	129
6.2	Estimation du spectre de puissance local et filtre adapté	131
6.3	Histogramme des sources détectées dans 4 canaux PLANCK.	133
6.4	Masque de l'émission galactique et des sources ponctuelles	134
6.5	Influence de la poussière sur le taux de fausses détections	135
6.6	Effets spectral d'un masque des sources ponctuelles	138
6.7	Soustraction de sources	139
6.8	Interpolation du signal masqué	139
6.9	Cartes du fond diffus cosmologique reconstruites à partir des données WMAP 3 ans	140
6.10	Traitement des sources ponctuelles dans les données PLANCK	141
6.11	Spectre des cartes de résidus	142
6.12	Reconstruction du CMB après traitement des sources ponctuelles	144
C.1	Apodisation d'un masque galactique.	154

Liste des tableaux

1.1	Paramètres du modèle de concordance	27
2.1	Phases du milieu interstellaire	31
2.2	Diversité des lois d'émission des différents avant-plans.	41
3.1	Modèles disponibles pour chaque composante dans la version 1.6.6.	79
3.2	Résolution des données ancillaires.	80
3.3	Relevés des sources radio utilisés par le PSM	80
4.1	Modèle d'observations multifréquences	95
4.2	Bandes spectrales pour l'estimation spectrale en needlets.	96
4.3	Caractéristiques principales de la machine de prototypage du groupe ADAMIS.	97
5.1	Résumé des caractéristiques des instruments	113
5.2	Prédiction des erreurs de mesures sur r	114
5.3	Influence du lensing sur la mesure de r	118
5.4	Impact des sources ponctuelles sur la mesure de r avec EPIC-CS	119
5.5	Influence de la courbure du synchrotron sur la mesure de r avec SMICA	121
5.6	Influence du niveau de polarisation de la poussière sur la séparation de composantes	122
6.1	Caractéristiques des simulations PLANCK	132
6.2	Comparaison des algorithmes de détection des sources ponctuelles	134
6.3	Liste des régions étendues masquées lors du pré-traitement des données WMAP	139
6.4	Nombre de sources détectées et soustraites dans chaque canal PLANCK	141

Introduction

Depuis sa découverte par Penzias et Wilson en 1965, le rayonnement de fond diffus cosmologique, ou CMB (acronyme de l'anglais Cosmic Microwave Background), a constitué une formidable source d'information sur l'histoire de notre univers. Son existence et sa remarquable isotropie sont venus soutenir l'établissement des modèles décrivant notre univers comme homogène et en expansion (modèle de "Big-Bang"). Le spectre électromagnétique du CMB est en effet celui d'un rayonnement de corps noir quasi-parfait, dont la température mesurée est remarquablement uniforme sur le ciel. Celle-ci est de 2.725 Kelvins, ce rayonnement culmine donc dans le domaine des longueurs d'ondes millimétriques. La mise en évidence de l'existence de faibles fluctuations de température de ce rayonnement (de l'ordre de $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$) par le satellite COBE en 1992, et l'amélioration de la mesure de ces fluctuations par la sonde WMAP depuis 2001, ont par ailleurs permis de contraindre le contenu énergétique de l'univers et ont conduit à l'établissement du modèle de concordance de la cosmologie qui s'ajuste remarquablement bien à l'ensemble des données aujourd'hui disponibles. Ce modèle a toutefois des limites, il fait notamment appel à deux composantes principales, nommées l'énergie noire et la matière noire, dont la nature demeure mystérieuse. Par ailleurs, une période d'expansion exponentielle de l'univers au début de son histoire, nommée inflation, doit être invoquée pour expliquer plusieurs faits observationnels (dont l'origine des fluctuations observées). La vérification du scénario d'inflation et la compréhension de son origine ainsi que de la nature de la matière noire et de l'énergie sombre, constituent des enjeux majeurs pour la cosmologie, et pour la physique en général.

Le lancement de l'expérience PLANCK, le 14 mai 2009, ouvre de nouvelles perspectives pour la science du CMB. L'amélioration de la sensibilité et de la résolution de la mesure des fluctuations de température et de polarisation devrait apporter des contraintes supplémentaires sur le modèle de concordance et ses paramètres, sur l'histoire de la réionisation de notre univers et sur la formation des structures. Par ailleurs, la détection d'un motif particulier, appelé modes B, dans la polarisation du CMB serait révélatrice de l'existence d'un fond d'ondes gravitationnelles, et apporterait ainsi une confirmation très nette d'une des prédictions fondamentales des modèles d'inflation.

Toutefois, toutes les analyses scientifiques impliquant la mesure des fluctuations du CMB sont confrontées à la superposition d'émissions astrophysiques d'avant-plans, contaminant le signal primordial. La principale source de contamination provient de l'émission du milieu interstellaire de notre propre galaxie à laquelle s'ajoutent de nombreuses sources d'émissions extragalactiques (galaxies infrarouges, noyaux actifs de galaxies, etc ...). Ces dernières apparaissent comme ponctuelles pour les instruments CMB, et sont réparties uniformément sur le ciel. Pour la première fois, l'expérience PLANCK devrait fournir une mesure pour laquelle la contamination liée aux avant-plans sera la principale source d'incertitude, dominant le bruit instrumental sur la majorité du ciel. Ce phénomène sera encore amplifié par la prochaine génération d'expériences, d'une sensibilité accrue, dédiées à la détection des modes de polarisation B du CMB. L'analyse de ces futures données nécessite à la fois une modélisation plus fine des processus physiques contribuant à la contamination du signal primordial, et le développement de nouvelles méthodes de séparation de composantes pour atteindre les objectifs scientifiques poursuivis par l'étude du CMB.

Dans ce cadre, l'objectif principal de ce travail de thèse est le développement de méthodes pour améliorer la prise en compte des avant-plans dans le traitement des données à venir. Il aborde plusieurs aspects de la problématique des avant-plans : la séparation des composantes diffuses, la détection et la soustraction des sources ponctuelles, et l'estimation spectrale sur des données masquées et inhomogènes. Ce travail comprend, et s'appuie sur, le développement du PSM, un outil complet de simulation de l'émission du ciel dans le domaine des longueurs d'ondes comprises entre

100 μm et 10 mm. L'objectif de la mise en œuvre du PSM est double : améliorer et faciliter la modélisation des émissions astrophysiques d'avant-plan, et fournir des simulations de l'observation du ciel avec un degré de réalisme suffisant pour permettre le développement et le test des méthodes de séparation de composantes.

En raison de la variabilité des émissions d'avant-plan, certaines zones du ciel sont nettement plus contaminées que d'autres, et les traitements effectués doivent pouvoir s'adapter aux conditions locales de contamination. Il est même possible que dans le plan galactique ou autour de sources extragalactiques particulièrement brillantes, le signal soit trop contaminé pour servir à l'étude du CMB et doive être masqué, créant des zones de données manquantes. La couverture des instruments peut également être partielle et hétérogène, introduisant le même type de difficultés. En particulier, l'estimation du spectre de puissance des fluctuations du CMB, qui encode la majeure partie de l'information cosmologique, est, par exemple, singulièrement compliquée lorsque les données sont incomplètes et ont une contamination variable. Le traitement des données réelles fait donc immédiatement apparaître l'intérêt d'une analyse localisée (de type ondelettes par exemple) sur la sphère. Ceci nous a conduit à évaluer le potentiel des needlets, une construction particulière d'ondelettes sphériques, pour le problème particulièrement critique de l'estimation spectrale.

Nous examinons ensuite la possibilité de séparer le signal cosmologique des émissions astrophysiques sans connaissance *a priori* de ces dernières. L'émission diffuse des processus galactiques est la principale source de contamination du signal aux grandes échelles angulaires (supérieures au degré). La détection des modes tenseurs, dont la contribution majeure aux fluctuations de l'émission polarisée du ciel est attendue à ces échelles et à un niveau bien inférieur à celui de ces contaminants, est donc entièrement conditionnée par notre capacité à extraire l'information cosmologique avec un niveau de précision supérieur à notre connaissance des avant-plans. Nous présentons l'application d'une méthode de séparation de composantes semi-aveugle à ce problème et étudions l'impact des avant-plans sur la conception des futures missions visant la détection des modes B de polarisation.

Enfin, nous illustrons l'importance du traitement de la contamination des sources ponctuelles et son impact sur la séparation des composantes diffuses. Nous proposons une méthode de détection et de soustraction de leur contribution pour des missions observant l'ensemble du ciel. Cette méthode a été appliquée au traitement des données recueillies au cours des 5 premières années d'observation de l'expérience WMAP, ainsi qu'à des simulations des observations futures de l'expérience PLANCK.

La suite de ce manuscrit est divisée en deux parties et est organisée de la façon suivante : la première partie constitue une introduction à la problématique de la mesure des fluctuations du fond diffus cosmologique. Le premier chapitre présente succinctement les aspects théoriques du modèle cosmologique actuel, de manière à introduire les principaux enjeux scientifiques liés aux futures mesures des anisotropies du CMB en température et en polarisation. Le second chapitre tente d'offrir un aperçu de la complexité des émissions astrophysiques d'avant-plan et introduit la problématique de la séparation de composantes.

La deuxième partie de ce manuscrit se concentre plus particulièrement sur la description de notre travail. Nous présentons, au chapitre 2, notre contribution à la mise en œuvre du PSM. Ce chapitre se veut également suffisamment complet pour pouvoir servir de référence à l'actuelle version stable du code (1.6.6). Le chapitre 4 introduit l'analyse en needlets pour l'application particulière de l'estimation spectrale, et présente notre contribution à la mise en œuvre pratique de l'estimateur spectral en needlets (ESN). Le chapitre suivant aborde la question de la séparation des composantes diffuses (principalement la séparation du CMB et de l'émission diffuse dans le milieu interstellaire) pour la détection des modes B primordiaux. Enfin nous présentons une méthode de traitement de la contamination des sources ponctuelles et illustrons l'influence des sources ponctuelles sur la séparation des composantes diffuses.

Première partie

Cadre Théorique

Chapitre 1

Le Fond Diffus Cosmologique

Sommaire

1.1	L'univers en expansion	5
1.1.1	Évolution de l'univers homogène et isotrope	5
1.1.2	Origine du fond diffus cosmologique dans un scénario de Big-Bang	10
1.1.3	Limites du modèle	11
1.2	Fluctuations dans l'univers	12
1.2.1	Fluctuations de la métrique	13
1.2.2	Oscillations acoustiques	14
1.2.3	Anisotropies du fond diffus cosmologique	15
1.2.4	Anisotropies secondaires	21
1.3	L'inflation	23
1.3.1	Motivations	23
1.3.2	Approximation de roulement lent	23
1.3.3	Inflation et origine des fluctuations	25
1.3.4	Remarques	26
1.4	Perspectives	26
1.4.1	Contexte	26
1.4.2	Conclusion	27

Le spectre du rayonnement de fond diffus cosmologique, que nous observons aujourd'hui, est celui d'un corps noir pratiquement parfait à la température, remarquablement homogène sur le ciel, de 2.725 K (Bennett *et al.*, 1994). La découverte de ce rayonnement (Penzias et Wilson, 1965; Dicke *et al.*, 1965), fut un argument fort en faveur du modèle de Big-Bang, qui permet également d'expliquer l'abondance des éléments légers dans l'univers par le mécanisme de la nucléosynthèse primordiale (Alpher *et al.*, 1948). Ce scénario se résume ainsi : l'univers s'est refroidi du fait de son expansion, et était par le passé bien plus chaud et dense qu'il ne l'est aujourd'hui. Lorsque sa température est devenue suffisamment faible ($\lesssim 4000$ K), les électrons et les noyaux ont pu se combiner en un gaz neutre. À cette époque, appelée la recombinaison, le gaz de photons qui était jusque là maintenu à l'équilibre thermique avec la matière ionisée par les interactions électromagnétiques, a pu se propager pratiquement librement. En l'absence d'interactions avec la matière, le rayonnement a conservé son spectre de corps noir. La longueur d'onde des photons subit toutefois les effets de l'expansion, et la température du rayonnement que l'on observe aujourd'hui est environ 1000 fois inférieure à celle de l'univers au moment de la recombinaison.

Le spectre électromagnétique du rayonnement cosmologique a été mesuré depuis avec une très grande précision. La mesure la plus précise est celle réalisée par l'instrument FIRAS (Far Infrared Absolute Spectrophotometer) du satellite COBE Mather *et al.* (1999), qui a confirmé sa correspondance avec le spectre d'un rayonnement de corps noir à la température de 2.725 ± 0.001 K sur 2 ordres de grandeur en fréquence (Fixsen et Mather, 2002). L'instrument DMR du satellite fut également le premier à observer l'existence de petites anisotropies de la température du rayonnement,

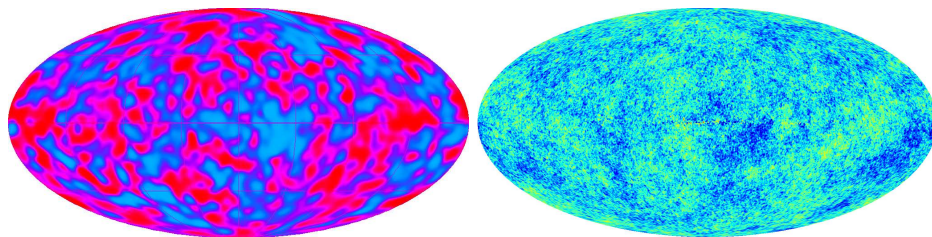


FIGURE 1.1 – Cartes des fluctuations de la température du fond diffus cosmologique établies par les satellites COBE (Bennett *et al.*, 1994) (à gauche) et WMAP (Dunkley *et al.*, 2009b; Delabrouille *et al.*, 2009) (à droite).

révélatrices de fluctuations dans l'univers. La carte de ces anisotropies (Bennett *et al.*, 1994) est visible dans la partie gauche de la figure 1.1.

L'existence de ces fluctuations explique pourquoi l'univers, bien que toujours homogène à grande échelle, contient aujourd'hui les structures que nous observons, telles que les galaxies et les amas de galaxies. Ces structures sont le résultat de l'effondrement gravitationnel des fluctuations de densité déjà présentes au moment de la recombinaison.

Depuis leur découverte, l'étude des fluctuations est devenue l'un des outils majeurs de la cosmologie moderne, car leurs propriétés statistiques apportent d'excellentes contraintes sur les modèles cosmologiques, notamment sur le contenu matériel de l'univers et sa géométrie. L'information apportée par les fluctuations de température est complétée par la polarisation du signal, détectée pour la première fois par l'instrument DASI (Degree Angular Scale Interferometer) (Kovac *et al.*, 2002). Le signal a en effet pu acquérir une polarisation linéaire (liée à l'anisotropie du signal incident sur les électrons le diffusant) à deux époques : à la fin de la recombinaison, puis à la réionisation de la matière de l'univers par la lumière des premières étoiles. La mesure de la polarisation apporte des informations supplémentaires sur l'histoire de la réionisation et fournit un moyen unique de tester l'existence d'un fond d'ondes gravitationnelles dans l'univers.

Ainsi des dizaines d'instruments se sont succédés pour améliorer et étendre la première mesure obtenue par COBE. La meilleure carte, à ce jour, des fluctuations de température a été produite par la sonde WMAP (Bennett *et al.*, 2003a), successeur de COBE, lancée en 2001. La carte obtenue (après soustraction des autres émissions astrophysiques c.f. chapitre 2 et Dunkley *et al.* 2009b) à partir des cinq premières années de données de WMAP (Dunkley *et al.*, 2009a) est visible sur la figure 1.1. La comparaison avec la carte dressée par COBE met en évidence un gain considérable en résolution. Cette mesure est complétée aux petites échelles angulaires par celle d'expériences au sol ou portée par des ballons stratosphériques. Citons par exemple les expériences BOOMERANG (Jones *et al.*, 2006) et ACBAR (Reichardt *et al.*, 2009).

Jusqu'à présent, les données obtenues par WMAP et d'autres observations cosmologiques (tels le diagramme de Hubble des supernovae de type Ia, la nucléosynthèse primordiale et la distribution des galaxies à grande échelle) présentent un accord remarquable avec un modèle d'univers simple (nommé Λ -CDM) gouverné par 6 paramètres. L'univers est représenté comme composé, à notre époque, pour 4% de matière baryonique, 21% de matière noire et 75% d'une forme exotique d'énergie dénommée énergie sombre. L'étude de déviations possibles de ce modèle nécessite dès lors l'obtention de données plus précises. Le satellite PLANCK (The Planck Collaboration, 2006), lancé le 14 mai 2009, fournira une mesure des fluctuations sur la totalité du ciel en température et en polarisation, à une résolution inférieure à 5 minutes d'arc, et dans neuf bandes de fréquence (ce qui permettra de diminuer les erreurs systématiques liées aux émissions d'avant-plan). Les caractéristiques techniques de PLANCK devraient permettre d'obtenir la mesure la plus précise possible (limitée par la variance cosmique) des paramètres cosmologiques à partir des fluctuations de températures, et de tester en profondeur les modèles de l'univers.

Par ailleurs, même si PLANCK apportera des contraintes importantes sur les différents modèles d'inflation, une large gamme de modèles prédisent un niveau d'ondes gravitationnelles non détectables par le satellite. La détection de l'impact de ces modes tenseurs sur la polarisation du fond diffus cosmologique constituant un argument majeur en faveur de l'inflation et une contrainte importante sur la physique lui donnant naissance, cette perspective motive également la conception d'expéri-

ences dédiées, parmi lesquelles éventuellement, une future sonde spatiale (Baumann *et al.*, 2009; De Bernardis *et al.*, 2009).

Ce chapitre souhaite esquisser les grands traits du cadre théorique dans lequel s'inscrivent les modèles cosmologiques actuels, dans l'objectif d'introduire à la fois le formalisme et les motivations de ce travail de thèse. La première section de ce chapitre est consacrée à la présentation du modèle dit de Big-Bang, qui décrit un univers homogène et isotrope. La théorie des perturbations linéaires de ce modèle est introduite à la section suivante. C'est dans ce cadre que l'on peut présenter les anisotropies du fond diffus cosmologique. La troisième section présente un candidat possible pour la description de l'univers primordial : la théorie de l'inflation. Enfin, La dernière section résume l'état actuel des contraintes expérimentales sur les différents points présentés au cours de ce chapitre et introduit les principaux enjeux scientifiques des futures mesures du CMB.

1.1 L'univers en expansion

La gravité, seule force à longue distance non compensée, gouverne largement les propriétés de l'univers à grande échelle. Couplée au principe cosmologique qui suppose un univers homogène et isotrope, la théorie de la gravitation (à savoir la relativité générale) permet d'établir un modèle de l'univers, relativement simple et prédictif. La présentation de ce modèle fait l'objet de cette première section. En premier lieu nous détaillons l'établissement des équations de Friedmann qui gouvernent la dynamique de ce modèle d'univers, puis nous présentons le scénario de Big-Bang prédisant, entre autre, l'existence du rayonnement de fond diffus cosmologique. Nous concluons cette section en illustrant les limites de ce modèle qui seront dépassées dans les deux sections suivantes.

Dans ce qui suit, nous ferons usage d'un système d'unités pour lequel $\hbar = c = 1$ pour ne pas alourdir les équations, et emploierons la signature $(+, -, -, -)$ pour la métrique. Par ailleurs nous avons inclus, en annexe A de ce manuscrit, un bref rappel de relativité générale utile à la lecture de ce chapitre.

1.1.1 Évolution de l'univers homogène et isotrope

Le principe cosmologique

Le modèle standard de la cosmologie suppose un univers homogène et isotrope, pour lequel les équations de la relativité générale peuvent être résolues de façon analytique. Cette hypothèse, nommée principe cosmologique, ne s'applique pas à notre échelle, ni même à celle de notre galaxie. En revanche, les observations de la répartition des galaxies et des amas montrent qu'aux échelles supérieures à la distance inter-amas (autour de 100 Mpc), l'univers devient homogène (voir figure 1.2). L'observation du fond diffus cosmologique témoigne également d'une grande homogénéité de l'univers par le passé, les faibles fluctuations de température mesurées ayant une amplitude relative de l'ordre de $\Delta T/T \sim 10^{-5}$.

L'hypothèse d'isotropie de l'univers définit un ensemble préféré d'observateurs, dits comobiles, pour lesquels l'univers, et en particulier le rayonnement CMB, apparaît effectivement comme isotrope¹. L'homogénéité impose que pour tout point p sur la ligne d'univers d'un observateur comobile, il existe un point p' sur la ligne d'univers d'un autre observateur comobile tel que les conditions en p et p' soient les mêmes. Ceci permet d'obtenir une fonction t sur l'espace-temps \mathcal{M} nommée temps universel, ou temps cosmique. Sur une ligne d'univers comobile, t correspond au temps propre. Les hypersurfaces $t = \text{cst}$ forment des espaces tridimensionnels de courbure constante. Par la suite, on notera $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$ la dérivation par rapport au temps cosmique.

La métrique d'un tel univers prend la forme générale (métrique de Friedmann-Robertson-Walker) :

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2 \right] \quad (1.1)$$

$$= dt^2 - a(t)^2 d\mathbf{x}^2. \quad (1.2)$$

1. Ce n'est pas le cas d'un observateur terrestre, voir section 1.2.3.

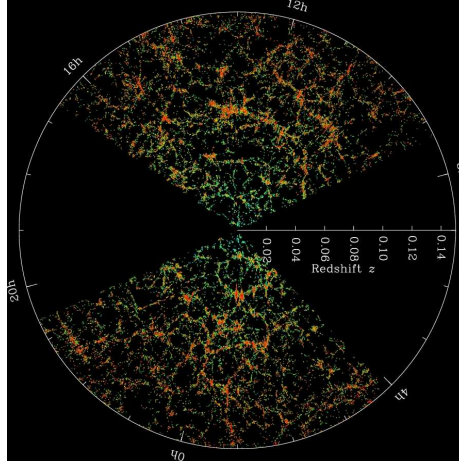


FIGURE 1.2 – Relevé de l'expérience SDSS (Sloan Digital Sky Survey), couvrant plus d'un quart du ciel après 8 années d'observation. Cette expérience a permis de réaliser des cartes tri-dimensionnelles contenant plus de 930 000 galaxies et 120 000 quasars. On y observe une homogénéisation de l'univers à grande échelle.

La partie spatiale $a(t)^2 d\mathbf{x}^2$ de cette métrique dépend du temps à travers le facteur d'échelle $a(t)$. Pour $\dot{a}(t) > 0$, l'espace sera dit en expansion car la distance séparant deux observateurs voisins et immobiles, augmente au cours du temps.

La géométrie des hypersurfaces à temps constant dépend du paramètre de courbure k qui peut être positif, négatif ou nul. Lorsque k est non nul, on effectuera un changement de système de coordonnées de manière à ce que k ne prenne que les valeurs -1, 0 ou 1. Pour $k = 0$ la géométrie sera celle d'un espace plat (similaire à l'espace euclidien). Pour $k = 1$, l'espace a une courbure positive et est fermé (on peut définir son volume, fini, de manière similaire à la surface d'une sphère bi-dimensionnelle). Pour $k = -1$ la courbure de l'espace est négative, celui-ci est dit ouvert.

Introduisons enfin le changement de coordonnées $r = S_k(\chi)$, défini selon le signe de k :

$$S_k(\chi) = \sinh \chi, \quad \text{pour } k = -1, \quad (1.3)$$

$$S_k(\chi) = \chi, \quad \text{pour } k = 0, \quad (1.4)$$

$$S_k(\chi) = \sin \chi, \quad \text{pour } k = 1, \quad (1.5)$$

qui permet de réécrire la métrique sous la forme simple :

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 [d\chi^2 + S_k(\chi)^2 d\theta^2 + S_k(\chi)^2 \sin^2(\theta) d\phi^2]. \quad (1.6)$$

Nous présentons maintenant quelques propriétés d'un espace muni de cette métrique.

Propagation des photons dans l'univers homogène isotrope

Les photons suivent des géodésiques de genre lumière vérifiant $ds^2 = 0$ (voir annexe A). Sans perte de généralité, on peut considérer le cas particulier d'un observateur situé à l'origine du système de coordonnées, observant un évènement distant de coordonnées r_1 (ou de manière équivalente χ_1) et t_1 (on peut choisir $\theta = 0, \phi = 0$). L'équation de la géodésique s'écrit :

$$\frac{dt}{a(t)} = \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = d\chi. \quad (1.7)$$

En introduisant le temps conforme $d\eta = \frac{dt}{a(t)}$, cette équation s'intègre sous une forme simple :

$$\chi_1 = \eta_0 - \eta_1.$$

On notera par la suite x' la dérivation par rapport au temps conforme.

Par ailleurs, l'expansion provoque un décalage spectral des photons observés, qui porte le nom de décalage vers le rouge (ou redshift en anglais), et revêt une grande importance en cosmologie car il est directement mesurable (par des mesures spectroscopiques par exemple). On peut obtenir son expression en considérant l'observation d'un phénomène périodique, de période T , situé au point de coordonnée r (ou χ). L'application du résultat précédent aux signaux émis à deux instants t_1 et $t_1 + T$ et reçus en t_0 et $t_0 + T_r$ permet de lier simplement T_r et T :

$$\chi = \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_0+T_r}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} + \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{a(t)} + \int_{t_1}^{t_1+T} \frac{dt}{a(t)}. \quad (1.8)$$

En supposant que les variations du facteur d'échelle se produisent sur une durée beaucoup plus grande que les périodes T et T_r :

$$\frac{T_r}{a(t_0)} \simeq \int_{t_0}^{t_0+T_r} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_1}^{t_1+T} \frac{dt}{a(t)} \simeq \frac{T}{a(t_1)}. \quad (1.9)$$

On en déduit l'expression du décalage vers le rouge z défini comme :

$$1 + z = \frac{T_r}{T} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)}. \quad (1.10)$$

Distances cosmologiques

La notion de distance dans un espace qui n'est pas statique n'est pas aussi naturelle que dans l'espace qui nous est familier. La partie spatiale de la métrique (1.6) permet de définir la distance propre séparant deux événements à une époque cosmologique donnée t . On notera la distance propre $d_p = a(t)\chi$. Cette distance dépend de l'époque, et on lui préférera parfois la distance propre comobile définie à notre époque (notée t_0) : $D_p = a_0\chi$, où $a_0 = a(t_0)$. Aucune de ces distances n'est toutefois mesurable directement.

L'astrophysique utilise couramment deux autres distances : la distance diamètre angulaire d_D , définie comme le rapport entre le diamètre vrai d'un objet et son diamètre angulaire observé ; et la distance luminosité d_L définie comme la racine carrée du rapport entre la luminosité vraie et la luminosité apparente d'un objet. Des calculs simples permettent d'obtenir :

$$d_D = a(t_1)r_1 = \frac{r_1 a_0}{1 + z} \quad (1.11)$$

et

$$d_L = a_0 r_1 (1 + z). \quad (1.12)$$

La relation entre ces distances, qui sont mesurables physiquement, et qui font intervenir deux événements non simultanés (l'événement et son observation), avec le redshift z dépend de l'évolution du facteur d'échelle. Pour les objets proches toutefois ($z \ll 1$), ces notions se confondent et l'on peut utiliser $D \simeq t$ (pour $c = 1$).

Nous pouvons retrouver, dans ce cadre, la loi gouvernant la vitesse de récession des galaxies proches établie en 1929 par l'astronome Edwin Hubble. Cette loi rend compte de l'expansion de l'univers, et fait intervenir le paramètre de Hubble (défini comme la dérivée logarithmique du facteur d'échelle $H = \frac{\dot{a}}{a}$) à notre époque, noté H_0 . En considérant le décalage vers le rouge d'une galaxie à la distance $D = \Delta t$, on obtient :

$$\begin{aligned} z &= \frac{a_0}{a} - 1 \\ &\simeq \frac{a_0}{a_0(1 + \Delta t H_0)} - 1 \\ z &\simeq D H_0. \end{aligned}$$

Aux distances plus importantes, cette loi du premier ordre n'est plus valable. L'observation d'objets plus lointains, tels que les supernovae de type Ia, a ainsi permis de mettre en évidence l'accélération de l'expansion de l'univers ($\ddot{a} > 0$). La section suivante, consacrée à la présentation des équations de

Friedmann qui gouvernent l'évolution du facteur d'échelle, montrera qu'il n'est pas possible d'obtenir un tel résultat pour un univers sans constante cosmologique constitué de matière ordinaire.

Terminons cette discussion de la notion de distance en introduisant la notion d'horizon qui apparaît dans les modèles dits de "Big-Bang" pour lesquels l'évolution passée de l'univers aboutit à une singularité. Cette singularité peut être prise comme origine des temps. Dès lors, deux événements seront causalement liés si un rayonnement électromagnétique a pu se propager de l'un à l'autre. De façon plus formelle : les géodésiques de genre lumière passant par un événement forment un cône qui contient l'ensemble des événements qui peuvent être en relation causale avec lui. L'intégrale de l'équation (1.7) entre l'origine des temps et le temps présent, si elle converge, définit une coordonnée limite : $\chi_H(t_0) = \int_0^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$. Un objet ne peut être observé que s'il se situe à une distance propre comobile inférieure à $d_H = a_0 \chi_H$, définissant ainsi la limite nommée horizon. Notons que quel que soit le modèle d'univers choisi la taille de l'horizon est une fonction croissante du temps.

Équations de Friedmann

Les équations de Friedmann mettent en relation l'évolution du facteur d'échelle $a(t)$ avec les caractéristiques du fluide parfait² contenu dans l'univers. Rappelons le résultat (A.8) donnant le tenseur énergie impulsion d'un fluide parfait :

$$T_{\alpha\beta} = (\rho + p)\nu_\alpha\nu_\beta - pg_{\alpha\beta},$$

où p et ρ sont la pression et la densité d'énergie du fluide, et ν sa quadri-vitesse. Notons que puisque $\text{trace } \mathbf{g} = 4$:

$$\text{trace } \mathbf{T} = T^\alpha_\alpha = \rho - 3p. \quad (1.13)$$

Les équations du champ d'Einstein (A.10) et l'équation de continuité pour ce fluide (A.13) permettent d'obtenir les équations de Friedmann, qui s'écrivent :

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}a(\rho + 3p) + \frac{\Lambda a}{3}, \quad (1.14)$$

$$\dot{a}^2 + k = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 + \frac{\Lambda a^2}{3}. \quad (1.15)$$

En combinant (1.14) et la dérivée de (1.15), on obtient facilement une troisième équation :

$$\frac{d(\rho a^3)}{dt} = -3pa^2\dot{a}. \quad (1.16)$$

La connaissance de l'équation d'état de la distribution de matière dans l'univers, qui lie ρ et p , permet de résoudre les équations de Friedmann, au vu des conditions initiales que constitue l'état présent de l'univers. Considérons une équation d'état de la forme :

$$p = \omega\rho. \quad (1.17)$$

On a alors $\frac{d\rho}{\rho} = -3(1+\omega)\frac{da}{a}$ qui s'intègre pour donner :

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}. \quad (1.18)$$

On peut modéliser le contenu énergétique réel de l'univers à l'aide de quelques cas particuliers idéalisés :

- Pour un gaz parfait de photons pour lequel $\text{trace } T = 0$, on a $\rho = 3p$, soit $\omega = 1/3$. On en déduit donc que la densité d'énergie du rayonnement se dilue comme a^4 .
- Un fluide sans pression ($p = 0$ ou encore $\omega = 0$) voit sa densité d'énergie se diluer comme a^3 . C'est une bonne approximation pour la matière dès lors que son énergie cinétique est négligeable devant sa masse ($k_B T \ll m$). On parle ainsi d'équation de la poussière (ou matière froide).
- On peut également considérer des formes d'énergies exotiques. Par exemple, une forme d'énergie vérifiant $\omega = -1$ aurait une contribution cosmologique similaire à celle d'une constante cosmologique.

2. Les propriétés de symétrie supposées par le principe cosmologique font que le tenseur énergie-impulsion d'un tel univers est celui d'un fluide parfait.

Paramètres cosmologiques

L'intégration des équations précédentes nécessite la connaissance de conditions initiales, fournies par exemple par l'observation de l'univers à notre époque (dénotée par l'indice $_0$), qui fixent l'évolution passée et future de l'univers. Il est commode pour traiter cette question de manipuler des nombres sans dimension, appelés paramètres cosmologiques. On introduit la notion de densité critique en considérant un univers sans constante cosmologique :

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}. \quad (1.19)$$

L'équation de Friedmann (1.15) se réécrit :

$$\frac{k}{\dot{a}^2} = \frac{\rho_0}{\rho_c} - 1. \quad (1.20)$$

Il est clair au vu de cette équation que le rapport entre la densité d'énergie de l'univers et la densité critique définit le signe de la courbure de l'univers. Ainsi, pour $\rho_0 > \rho_c$ l'univers est fermé, pour $\rho_0 < \rho_c$ l'univers est ouvert et $\rho_0 = \rho_c$ donne un univers plat (ou critique). On définit ainsi le paramètre de densité par rapport à la densité critique :

$$\Omega_M = \frac{\rho_0}{\rho_c}. \quad (1.21)$$

De manière analogue, les équations invitent à définir le paramètre de courbure par :

$$\Omega_k = -\frac{k}{H_0^2 a_0^2} \quad (1.22)$$

et à définir un paramètre lié à la constante cosmologique :

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2}. \quad (1.23)$$

Les équations de Friedmann donnent la relation entre les paramètres cosmologiques :

$$\Omega_M + \Omega_\Lambda - 1 = \Omega_k. \quad (1.24)$$

On peut compléter la réécriture des équations de Friedmann en supposant, par exemple, un fluide à deux composantes, matière et rayonnement, vérifiant respectivement l'équation d'état de la poussière et des photons. En notant $x = \frac{a}{a_0} = \frac{1}{1+z}$, on obtient à partir des équations de Friedmann une équation unique décrivant la dynamique du facteur d'échelle :

$$\frac{\dot{x}^2}{H_0^2} = \frac{\Omega_m}{x} + \frac{\Omega_r}{x^2} + x^2 \Omega_\Lambda + 1 - (\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda), \quad (1.25)$$

où Ω_m et Ω_r désignent respectivement les paramètres de densité de la matière froide et du rayonnement. Cette équation montre que la contribution de la constante cosmologique et de la matière deviennent négligeables par rapport à celle du rayonnement à grand redshift. Les différents scénarios possibles, correspondant aux différents types d'univers de Friedmann, peuvent être discutés brièvement. Les contraintes des observations sur notre univers sont par ailleurs illustrées en figure 1.3.

Nous avons déjà évoqué le cas des univers sans constante cosmologique pour introduire la densité critique. Dans ce cas, la dynamique présente et future (Ω_r négligeable) ne dépend que de Ω_m . L'équation (1.25) donne :

$$\dot{x} = H_0 \left(\frac{\Omega_m}{x} + 1 - \Omega_m \right)^{1/2}. \quad (1.26)$$

Pour $\Omega_m < 1$, l'expansion est décélérée mais se poursuivra éternellement. Pour le cas particulier de l'univers plat sans constante cosmologique $\Omega_m = 1$, appelé modèle d'Einstein-De Sitter, le facteur d'échelle croît indéfiniment comme $t^{2/3}$. Enfin, une densité excédant la densité critique, $\Omega_m > 1$

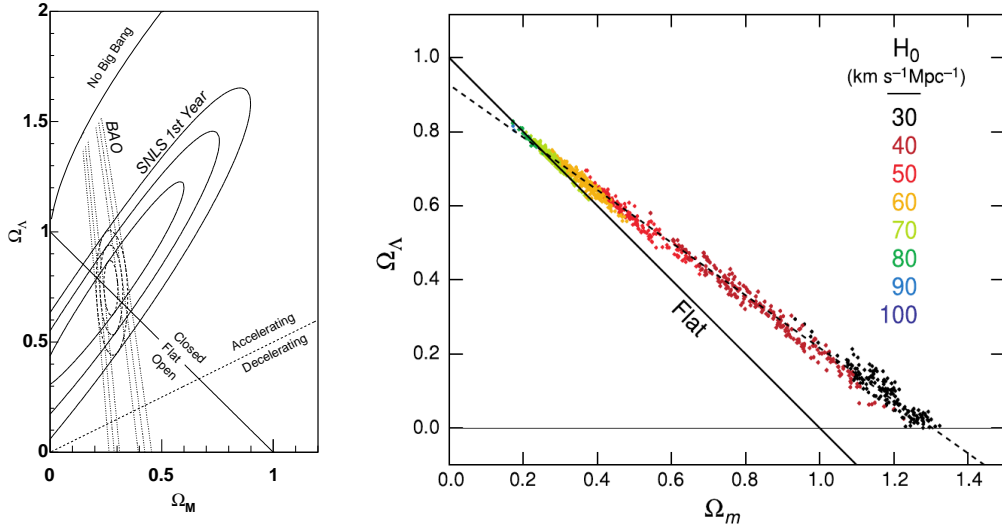


FIGURE 1.3 – Classification des modèles cosmologiques de Friedmann en fonction de Ω_m et Ω_Λ , et contraintes expérimentales fixées par les observations. À gauche : mesure des oscillations acoustiques de la matière et le diagramme de Hubble des supernovae (Astier *et al.*, 2006), à droite : mesure des fluctuations du CMB (Spergel *et al.*, 2007).

implique un univers fermé qui connaîtra une phase de recontraction symétrique à sa phase d'expansion. Dans tous les cas, l'expansion d'un tel univers est décélérée en raison du caractère positif de la densité et de la pression pour la matière ordinaire.

Un univers avec constante cosmologique peut en revanche connaître une expansion accélérée. On montre facilement que le paramètre de décélération de l'expansion $q_0 = -\frac{\ddot{a}_0 a_0}{\dot{a}_0^2}$ est donné par la relation : $2q_0 = \Omega_m - 2\Omega_\Lambda$. Les contraintes observationnelles, présentées par la figure 1.3, privilégient un modèle d'univers pratiquement plat en expansion accélérée (dit Λ -CDM), pour lequel $\Omega_m \sim 0.3$ et $\Omega_\Lambda \sim 0.7$.

La constante cosmologique a également pour effet d'augmenter l'âge de l'univers et de le rendre compatible avec les observations des plus vieux objets. Certains modèles, pour une valeur suffisamment élevée de la constante cosmologique, donnent un âge infini à l'univers (il ne connaît pas de Big-Bang).

Sans constante cosmologique, la dynamique de l'univers serait entièrement déterminée par son contenu matériel. La nécessité de recourir à une constante extérieure pour rendre compte des observations peut être contournée, comme signalé plus haut, en évoquant une forme de matière exotique vérifiant $\omega \sim -1$. Les observations actuelles sont compatibles avec $\omega = -1$ et ne permettent donc pas de décider si la représentation correcte est donnée par la constante cosmologique ou par un fluide exotique, généralement dénommé énergie sombre.

1.1.2 Origine du fond diffus cosmologique dans un scénario de Big-Bang

Comme nous l'avons signalé, les observations sont aujourd'hui compatibles avec un modèle d'univers en expansion accélérée, dominé par le rayonnement au début de son histoire, et aujourd'hui dominé par une constante cosmologique. Lorsque l'on remonte vers le passé d'un tel univers, celui-ci se contracte et on aboutit à une singularité initiale. Nous discuterons dans la section 1.1.3 des problèmes posés par l'hypothèse d'une singularité initiale. Bien que l'univers ne soit plus aujourd'hui à l'équilibre thermodynamique, le spectre de corps noir du fond diffus cosmologique suggère qu'il l'a un jour été. Dans le modèle de Big-Bang, on fait l'hypothèse que, aux époques où la température du rayonnement est suffisante pour ioniser la matière ordinaire, celle-ci forme un plasma d'électrons et d'ions à l'équilibre thermique (par le biais de l'interaction Compton) avec le rayonnement. La température du milieu est alors donnée par la relation :

$$\rho_r = \sigma T^4 \quad (1.27)$$

où $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann. Cette équation permet de lier T et $a(t)$, montrant que la température diminue avec l'expansion. Lorsque celle-ci devient trop faible, le rayonnement ne contient plus assez de photons énergétiques pour ioniser le milieu. La fraction d'ionisation du gaz (majoritairement de l'hydrogène) décroît et matière et rayonnement se découplent progressivement. Cette période, nommée recombinaison, intervient pour $T \sim 4000\text{K}$, soit une température environ 40 fois inférieure à celle suggérée par l'énergie de liaison de l'hydrogène 13.6 eV. Cet écart est lié au rapport du nombre de photons au nombre de baryons : il reste suffisamment de photons énergétiques dans la queue de la distribution de Maxwell pour ioniser les baryons présents. Un traitement détaillé du mécanisme de la recombinaison peut être trouvé dans Seager *et al.* (2000).

Après le découplage, les photons évoluent pratiquement sans interaction avec la matière, subissant seulement le décalage vers le rouge dû à l'expansion. Ce décalage conserve la forme du spectre de corps noir, tout en faisant évoluer sa température comme $(1+z)^{-1}$. De son côté, la matière, libérée de la pression de rayonnement, s'effondre par instabilité gravitationnelle pour former les structures de l'univers.

La découverte du fond diffus cosmologique a constitué une grande réussite des modèles de Big-Bang. Une autre étant liée à l'explication des densités des éléments légers dans l'univers par la nucléosynthèse primordiale (par opposition à une nucléosynthèse stellaire), notamment la présence du deutérium et l'abondance de l'hélium. Ce processus intervient vers les premiers instants de l'univers, pour $T \sim 10^9 \text{K}$. À cette époque, l'équilibre qui gouvernait l'abondance relative des neutrons et des protons a cessé. Les neutrons disponibles réagissent avec les protons pour former du deutérium, qui permet à son tour la synthèse de l'hélium 3 et 4 et du lithium. Les abondances relatives des espèces dépendent de la comparaison entre les taux de réaction et le taux d'expansion de l'univers, gouvernée principalement par le rapport numérique du nombre de baryons au nombre de photons η . La mesure de ce paramètre permet ainsi de prédire précisément les abondances relatives. Inversement, la mesure des abondances contraint la densité de baryons.

1.1.3 Limites du modèle

En dépit de ces succès, un certain nombre de faits expérimentaux ne trouvent toutefois pas d'explication naturelle dans le cadre de ce modèle. Nous examinons ici certains de ces problèmes, qui peuvent trouver réponse, par exemple, avec les modèles d'inflation présentés dans la section 1.3.

Problème de causalité

La présence d'une singularité initiale permet de donner un âge à l'univers :

$$t_U = H_0^{-1} \int_0^1 F(x)^{-1/2} dx \quad \text{où} \quad F(x) = \frac{\Omega_m}{x} + \frac{\Omega_r}{x^2} + x^2 \Omega_\Lambda + 1 - (\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda). \quad (1.28)$$

Elle permet également de définir, pour chaque événement, un horizon (cf 1.1.1) englobant tous les événements qui ont pu être en contact causal avec celui-ci. Il est ainsi possible de calculer la distance propre correspondant à la taille de l'horizon h_{rec} à l'époque de la recombinaison t_{rec} . En supposant l'univers dominé par le rayonnement jusqu'à cette époque, ce qui est une approximation suffisante, on trouve :

$$h_{\text{rec}} \simeq a_{\text{rec}} \int_0^{t_{\text{rec}}} \frac{dt}{a(t)} = 2t_{\text{rec}}.$$

De la même manière, on peut estimer la distance propre correspondant au rayon de la sphère de dernière diffusion en supposant l'univers dominé par la matière entre la recombinaison et aujourd'hui, ce qui est également une bonne approximation. On obtient :

$$l_{\text{rec}} \simeq a_{\text{rec}} \int_{t_{\text{rec}}}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \simeq 3(t_{\text{rec}}^2 t_0)^{1/3}.$$

On déduit de ces deux expressions une estimation simple du rapport entre les tailles de l'horizon et de la région observée aujourd'hui au moment de la recombinaison :

$$\frac{l_{\text{rec}}}{h_{\text{rec}}} = \frac{3}{2} \left(\frac{t_0}{t_{\text{rec}}} \right)^{1/3} \sim 70,$$

pour $t_0 \simeq 10^{10}$ ans et $t_{\text{rec}} \simeq 10^5$ ans. En d'autres termes, nous observons une région 70 fois plus étendue que la taille de l'horizon à l'époque de l'émission du CMB. Les régions situées de part et d'autre du ciel sont donc dans ce modèle sans aucun contact causal alors qu'elles affichent une homogénéité de température presque parfaite. Cette apparente coïncidence constitue le problème de l'horizon (ou problème de causalité).

On peut également appréhender ce problème en faisant intervenir la variation du rayon de Hubble H^{-1} (en distance comobile). Ce rayon caractérise le volume de Hubble (ou sphère de Hubble) qui définit, à une période t , la portion d'univers autour d'un observateur pour laquelle la vitesse de récession, du fait de l'expansion, des objets à l'observateur est inférieure à la vitesse de la lumière. En d'autres termes, dans un univers dans lequel le paramètre de Hubble serait constant, la lumière émise en t par des objets situés au-delà de notre sphère de Hubble ne pourrait jamais nous parvenir. Dans un univers en expansion décélérée $\ddot{a} < 0$, le volume de Hubble en coordonnées comobiles ne cesse de s'accroître amenant en contact causal des régions qui ne l'avaient jamais été auparavant.

Origine des structures

L'univers n'est évidemment pas parfaitement isotrope et homogène, comme on peut le constater à notre échelle. L'analyse fine de l'image du fond diffus cosmologique, montre qu'il ne l'était pas non plus exactement à l'époque de la recombinaison. De faibles fluctuations de température, qui feront l'objet de la section 1.2, sont en effet visibles et traduisent des fluctuations de densité de la matière qui donneront naissance aux grandes structures de l'univers par effondrement gravitationnel. Les modèles de Friedmann, basés sur le principe cosmologique, ne rendent évidemment pas compte de l'origine de ces structures. On peut toutefois traiter l'évolution de ces fluctuations comme des perturbations linéaires de l'univers de Friedmann-Robertson-Walker, ce que nous ferons dans la section suivante, puis par une évolution non-linéaire formant les grandes structures. L'origine et le spectre de puissance des fluctuations primordiales (qui montre une corrélation à des échelles bien supérieures au rayon de Hubble) reste toutefois sans explication dans ce cadre.

Problème de platitude, reliques

L'observation montre également que l'univers est de nos jours pratiquement plat. Pourtant, dans un modèle d'univers commençant par un Big-Bang, l'univers plat est une solution instable, si bien que toute courbure, si faible soit-elle, est amenée à croître rapidement. Le fait que la courbure de notre univers soit encore aujourd'hui indétectable après 13 milliards d'années d'évolution, suggère que notre univers était extrêmement proche de l'univers critique à ses débuts, ce qui apparaît comme une condition initiale extrêmement sensible. On parle de *fine-tuning* en anglais.

Par ailleurs, les théories physiques pouvant potentiellement gouverner la physique aux très hautes énergies des premiers instants de l'univers (comme les théories de grande unification) prédisent la production d'un grand nombre de défauts topologiques, tels que les monopôles magnétiques, au moment de la brisure de symétrie. Or les monopôles magnétiques qui auraient dû subsister ne sont pas observés aujourd'hui.

1.2 Fluctuations dans l'univers

La faible amplitude observée des anisotropies du CMB suggère qu'il est possible de traiter notre univers comme une version perturbée d'un univers homogène et isotrope, et que ces perturbations peuvent, au début de l'histoire de l'univers, faire l'objet d'un traitement linéaire. Dans cette section, nous tenterons, dans un premier temps, de présenter les grandes lignes du traitement des perturbations linéaires dans l'univers (Kodama et Sasaki, 1984). Nous expliciterons ensuite les mécanismes de génération d'anisotropies observables dans le rayonnement du fond diffus cosmologique et le formalisme employé pour décrire leurs propriétés statistiques. Nous donnerons également un aperçu des mécanismes susceptibles de générer des anisotropies, qualifiées de secondaires, par opposition aux anisotropies liées aux fluctuations primordiales au moment de la recombinaison. Enfin, nous tenterons de donner une compréhension intuitive des paramètres cosmologiques qui peuvent être contraints par l'observation du CMB. Notons que l'origine des fluctuations primordiales n'est pas

abordée dans cette section. La section suivante (1.3) proposera un mécanisme de génération des fluctuations primordiales dans le cadre des modèles d'inflation.

1.2.1 Fluctuations de la métrique

La démarche employée pour traiter les fluctuations dans l'univers est donc d'ajouter des perturbations linéaires à la métrique FLRW $\bar{\mathbf{g}}$ (par la suite la notation \bar{x} dénotera les quantités de l'univers non-perturbé). Celle-ci se réécrit en faisant intervenir le temps conforme et en utilisant des unités naturelles :

$$ds^2 = a^2(\eta) (d\eta^2 - d\mathbf{x}^2). \quad (1.29)$$

L'ajout d'un terme de perturbation $\mathbf{g} = \bar{\mathbf{g}} + \delta\mathbf{g}$ est, en réalité, un problème complexe car il n'existe pas de façon unique de retrouver un modèle d'univers homogène moyen $\bar{\mathbf{g}}$ à partir de l'univers perturbé \mathbf{g} . Contrairement au cas de l'univers non-perturbé pour lequel le référentiel de l'observateur comobile est privilégié, plusieurs choix de système de coordonnées sont possibles pour décrire l'univers perturbé, la seule contrainte étant que l'on retrouve la métrique de Friedmann dans la limite où les perturbations disparaissent. Un choix particulier de système de coordonnées est appelé une jauge. La perturbation la plus générale $\delta\mathbf{g}$ est un tenseur symétrique qui comporte 10 degrés de liberté. Parmi ceux-ci 4 dépendent en réalité du choix de la jauge, ce qui laisse 6 degrés de liberté avec une signification physique. Un traitement correct des perturbations nécessite une séparation claire entre les modes de jauge et les modes physiques (Bardeen, 1980). Plusieurs démarches peuvent être adoptées pour traiter les fluctuations. La première est de manipuler des quantités invariantes par changement de jauge, la seconde est de travailler dans une jauge fixée. La seconde étant plus simple, c'est celle que nous adoptons ici. Lifshitz (1946) a présenté une décomposition particulière de la perturbation linéaire qui s'écrit (pour i et j variant de 1 à 3) :

$$ds^2 = a^2(\eta) ((1 + 2\Psi)d\eta^2 - w_i d\eta dx^i - ((1 - 2\Phi)\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j), \quad (1.30)$$

où, pour \mathbf{x} un trois-vecteur de l'espace (iso-surface à 3 dimensions) $\Psi(\mathbf{x})$ et $\Phi(\mathbf{x})$ sont des champs scalaires, $\mathbf{w}(\mathbf{x})$ un champ vectoriel et $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ un champ tensoriel symétrique sans trace. Les vecteurs et tenseurs \mathbf{w} et \mathbf{h} admettent la décomposition supplémentaire suivante :

$$w_i = \partial_i \mathcal{A} + S_i, \quad (1.31)$$

$$h_{ij} = (\partial_i \partial_j - 1/3 \delta_{ij} \nabla^2) \mathcal{B} + F_{i,j} + F_{j,i} + h_{ij}^T, \quad (1.32)$$

où \mathcal{A} et \mathcal{B} sont des scalaires, \mathbf{S} et \mathbf{F} sont des vecteurs de divergence nulle, et \mathbf{h}^T est un tenseur transverse symétrique sans trace (vérifiant $\partial_i h_T^{ij} = 0$). Ceci nous laisse bien avec 4 degrés de liberté pour les scalaires, 2×2 degrés de liberté pour les vecteurs de divergence nulle et 2 degrés de liberté pour \mathbf{h}^T . Parmi eux 2 scalaires et un vecteur à divergence nulle sont fixés par le choix de la jauge.

On montre par des considérations géométriques que les perturbations linéaires de type scalaire, vecteur et tenseur évoluent indépendamment au premier ordre (Kodama et Sasaki, 1984), ce qui justifie *a posteriori* cette décomposition appelée décomposition SVT (pour scalar, vector, tensor en anglais). On peut donc traiter séparément ces trois types de perturbations.

Perturbations de type scalaire En ne considérant que les perturbations scalaires, et en choisissant $A = B = 0$ on réécrit la métrique sous la forme :

$$ds^2 = a^2(\eta) [(1 + 2\Psi)d\eta^2 - (1 - 2\Phi)d\mathbf{x}^2], \quad (1.33)$$

appelée jauge newtonienne conforme. Son nom provient du fait que le champ Φ joue le rôle du potentiel gravitationnel newtonien pour une matière non relativiste à des échelles où l'expansion de l'univers peut-être négligée. De plus, pour un univers dans lequel le tenseur énergie-impulsion est isotrope (sans cisaillement), l'équation du champ impose $\Phi = \Psi$.

Ces perturbations de densité sont celles dont l'effet cosmologique est le plus marqué, car elles apportent la contribution majoritaire aux fluctuations du CMB et sont à l'origine de la formation des structures.

Perturbations de type vecteur Ce type de perturbation n'est généralement pas considéré en cosmologie, car il n'existe pas de processus connu permettant de les amplifier. Ces modes sont évanescents et ne seront plus considérés par la suite.

Perturbations de type tenseur En ne considérant que les perturbations de type tenseur, la métrique perturbée devient :

$$ds^2 = a^2(\eta) (d\eta^2 - (\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j) , \quad (1.34)$$

avec h_{ij} un tenseur symétrique transverse sans trace. Ces modes décrivent la propagation d'ondes gravitationnelles, et les deux degrés de liberté du tenseur correspondent aux deux types de polarisation des ondes.

$$h_{ij} = h(t)e_{ij}^{(+,\times)} ,$$

où e_{ij} désignent les modes propres du laplacien spatial $\nabla^2 e_{ij} = k^2 e_{ij}$, pour un nombre d'onde k , et $+$, \times les deux états de polarisation possibles.

On montre que l'amplitude des ondes gravitationnelles, en l'absence de source, est gouvernée par l'équation :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial \eta^2} + 2\mathcal{H} \frac{\partial h}{\partial \eta} - \nabla^2 h = 0 , \quad (1.35)$$

où $\mathcal{H} = a'/a$ est le paramètre de Hubble en temps conforme. On remarque que ces modes seront amortis une fois entrés dans le volume de Hubble ($k \sim \mathcal{H}$).

1.2.2 Oscillations acoustiques

Détaillons maintenant l'évolution des fluctuations scalaires primordiales jusqu'au découplage. On peut représenter le contenu de l'univers avant la recombinaison comme un mélange de deux fluides parfaits :

- La matière noire froide (en anglais CDM) de température nulle et de densité $\rho_c = \bar{\rho}_c + \delta\rho_c$.
- Le rayonnement, composé du mélange couplé par la diffusion Thomson des baryons et des photons, de densité $\rho_{b\gamma} = \bar{\rho}_{b\gamma} + \delta\rho_{b\gamma}$.

Le libre parcours moyen des photons (en distance propre) à une époque z est donné par :

$$l_p = (an_e\sigma_T)^{-1} \approx 4.9 \cdot 10^4 (\Omega_b h^2)^{-1} (1+z)^{-2} \text{ Mpc}. \quad (1.36)$$

Un peu avant la recombinaison ($z \sim 1000$) on a $l_p \sim 2 \text{ Mpc}$ ce qui est inférieur de deux ordres de grandeur à la taille de l'horizon à cette époque. A une échelle supérieure, les photons et les baryons sont fortement couplés. On peut donc supposer, pour ces échelles, que les baryons et les photons se comportent comme un seul fluide de vitesse d'ensemble $v_{b\gamma}$. La matière noire, en revanche, n'est pas couplée par une interaction électromagnétique avec le fluide baryons-photons. Les perturbations de la matière évoluent alors par effondrement gravitationnel, tandis que la pression de radiation empêche l'effondrement du fluide baryons-photons. Les modes de perturbations dont la longueur d'onde est inférieure à l'horizon sonore oscillent jusqu'au découplage.

On peut écrire l'équation qui gouverne ces oscillations à l'ordre linéaire : on introduit le rapport entre les densités de moment des baryons et des photons dans l'univers non perturbé $R = \bar{\rho}_b/(\bar{\rho}_\gamma + \bar{\rho}_b)$, qui dépend linéairement du facteur d'échelle et caractérise le fluide couplé baryon-photons. On exprime les fluctuations de ce fluide à partir du contraste de densité des photons $\delta_\gamma = \delta\rho_\gamma/\bar{\rho}_\gamma$. L'équation d'Euler relativiste (A.12) pour ce système s'écrit alors, dans la jauge choisie (Giovannini, 2007) :

$$v'_{b\gamma} + \frac{R}{1+R} \mathcal{H} v_{b\gamma} + \frac{1}{4(1+R)} \nabla \delta_\gamma + \nabla \Psi = 0. \quad (1.37)$$

L'équation de continuité pour le fluide de photons, dont la densité d'énergie n'est pas modifiée par la diffusion Thomson sur des électrons peu énergétiques, s'écrit :

$$\delta'_\gamma + \frac{4}{3} \nabla \cdot v_{b\gamma} - 4\phi' = 0. \quad (1.38)$$

La combinaison des équations (1.37) et (1.38) donne l'équation d'un oscillateur harmonique amorti, avec un terme source lié au champ de gravitation :

$$\delta''_\gamma + \frac{R}{1+R} \mathcal{H} \delta'_\gamma - \frac{1}{3(1+R)} \nabla^2 \delta_\gamma = 4 \left(\Phi' + \frac{R}{1+R} \mathcal{H} \Phi' + \frac{1}{3} \nabla^2 \Psi \right). \quad (1.39)$$

Pour un champ de perturbations gaussien stationnaire, il est commode de travailler dans l'espace de Fourier avec des modes indépendants. L'équation se réécrit :

$$\delta''_\gamma + \frac{R}{1+R} \mathcal{H} \delta'_\gamma + k^2 c_{\text{sb}}^2 \delta_\gamma = 4 \left(\Phi'' + \frac{R}{1+R} \mathcal{H} \Phi' - \frac{k^2}{3} \Psi \right), \quad (1.40)$$

où l'on a introduit le paramètre de Hubble en temps conforme $\mathcal{H} = a'/a$ et la vitesse du son dans le mélange baryon-photon $c_{\text{sb}} = (3(1+R))^{-1/2}$. Si l'on ignore dans un premier temps le terme source, l'équation homogène, pour des échelles inférieures au rayon de Hubble ($k \gg \mathcal{H}$), admet des solutions indépendantes :

$$\delta_\gamma = (1+R)^{-1/4} \cos(kr_s), \quad \text{et} \quad \delta_\gamma = (1+R)^{-1/4} \sin(kr_s), \quad (1.41)$$

où l'on a noté r_s l'horizon sonore : $r_s = \int_0^\eta c_{\text{sb}} d\eta$.

Il est possible de montrer que pour des conditions initiales adiabatiques, pour lesquelles toutes les espèces sont distribuées de manière homogène dans l'univers primordial dominé par le rayonnement, les modes excités sont les modes en cosinus. La manipulation de ce type de conditions initiales est facilitée par l'introduction de la perturbation de courbure comobile :

$$\mathcal{R} = -\Phi - \frac{\mathcal{H}(\Phi' + \mathcal{H}\Psi)}{4\pi G a^2 (\bar{\rho} + \bar{p})}, \quad (1.42)$$

qui est une quantité conservée aux échelles supérieures au rayon de Hubble pour des perturbations adiabatiques. Pour des modes entrant dans l'horizon sonore pendant l'ère dominée par le rayonnement on a ainsi $\Phi_k(0) = -2\mathcal{R}_k/3$ (en négligeant l'influence des neutrinos).

Des conditions initiales adiabatiques ne sont pas les seules envisageables. Il est possible d'imaginer plusieurs types de perturbations isocourbures pour lesquelles une surdensité d'une espèce (par exemple la matière noire) est exactement compensée par des sous-densités des autres espèces. Dans ces conditions, ce sont préférentiellement les modes en sinus qui sont excités. Toutefois, dans les modèles d'inflation les plus simples (champ unique), les perturbations créées sont généralement adiabatiques.

Enfin, aux plus petites échelles, le rayonnement et la matière baryonique ne peuvent plus être traités comme un seul fluide. Il intervient alors un amortissement des oscillations (Silk, 1968), lié à la diffusion des photons à l'extérieur des surdensités. Les fluctuations dont la longueur d'onde devient inférieure à la longueur de diffusion λ_c sont ainsi amorties exponentiellement. L'échelle de diffusion est liée à la fraction d'ionisation x_e (qui décroît au moment de la recombinaison) et à la densité des baryons n_b : $\lambda_c \propto (x_e n_b)^{-1}$. L'échelle k_D ($k_D^{-1} \sim 3$ Mpc) où débute l'amortissement est donc sensible à Ω_b et à l'histoire de la recombinaison.

1.2.3 Anisotropies du fond diffus cosmologique

Les fluctuations de l'univers laissent une empreinte observable sur le rayonnement de CMB qui devient anisotrope (sa température varie) et devient légèrement polarisé (sa fraction de polarisation est d'environ 10%). Depuis leur découverte par COBE (Kogut *et al.*, 1993), les fluctuations de température, plus facilement observables, ont, jusqu'à présent, constitué la source d'information majeure. La polarisation linéaire, acquise par le rayonnement, a été observée pour la première fois par DASI (Kovac *et al.*, 2002). Cette polarisation permet d'accéder à des informations supplémentaires sur l'histoire de notre univers. Dans cette section, nous présentons le formalisme utilisé pour manipuler les fluctuations de température, puis nous esquissons les mécanismes par lesquels celles-ci sont générées. Nous faisons ensuite de même pour la polarisation du signal.

Fluctuation de température

Dipôle cosmologique Le rayonnement du fond diffus cosmologique est observé avec une anisotropie dipolaire très particulière qui n'est pas liée au CMB lui-même, mais provient de notre mouvement dans le référentiel comobile. En effet, le rayonnement apparaîtrait isotrope (d'une température homogène T_{cmb}) à un observateur comobile, mais la Terre (ou le point de Lagrange L2) est animée d'un mouvement dans le système solaire, lui-même en mouvement dans le référentiel de notre galaxie, elle-même évoluant au sein de l'amas local. Ceci nous donne l'occasion de détailler l'effet du décalage Doppler sur le spectre du fond diffus cosmologique.

La fonction de distribution des photons du fond diffus cosmologique suit une loi de corps noir dans le référentiel comobile $f(p^\mu) \propto 1/(e^{E_{\text{cmb}}/T_{\text{cmb}}} - 1)$. Dans le référentiel de l'observateur, la formule de l'effet Doppler relativiste lie l'énergie mesurée E d'un photon de direction \mathbf{e} à la vitesse relative \mathbf{v} de l'observateur dans le référentiel du fond diffus cosmologique : $E_{\text{cmb}} = E\gamma(1 + \mathbf{v} \cdot \mathbf{e})$. On obtient donc $f(p^\mu) \propto 1/(e^{E\gamma(1 + \mathbf{v} \cdot \mathbf{e})/T_{\text{cmb}}} - 1)$. Le spectre du rayonnement observé correspond donc bien à celui d'un corps noir, mais sa température varie sur le ciel comme : $T(\mathbf{e}) = T_{\text{cmb}}/(\gamma(1 + \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}))$, c'est-à-dire une anisotropie dipolaire. Le dipôle mesuré par l'instrument DMR du satellite COBE (Kogut *et al.*, 1993) a permis d'établir la vitesse du système solaire dans le référentiel comobile ($3.68 \cdot 10^5 \text{ms}^{-1}$). Cette anisotropie est généralement soustraite des données pour permettre l'analyse des anisotropies intrinsèques au rayonnement lui-même.

Propriétés statistiques des anisotropies Formellement, on s'intéresse aux propriétés statistiques de la quantité $\Delta T(\xi)$ qui désigne l'écart entre la température observée dans la direction ξ sur le ciel par rapport à la température moyenne T_{cmb} :

$$T(\xi) = T_{\text{cmb}} + \Delta T(\xi).$$

Ces propriétés statistiques devraient suivre les symétries des fluctuations dans l'univers, et donc être indépendantes de la position sur le ciel et invariantes par rotation. Il est alors souhaitable de représenter cette quantité dans l'espace des harmoniques sphériques :

$$\Delta T(\xi) = \sum_{\ell m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\xi). \quad (1.43)$$

Les propriétés des harmoniques sphériques sont telles que $a_{\ell m} = a_{\ell m}^*$ pour un champ ΔT réel. La propriété d'invariance par rotation impose en outre que les coefficients soient décorrélés,

$$\mathbf{E}(a_{\ell m} a_{\ell' m'}^*) = C_\ell \delta_{\ell \ell'} \delta_{m m'} \quad (1.44)$$

définissant le spectre de puissance angulaire C_ℓ . Si, de plus, les fluctuations ont une statistique gaussienne, ce qui est prédit, au premier ordre, par les modèles d'inflation les plus simples, cette propriété est conservée par l'évolution linéaire des petites fluctuations, et les coefficients de la transformée en harmoniques sphériques sont des variables gaussiennes. Dans ce cas, les coefficients sont de plus indépendants et leur spectre de puissance angulaire (statistique du second ordre) décrit complètement leurs propriétés. Pour cette raison, la mesure du spectre de puissance angulaire des fluctuations du fond diffus cosmologique présente un intérêt évident.

Si une mesure non bruitée des fluctuations était disponible sur la totalité du ciel, un estimateur du spectre de puissance angulaire serait :

$$\hat{C}_\ell = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m |a_{\ell m}|^2. \quad (1.45)$$

Cet estimateur est non-biaisé, $\mathbf{E}(\hat{C}_\ell) = C_\ell$, et affecté de la variance minimale atteignable, qui, en supposant les fluctuations gaussiennes, s'écrit :

$$\text{var}(\hat{C}_\ell) = \frac{2}{2\ell + 1} C_\ell^2. \quad (1.46)$$

L'impossibilité d'obtenir un estimateur de variance inférieur à celle-ci, appelée variance cosmique, est liée au nombre fini de modes observables. En effet, nous ne disposons que d'une seule réalisation du

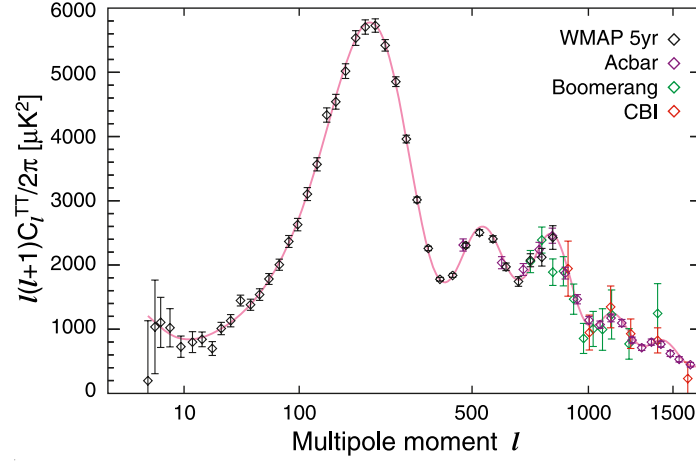


FIGURE 1.4 – Estimée du spectre de puissance du fond diffus cosmologique mesuré par les expériences WMAP (5 ans), ACBAR (Reichardt *et al.*, 2009), CBI (Readhead *et al.*, 2004) et BOOMERANG (Jones *et al.*, 2006). La courbe rouge correspond au modèle Λ -CDM dont les paramètres sont déduits des observations WMAP.

fond diffus cosmologique à observer. En pratique, comme nous le verrons par la suite, l'estimation du spectre de puissance du fond diffus cosmologique est compliquée par la présence de bruit et d'émission d'avant-plan, et éventuellement par une couverture incomplète du ciel. Le chapitre 4 est consacré au développement d'une méthode d'estimation spectrale s'accommodant de ces difficultés.

La figure 1.4 présente les mesures les plus récentes du spectre de puissance des fluctuations de température. La quantité traditionnellement représentée est $\frac{\ell(\ell+1)}{2\pi}C_\ell$. La variance des fluctuations de température, étant donnée par $\text{var}(\Delta T) = \sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi}C_\ell \simeq \int \frac{\ell(\ell+1)}{2\pi}C_\ell d\ln \ell$, cette quantité donne une représentation graphique de la contribution à la puissance totale pour une échelle logarithmique en ℓ .

Modes scalaires La génération d'anisotropies par les fluctuations de densité est le résultat de la modification d'une fluctuation "intrinsèque" de la densité de rayonnement par deux effets principaux :

- Le décalage gravitationnel des photons (vers le rouge pour les photons émis dans des zones de surdensités et vers le bleu pour les photons émis dans des zones sous-denses). Le résultat de la modification de la température par cet effet de décalage gravitationnel est nommé effet Sachs-Wolfe (Sachs et Wolfe, 1967).
- L'effet Doppler dû au mouvement propre v_b des électrons sur lesquels s'effectue la dernière diffusion.

Plus formellement, une région dont le contraste de densité des photons est δ_r , est caractérisée par une fluctuation relative de la température du rayonnement $\Theta_0 = \delta_r/4$. L'équation de Boltzmann qui régit l'évolution de cette fluctuation de température contient des termes sources liés aux modifications du potentiel gravitationnel et à la diffusion Thomson sur les électrons durant la recombinaison. L'intégrale de cette équation le long de la ligne de visée donne l'écart de température observé. Cette intégration peut être réalisée numériquement, par exemple par les codes CMBFAST (Zaldarriaga et Seljak, 2000) et CAMB (Lewis *et al.*, 2000).

Pour illustrer intuitivement ce qui se passe, supposons que la recombinaison intervienne de manière instantanée, et que nous observons à la position $(\eta_{\text{obs}}, \mathbf{x}_{\text{obs}})$ dans la direction \mathbf{e} l'évènement de la recombinaison qui s'est déroulé à la position $(\eta_{\text{rec}}, \mathbf{x}_{\text{rec}})$. La diffusion Thomson rend le rayonnement isotrope dans le référentiel des baryons. Lorsque la recombinaison intervient, le rayonnement est donc libéré avec une anisotropie dipolaire :

$$\Theta(\mathbf{e}) = \Theta_0 + \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_b \quad (1.47)$$

L'effet des variations de la métrique sur la température des photons est donné par :

$$\frac{d\Theta}{d\eta} = -\frac{d\Psi}{d\eta} + \dot{\Phi} + \dot{\Psi}. \quad (1.48)$$

En intégrant le long de la ligne de visée :

$$\Theta|_{\text{obs}} = \Theta|_{\text{rec}} + \Psi|_{\text{rec}} - \Psi|_{\text{obs}} + \int_{\eta_{\text{rec}}}^{\eta_{\text{obs}}} \dot{\Phi} + \dot{\Psi} d\eta. \quad (1.49)$$

Combiné avec l'effet Doppler, on obtient :

$$(\Theta(\mathbf{e}) + \Psi)_{\text{obs}} = \Theta_0 + \Psi|_{\text{rec}} + \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_b + \int_{\eta_{\text{rec}}}^{\eta_{\text{obs}}} \dot{\Phi} + \dot{\Psi} d\eta. \quad (1.50)$$

Les variations du terme $\Theta_0 + \Psi$, dénommé effet Sachs-Wolfe, au moment de la dernière diffusion constituent la contribution principale aux anisotropies du fond diffus cosmologique.

Le second terme est l'effet Doppler, et le dernier terme, qui rend compte de l'effet de l'évolution du potentiel gravitationnel le long de la ligne de visée, correspond à l'effet Sachs-Wolfe intégré (ISW en anglais). Comme il rend compte de modifications du signal entre la recombinaison et l'observation, ce terme est qualifié d'anisotropie secondaire.

Les fluctuations primordiales observées du fond diffus cosmologique $\Delta T(\xi)$ sont le résultat de la projection des fluctuations de la température du rayonnement émis sur la surface de dernière diffusion, située à une distance angulaire D_{dec} de l'observateur. Pour une recombinaison instantanée, cette projection s'exprime simplement, par exemple pour Θ_0 : $\Theta(\xi) = \int \Theta_0(\mathbf{x}) \delta(D - D_{\text{dec}}) dD$. Dans l'espace de Fourier, l'opération de projection des modes de fluctuation scalaires $f(\mathbf{k})$ sur les harmoniques sphériques s'écrit :

$$f_{\ell m} = (i)^\ell 4\pi \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} f(\mathbf{k}) j_\ell(k D_{\text{dec}}) Y_{\ell m}^*(\mathbf{k}) e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}, \quad (1.51)$$

où j_ℓ sont les fonctions de Bessel sphériques. À haut ℓ , ces fonctions sont bien concentrées autour de $k D_{\text{dec}} = \ell$. Intuitivement, la contribution majeure aux multipôles $f_{\ell m}$ provient donc des modes $k \sim \ell / D_{\text{dec}}$. Lors de la projection du terme Doppler $\mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_b$, la contribution des modes dont le vecteur d'onde est perpendiculaire à la ligne de visée s'annule, ce qui atténue l'influence de ce terme. La contribution majeure aux anisotropies projetées provient donc de $f = \Theta_0 + \Psi$.

Pour des perturbations adiabatiques, Sachs et Wolfe (1967) ont montré qu'aux échelles supérieures à la taille de l'horizon, $\frac{\Delta T}{T}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4} \delta_r + \Phi + v_b \cdot \mathbf{e} \approx \frac{1}{3} \Phi_0$. Cette caractéristique est responsable du plateau, dit de Sachs-Wolfe, observable sur le spectre des fluctuations de température, présenté à gauche sur la figure 1.5, aux grandes échelles ($\ell < 20$). Les modes correspondant à des échelles plus petites sont entrés dans l'horizon avant le découplage et ont pu évoluer suivant les équations d'oscillateur présentées à la section précédente. Le découplage étant pratiquement instantané, les modes ayant des longueurs d'ondes différentes sont capturés dans des phases différentes de leur évolution, et l'on observe l'empreinte des oscillations acoustiques sur le spectre du CMB. Les modes ayant atteint leur maximum ou leur minimum de compression sont à l'origine de pics (car le spectre est lié au carré de l'amplitude de la fluctuation). Les modes dans leur point milieu au moment du découplage correspondent au contraire à des creux dans le spectre des fluctuations.

Modes tenseurs Les ondes gravitationnelles induisent un cisaillement h'_{ij} de l'espace qui crée une anisotropie quadrupolaire de la température du rayonnement au moment de la recombinaison. Les fluctuations de type tenseur, si elles existent, sont ainsi également génératrices d'anisotropies de température dans le CMB.

La projection des modes tenseurs, sur les harmoniques sphériques, permet d'obtenir le spectre de puissance de ces fluctuations. La figure 1.5 présente la contribution respective des modes scalaires et tenseurs aux fluctuations du CMB pour une valeur (optimiste) du rapport de puissance des modes tenseurs et scalaires $r = 0.22$. La contribution des modes tenseurs aux fluctuations de température est faible et serait surtout sensible à grande échelle où elle est noyée dans la variance cosmique des modes scalaires. Les contraintes apportées par l'observation des fluctuations de température sont donc limitées.

Polarisation du signal

La diffusion Thomson d'un signal incident possédant une anisotropie quadripolaire est à même de produire un signal polarisé suivant le schéma présenté sur la figure 1.6. Avant la recombinaison,

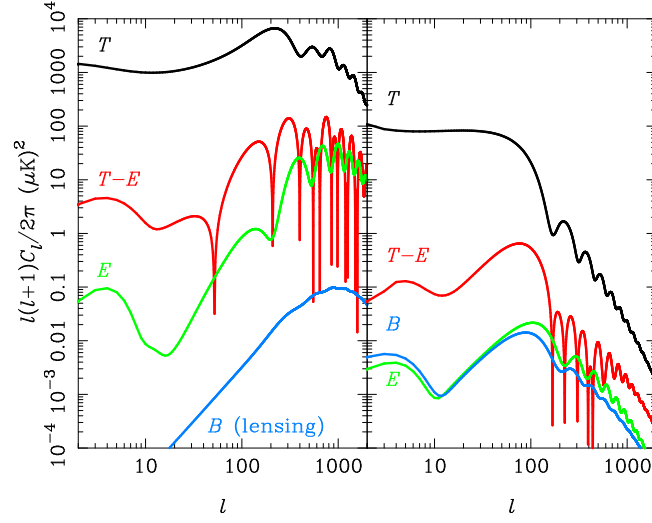


FIGURE 1.5 – Contributions respectives des modes tenseurs (droite) et scalaires (gauche) aux fluctuations du CMB pour $r = 0.22$ (Challinor et Peiris, 2009).

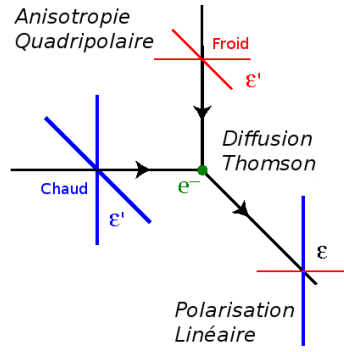


FIGURE 1.6 – La diffusion Thomson d'un champ possédant une anisotropie quadripolaire induit une polarisation linéaire (schéma adapté de Hu et White 1997).

aux échelles plus grandes que le libre parcours moyen des photons, la diffusion Thomson maintient un rayonnement très homogène, et donc non polarisé. Ce n'est que lorsque le rayonnement parcourt, entre deux diffusions, une fraction suffisante de la longueur d'onde des perturbations, qu'une anisotropie quadripolaire de la température devient sensible, à la fin de la réionisation. Le rayonnement diffusé acquiert alors une polarisation linéaire, qu'il conserve sans altération, entre la dernière diffusion (au moment de la recombinaison), et la réionisation.

Paramètres de Stokes Le signal polarisé est décrit par les quatre paramètres de Stokes (I, Q, U, V), qui dans une base (e_x, e_y) du plan d'onde correspondent aux grandeurs :

$$I = |E_x|^2 + |E_y|^2, \quad (1.52)$$

$$Q = |E_x|^2 - |E_y|^2, \quad (1.53)$$

$$U = 2\Re(E_x E_y^*), \quad (1.54)$$

$$V = 2\Im(E_x E_y^*), \quad (1.55)$$

où E désigne le champ électrique du rayonnement. I correspond à l'intensité du signal, Q et U caractérisent la polarisation linéaire et V décrit la polarisation circulaire, qui ne peut pas être produite par diffusion Thomson. On attend donc $V = 0$.

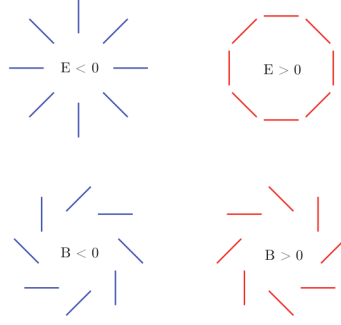


FIGURE 1.7 – Motifs de polarisation de type E et B. Cette représentation illustre l’invariance par rotation, et la parité inversée.

Les paramètres Q et U dépendent de la base choisie. On montre que la polarisation complexe $Q \pm iU$ se transforme sous l’effet d’une rotation droite d’angle α des vecteurs de base en $e^{\mp 2i\alpha}(Q \pm iU)$. Les grandeurs se transformant ainsi sous l’effet d’une rotation sont dites de spin ∓ 2 .

Décomposition E/B La polarisation complexe peut être écrite sous la forme d’une combinaison d’un champ scalaire réel $\sum_{lm} E_{lm} Y_{lm}(\xi)$ et d’un champ pseudo scalaire $\sum_{lm} B_{lm} Y_{lm}(\xi)$, pour des sommes incluant les multipôles d’ordre supérieur ou égal à 2 (Seljak et Zaldarriaga, 1997) :

$$(Q \pm iU)(\xi) = \sum_{lm} (E_{lm} \mp iB_{lm}) \mp_2 Y_{lm}(\xi) \quad (1.56)$$

où les $\mp_2 Y_{lm}$ sont les harmoniques sphériques de spin ∓ 2 (Goldberg *et al.*, 1967). De manière générale, les harmoniques sphériques de spin s peuvent être obtenues par l’application aux harmoniques sphériques non spinnées des opérateurs de spin montant et descendant $\bar{\partial}_s$ et $\bar{\partial}_s$. Leur action sur une quantité de spin s quelconque ${}_s X$ est l’augmentation (respectivement la réduction) du spin d’une unité. Elle s’écrit :

$$\bar{\partial}_s X = -\sin^s \theta (\partial_\theta + i \operatorname{cosec} \partial_\phi) (\sin^{-s} \theta {}_s X) \quad (1.57)$$

$$\bar{\partial}_s X = -\sin^{-s} \theta (\partial_\theta - i \operatorname{cosec} \partial_\phi) (\sin^s \theta {}_s X). \quad (1.58)$$

En notant pour un entier s quelconque $\bar{\partial}^{-|s|} = (-1)^s \bar{\partial}^{|s|}$ on a :

$${}_s Y_{lm} = \sqrt{\frac{l - |s|!}{l + |s|!}} \bar{\partial}^s Y_{lm} \quad (1.59)$$

Cette décomposition d’un champ de polarisation en E et B , similaire à la décomposition d’un vecteur en la somme du gradient d’un potentiel et d’un vecteur de divergence nulle, est invariante par rotation. Pour un changement de parité, la polarisation complexe est modifiée suivant $(Q \pm iU)(\xi) \rightarrow (Q \mp iU)(-\xi)$, de telle sorte que : $E_{lm} \rightarrow (-1)^l E_{lm}$ (parité “électrique”), et $B_{lm} \rightarrow (-1)^{l+1} B_{lm}$ (parité “magnétique”). La figure 1.7 donne une illustration des motifs de polarisation de type E et B .

Ces invariances par rotation et parité contraignent la fonction de corrélation à deux points aux expressions non nulles suivantes :

$$\langle E_{lm} E_{l'm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^E \quad (1.60)$$

$$\langle B_{lm} B_{l'm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^B \quad (1.61)$$

$$\langle T_{lm} E_{l'm'}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l^{TE} \quad (1.62)$$

qui définissent les spectres de puissance C_l^E , C_l^B et C_l^{TE} (les spectres croisés avec B sont nuls). Sous l’hypothèse de statistiques gaussiennes, la variance cosmique des spectres de puissance en polarisation s’écrit :

$$\operatorname{var}(\hat{C}_l^E) = \frac{2}{2l+1} (C_l^E)^2, \quad \operatorname{var}(\hat{C}_l^B) = \frac{2}{2l+1} (C_l^B)^2. \quad (1.63)$$

Pour les spectres croisés, on a (Zaldarriaga et Seljak, 1997; Kamionkowski *et al.*, 1997) :

$$\text{var}(\hat{C}_l^{TE}) = \frac{2}{2l+1}[(C_l^{TE})^2 + C_l^T C_l^E]. \quad (1.64)$$

Cette décomposition E, B permet ainsi de manipuler la polarisation indépendamment du choix d'un système de coordonnées, d'une manière similaire à l'analyse des fluctuations de température.

Modes scalaires La polarisation linéaire générée par les fluctuations de densité est exclusivement de type E . Les spectres de puissance C_ℓ^E et C_ℓ^{TE} des fluctuations de polarisation liées à des modes scalaires adiabatiques sont visibles à gauche sur la figure 1.5. La contribution majeure à l'anisotropie quadripolaire locale du rayonnement au moment de la recombinaison provient de l'effet Doppler. Or asymptotiquement les fluctuations de densité et les fluctuations de vitesse sont en quadrature de phase pour satisfaire l'équation de continuité. Les pics du spectre de puissance des modes E correspondent donc approximativement aux creux du spectre de puissance des fluctuations de température. Les fluctuations de température et de polarisation sont également corrélées, cette corrélation s'annulant pour les modes arrivant à leur extremum ou à leur point milieu au moment de la recombinaison. Notons enfin que l'amplitude des fluctuations de polarisation est de l'ordre de 10 fois plus faible que les fluctuations de température. Elles sont donc nettement plus difficile à mesurer.

Modes tenseurs Au contraire des fluctuations scalaires, les ondes gravitationnelles sont susceptibles de créer une polarisation de type B autant que de type E (Zaldarriaga et Seljak, 1997; Kamionkowski *et al.*, 1997). La décomposition de la polarisation en modes E et B présente donc un avantage considérable pour la détection des modes tenseurs, car les modes B ne sont pas dominés par la variance cosmique des modes scalaires.

Comme illustré sur la figure 1.5, le spectre de puissance des modes tenseurs en polarisation culmine pour des échelles correspondant à la taille de l'horizon au moment de la recombinaison avant de décroître rapidement. On note également le pic à grande échelle dû à la réionisation.

Contraintes des paramètres cosmologiques

Pour finir, discutons succinctement l'information cosmologique qui peut être obtenue par la mesure du CMB. Une discussion qualitative détaillée et illustrée des contraintes imposées par le spectre de puissance des fluctuations de température peut être trouvée dans Hu (2008).

En premier lieu, l'amplitude du plateau de Sachs-Wolfe est, comme nous l'avons noté, sensible à l'amplitude des fluctuations primordiales. La position du premier pic dépend de la distance diamètre angulaire de la surface de dernière diffusion. Cette distance varie en fonction de la courbure de l'univers (liée au paramètre Ω_k) et de l'histoire de l'expansion. Par ailleurs, les caractéristiques des pics acoustiques suivants, notamment le rapport d'amplitude entre les pics pairs et impairs, sont sensibles à la charge de baryons R (et donc à Ω_b qui est ainsi très bien mesuré) et Ω_m . La décroissance du spectre à haut ℓ apporte également des contraintes sur ces paramètres ainsi que sur l'indice spectral des fluctuations primordiales n_s . Notons, néanmoins, qu'il existe une dégénérescence entre Ω_M , Ω_Λ , Ω_k et H_0 (voir par exemple la figure 1.3), influant tous sur la distance angulaire à la surface de dernière diffusion. Cette dégénérescence ne peut être levée que par l'ajout de mesures indépendantes complémentaires, telles que la mesure de l'évolution de la constante de Hubble par les supernovae de type Ia.

Enfin ajoutons que la meilleure contrainte sur la présence de fluctuations iso-courbures provient de la mesure du spectre croisé TE et que la mesure des anisotropies secondaires est susceptible d'apporter d'autres contraintes complémentaires. Nous discuterons des informations attendues de la mesure des modes B à la section 1.3 traitant le mécanisme de l'inflation.

1.2.4 Anisotropies secondaires

En plus de l'effet Sachs-Wolfe intégré déjà mentionné, plusieurs phénomènes peuvent affecter les photons du CMB sur leur trajet entre la surface de dernière diffusion et nous :

- La réionisation de l’univers, caractérisée de la façon la plus simple par sa profondeur optique τ .
- L’effet Sunyaev-Zel’dovich (Sunyaev et Zeldovich, 1972), qui provient de la diffusion des photons du fond diffus cosmologique sur les électrons relativistes du gaz des amas de galaxies. Cet effet sera traité plus en détail en section 2.2.2. La distribution des amas de galaxies est particulièrement sensible à la puissance des fluctuations de matière (paramétrée par σ_8).
- L’effet Vishniac (Ostriker et Vishniac, 1986; Vishniac, 1987), qui consiste en la régénération d’anisotropies à petite échelle par les fluctuations de matière baryonique ionisée.
- L’effet de lentille gravitationnelle faible par les structures à grande échelle (weak lensing en anglais). Cet effet est notamment responsable d’un mélange entre les modes de polarisation E et B.
- L’effet Sachs-Wolfe intégré (ISW), introduit auparavant, dû à la variation du potentiel gravitationnel le long de la ligne de visée.
- Pour les structures en effondrement non-linéaire, l’ISW doit recevoir un traitement non-linéaire, connu sous le nom d’effet Rees-Sciama (Rees et Sciama, 1968).

L’effet de lentille gravitationnelle et la réionisation, ont tous deux une influence importante sur la détection des modes B du CMB, étudiée au chapitre 5. Nous en donnons donc quelques détails.

Réionisation À la fin de l’âge sombre, le contenu de notre univers est à nouveau ionisé par le rayonnement des premiers objets formés (étoiles et quasars). Les contraintes actuelles suggèrent que la réionisation est un processus étendu qui a débuté à un redshift $z \gtrsim 11$ et n’a été complètement achevé qu’autour de $z \sim 6$. Néanmoins, le modèle le plus simple est celui d’une réionisation instantanée de l’univers à un redshift donné z_{re} . La réionisation est alors caractérisée complètement par sa profondeur optique notée τ .

Une fois l’univers réionisé, et tant que la densité des électrons libres n’a pas été suffisamment diluée par l’expansion, les photons du CMB vont pouvoir subir une nouvelle diffusion Thomson. Le premier effet de cette nouvelle diffusion est d’atténuer l’amplitude des fluctuations à petites échelles d’un facteur $e^{-\tau_{re}}$. Le rayonnement incident étant anisotrope, la diffusion crée également une anisotropie secondaire dans la polarisation à grande échelle. Le quadrupôle au moment de la rediffusion est dominé par les modes vérifiant $k(\eta_{re} - \eta_*) \sim 2$. La rediffusion d’un mode E (respectivement B) génère ainsi un nouveau mode quadrupolaire $\ell = 2$ de type E (respectivement B) qui se propage jusqu’à notre époque et contribue aux anisotropies à $\ell \sim 2(\eta_0 - \eta_{re})/(\eta_{re} - \eta_*)$. La réionisation crée ainsi une bosse dans le spectre de puissance des modes E et B dont l’amplitude est approximativement proportionnelle à τ et dont la position dépend de l’époque de la réionisation η_{re} .

Cette caractéristique permet d’apporter des contraintes sur la réionisation à partir de l’observation de la polarisation du CMB. À l’heure actuelle, seule l’expérience WMAP a permis d’observer le pic de réionisation des modes E. Les contraintes placées sur la profondeur optique de la réionisation sont $\tau = 0.087 \pm 0.017$ (Dunkley *et al.*, 2009a). L’augmentation significative de la puissance des modes B primordiaux à grande échelle par la réionisation devrait également faciliter leur détection (voir chapitre 5).

Weak lensing Les fluctuations de densité à grande échelle dans l’univers altèrent la direction de propagation des photons du CMB entre la surface de dernière diffusion et l’observateur. Au premier ordre, cet effet peut être modélisé par une simple déflexion du signal primordial suivant :

$$T(\xi) = T(\xi + \nabla\phi(\xi)) \quad (1.65)$$

$$(Q \pm iU)(\xi) = (Q \pm iU)(\xi + \nabla\phi(\xi)), \quad (1.66)$$

où l’angle de déflexion $\nabla\phi$ est gouverné par la projection du potentiel gravitationnel :

$$\phi(\xi) = -2 \int_0^{z_*} \Psi(z, D(z)\xi) \left(\frac{D(z_*) - D(z)}{D(z_*)d(z)} \right) \frac{dz}{H(z)}, \quad (1.67)$$

avec D désignant la distance comobile et Ψ le potentiel gravitationnel.

Les structures à l’origine du potentiel n’étant pas particulièrement corrélées aux grandes échelles, l’effet du phénomène de lentille sur le CMB n’est sensible qu’aux petites échelles. Son action principale peut être appréhendée intuitivement comme l’ajout d’un flou de bougé sur le motif original,

qui a pour effet de mélanger les modes de fluctuations. Le spectre de puissance des fluctuations se trouve ainsi lissé (les pics acoustiques sont atténués) aux petites échelles.

Le signal de polarisation présentant des pics acoustiques plus prononcés que le signal de température, est plus sensible à l'effet du lensing. Un autre effet notable sur le motif de polarisation du CMB, est que bien que le lensing conserve localement Q et U , il provoque un mélange entre les modes de polarisation E et B , car la transformation de (Q, U) en (E, B) n'est pas une opération locale. Comme nous l'avons présenté précédemment, seul les modes de fluctuations de type tenseur sont susceptibles d'induire un motif de polarisation B dans les fluctuations primordiales. Ces derniers pouvant être arbitrairement faibles, le transfert de puissance des modes E vers les modes B par le lensing dominera probablement les modes B primordiaux.

Enfin signalons que le lensing peut également être une source importante d'information cosmologique (voir par exemple Stompor et Efstathiou 1999). Il est en effet possible de reconstruire en partie le potentiel gravitationnel projeté ϕ , notamment à partir de l'observation de la polarisation du CMB (Knox et Song, 2002; Seljak et Hirata, 2004). Son spectre de puissance $C_\ell^{\phi\phi}$ est sensible, en particulier, au paramètre de courbure Ω_K , à la masse des neutrinos et à l'équation d'état de l'énergie noire, aidant en particulier à lever la dégénérescence sur la distance angulaire de la surface de dernière diffusion.

1.3 L'inflation

1.3.1 Motivations

Le modèle de Big-Bang décrit dans les deux sections précédentes permet de rendre compte correctement d'un grand nombre d'observations. Néanmoins, quelques points ne trouvent pas d'explication satisfaisante dans ce cadre. Entre autres, l'uniformité de la température du fond diffus cosmologique observée sur l'ensemble du ciel suggère l'existence d'un processus causal qui ne peut pas avoir pris place si l'on suppose que l'expansion de l'univers est uniformément décélérée. En effet, pour expliquer la corrélation des fluctuations aux grandes échelles par un processus causal, il est nécessaire que celles-ci soient comprises à l'intérieur du rayon de Hubble à une époque antérieure de l'histoire de l'univers. Il faut donc supposer l'existence d'une phase où les échelles physiques croissent plus rapidement que le rayon de Hubble, ce qui se traduit par la condition :

$$-\frac{d}{dt} \left(\frac{a}{H^{-1}} \right) < 0,$$

et conduit simplement à :

$$\ddot{a} > 0.$$

Les échelles, précédemment incluses dans le volume de Hubble, en sortent durant l'inflation puis rentrent à nouveau dans ce volume pendant les périodes de domination du rayonnement et de la matière. On caractérise la dilatation du facteur d'échelle pendant la période d'inflation par le nombre de e-fold $N_e = \ln \frac{a_{\text{end}}}{a}$. L'ampleur de la dilatation nécessaire pour expliquer l'homogénéité du CMB dépend quelque peu du modèle d'inflation considéré, néanmoins on estime généralement que le problème de causalité est résolu pour un nombre de e-fold avoisinant 60.

Il est remarquable que le postulat d'une période d'expansion accélérée au début de l'histoire de l'univers (Starobinskiĭ, 1979) offre également un cadre pour expliquer les autres problèmes de l'univers de Friedmann, comme l'absence de relique et la platitude de l'univers (Linde, 1982; Guth, 1981; Albrecht et Steinhardt, 1982). Par ailleurs, elle propose un mécanisme simple pour la génération des fluctuations primordiales et prédit l'existence de pics acoustiques. Dans ce qui suit, nous présentons brièvement le modèle d'inflation le plus simple, celui d'un champ unique dans l'approximation de roulement lent (slow-roll en anglais), puis esquissons le principe de la génération des fluctuations primordiales lors de l'inflation et rappelons les principales prédictions de ce type de modèle.

1.3.2 Approximation de roulement lent

Pour notre discussion, on ne considère pas la contribution de la constante cosmologique, ce qui se justifie puisqu'elle est négligeable aux premiers instants de l'univers (voir section 1.1.2), ni du

terme de courbure que l'on peut supposer rapidement dilué au début de l'inflation. Lorsque l'on réécrit les équations de Friedmann ainsi simplifiées, on obtient :

$$H^2 = \frac{1}{3\mathcal{M}_{\text{pl}}^2} \rho \quad (1.68)$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{1}{6\mathcal{M}_{\text{pl}}^2}(\rho + 3p), \quad (1.69)$$

où l'on a introduit la masse de Planck : $\mathcal{M}_{\text{pl}} = (8\pi G)^{-1/2}$.

La seconde équation fait apparaître clairement que la condition nécessaire à l'accélération de l'expansion ($\ddot{a} > 0$) est $(p + 3\rho) < 0$, qui ne peut être obtenue ni par la matière ordinaire ($p = 0$) ni par le rayonnement ($p = \rho/3$). La constante cosmologique reproduit ce type de comportement, mais on a vu que son influence au début de l'histoire de l'univers était négligeable (étant donné son niveau actuel). Les modèles d'inflation doivent donc recourir à d'autres types de matière pour expliquer l'inflation. Ceci est généralement obtenu par une démarche phénoménologique : introduire un champ scalaire, dont l'origine pourrait être trouvée dans des extensions du modèle standard en théorie des cordes ou dans les théories de grande unification (GUT), et ajuster ses propriétés pour qu'il provoque la période d'inflation. Le tenseur énergie-impulsion d'un champ scalaire canonique ϕ décrit par un potentiel $V(\phi)$ s'écrit :

$$T_\nu^\mu = \partial^\mu \phi \partial_\nu \phi - \delta_\nu^\mu \left[\left(\frac{1}{2}\right) (\partial_\lambda \phi \partial^\lambda \phi) - V(\phi) \right].$$

Dans un univers de Friedmann homogène et isotrope, le champ scalaire ne dépend que du temps. Son tenseur énergie-impulsion est alors diagonal et donne la densité d'énergie ρ et la pression p :

$$\rho = T_0^0 = \dot{\phi}^2/2 + V(\phi), \quad (1.70)$$

$$p \delta_j^i = -T_j^i = [\dot{\phi}^2/2 - V(\phi)] \delta_j^i. \quad (1.71)$$

L'équation de mouvement de ϕ dans l'univers de Friedmann s'écrit donc :

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0, \quad (1.72)$$

où l'on note $V_{,\phi} = dV/d\phi$.

Des expressions (1.70) et (1.71), on déduit que la condition pour que l'expansion soit accélérée se traduit pour le champ scalaire par :

$$V(\phi) > \dot{\phi}^2, \quad (1.73)$$

autrement dit, l'inflation a lieu si l'énergie potentielle du champ domine son énergie cinétique. Si l'on connaissait l'histoire de l'expansion $a(t)$ pendant l'inflation, on pourrait, en combinant les équations de Friedmann, reconstruire le champ $\phi(t)$ et le potentiel $V(t)$ lui donnant naissance. Il est ainsi possible d'écrire des potentiels donnant lieu à différents taux d'expansion, tels les modèles d'inflation exponentielle, en loi de puissance ($a(t) \propto t^q$ avec $q > 1$ voir Lucchin et Matarrese 1985), ou intermédiaire (Barrow et Saich, 1990).

De manière générale, l'approximation de roulement lent permet d'obtenir divers résultats analytiques, notamment sur le spectre des fluctuations, présentés à la section suivante. Elle repose sur la supposition, d'une part, que le champ descend ("roule") lentement le long de son potentiel :

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi), \quad (1.74)$$

ce qui garanti l'inflation, et d'autre part que cette situation évolue lentement :

$$\left|\ddot{\phi}\right| \ll 3H\dot{\phi}, \quad (1.75)$$

de manière à maintenir l'inflation suffisamment longtemps pour obtenir une dilatation du paramètre d'échelle approchant 60 e-folds. Ces conditions sont généralement résumées en imposant la petitesse de paramètres sans dimension appelés paramètres de roulement lent :

$$\epsilon_H = -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad \text{et} \quad \eta_H = -\left(\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}\right) = \epsilon_H - \left(\frac{\dot{\epsilon}_H}{2H\epsilon_H}\right). \quad (1.76)$$

1.3.3 Inflation et origine des fluctuations

Nous avons, jusqu'à présent, présenté l'utilisation d'un champ scalaire pour résoudre les problèmes liés au modèle de Friedmann pour l'univers non perturbé. Il est remarquable que cette démarche offre également un cadre pour expliquer l'origine des fluctuations étudiées en section 1.2. Nous ne dressons ici qu'un schéma approximatif du mécanisme proposé et rappelons les principaux résultats analytiques qui peuvent être dérivés dans le cadre de l'approximation de roulement lent. Pour une présentation détaillée de l'inflation, voir par exemple Linde (2005); Liddle et Lyth (2000) ou parmi les nombreuses revues et introductions Bassett *et al.* (2006); Sriramkumar (2009).

Pendant l'inflation, des fluctuations quantiques sont générées à l'intérieur du volume de Hubble puis étirées par l'expansion accélérée aux échelles supérieures au rayon de Hubble. Elles deviennent ainsi des perturbations classiques qui entrent à nouveau dans le volume de Hubble pendant les phases de domination du rayonnement et de la matière. En reliant les perturbations classiques aux perturbations quantiques, l'inflation permet de prédire le spectre des fluctuations primordiales de type scalaire $\mathcal{P}_S(k)$ et tenseur $\mathcal{P}_T(k)$ à partir des caractéristiques du champ scalaire. De manière courante, ces deux spectres sont définis comme :

$$\mathcal{P}_S(k) = \left(\frac{k^3}{2\pi^2} \right) \mathbf{E}(\mathcal{R}_k^2), \quad (1.77)$$

$$\mathcal{P}_T(k) = 2 \left(\frac{k^3}{2\pi^2} \right) \mathbf{E}(h_k^2), \quad (1.78)$$

où \mathcal{R} est la perturbation de courbure introduite précédemment (voir sec. 1.2.2) et h est l'amplitude des ondes gravitationnelles. On les exprime sous la forme paramétrique :

$$\mathcal{P}_S(k) = A_s \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1 + 1/2\alpha_s(k_*) \ln(k/k_*)}, \quad (1.79)$$

$$\mathcal{P}_T(k) = A_t \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_t}, \quad (1.80)$$

où A_s et A_t sont nommées amplitudes des modes scalaires et tenseurs respectivement, n_s et n_t indices spectraux et α_s est couramment nommé le "running" de l'indice spectral scalaire. On note la différence de convention dans la définition des deux indices spectraux.

Considérons les fluctuations du champ scalaire ϕ représenté comme un champ homogène $\bar{\phi}(t)$ affecté de petites fluctuations $\delta\phi(t, \mathbf{x})$:

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \bar{\phi}(t) + \delta\phi(t, \mathbf{x}). \quad (1.81)$$

L'équation de mouvement des fluctuations $\delta\phi$ est celle d'un oscillateur harmonique dont la masse dépend du temps. La quantification de ces fluctuations implique qu'elles ont une variance non nulle. Leur spectre s'écrit :

$$P_{\delta\phi}(k) = \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2. \quad (1.82)$$

Ces fluctuations induisent une courbure des hypersurfaces comobiles $\mathcal{R} = -H\delta\phi/\dot{\bar{\phi}}$. La quantité \mathcal{R} est conservée entre la sortie des fluctuations du volume de Hubble et leur rentrée pendant les phases de domination du rayonnement et de la matière, et permet ainsi de lier les fluctuations du champ scalaire aux fluctuations primordiales. On obtient donc :

$$\mathcal{P}_S(k) = \left(\frac{H^2}{2\pi\dot{\bar{\phi}}} \right)^2 \Big|_{k=aH}. \quad (1.83)$$

De même, les deux modes de polarisation des ondes gravitationnelles satisfont la même équation de mouvement qu'un champ sans masse pendant l'inflation. Leur spectre s'écrit :

$$\mathcal{P}_T(k) = \frac{8}{\mathcal{M}_{\text{pl}}^2} \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2 \Big|_{k=aH}. \quad (1.84)$$

Dans la limite de l'approximation de roulement lent, on peut relier ces deux grandeurs à la forme du potentiel V (Liddle et Lyth, 2000) :

$$P_s(k) = \frac{V}{24\pi^2 \mathcal{M}_{\text{pl}}^4 \epsilon_H} \Big|_{k=aH}, \quad n_s - 1 = 2\eta_H - 4\epsilon_H, \quad (1.85)$$

$$P_s(k) = \frac{2V}{3\pi^2 \mathcal{M}_{\text{pl}}^4 \epsilon_V} \Big|_{k=aH}, \quad n_t = 2\epsilon_H. \quad (1.86)$$

On définit également le rapport tenseur sur scalaire $r = \mathcal{P}_T(k_*)/\mathcal{P}_S(k_*)$,³ qui est une quantité mesurable avec la polarisation du CMB. Dans ce cadre, il vaut :

$$r = 16\epsilon_H (= -8n_t), \quad (1.87)$$

la dernière égalité étant connue sous le nom de relation de consistance.

1.3.4 Remarques

On peut considérer qu'en tant qu'approche phénoménologique, l'inflation est un succès. Elle permet de résoudre les principaux problèmes liés aux modèles de Big-Bang et effectue des prédictions qui, comme on le verra en conclusion de ce chapitre, sont compatibles avec les observations actuelles. En particulier, d'après les modèles d'inflation les plus simples :

- les fluctuations ont une distribution approximativement gaussienne,
- le spectre de puissance des fluctuations primordiales devrait être pratiquement plat,
- les fluctuations primordiales devraient être majoritairement adiabatiques,
- il existe une corrélation des fluctuations aux échelles supérieures au rayon de Hubble.

Une dernière prédiction, dont la vérification constituerait une confirmation importante de l'hypothèse inflationnaire est l'existence d'un fond d'ondes gravitationnelles.

D'un point de vue théorique en revanche, une grande variété de modèles d'inflation coexistent et, en dépit d'importants efforts en ce sens, un modèle soutenu par des considérations de physique des hautes énergies qui soit compatible avec les observations reste à construire.

L'enjeu lié à l'observation du CMB et de sa polarisation est donc particulièrement important, car il permet de contraindre la forme du potentiel inflationnaire. Les observables pour le CMB sont A_s et r qui contraignent V et $V_{,\phi}$, puis n_s , α_s qui contraignent les ordres de dérivation supérieurs.

1.4 Perspectives

1.4.1 Contexte

Comme mentionné dès l'introduction, les données actuelles présentent un bon accord avec le modèle Λ -CDM, parfois appelé modèle de concordance ou modèle standard de la cosmologie, qui utilise un jeu minimal de 6 paramètres pour représenter les observations. Les 4 premiers (Ω_b , Ω_m , h , τ) décrivent l'évolution de l'univers de Friedmann "moyen", supposé plat ($\Omega_k = 0$). Les deux derniers (A_s et n_s) caractérisent le spectre des fluctuations scalaires primordiales, supposées gaussiennes et adiabatiques. Les meilleures contraintes actuelles sur ces six paramètres sont rappelées table 1.1. Ces contraintes sont obtenues en combinant les données recueillies pendant les 5 premières années d'observation de la sonde WMAP (Komatsu *et al.*, 2009) avec les mesures des oscillations de la matière baryonique (Percival *et al.*, 2007), et le diagramme de Hubble des supernovae (Kowalski *et al.*, 2008).

Au-delà de ce schéma simple, on peut également tenter de contraindre quelques paramètres supplémentaires tels que l'écart à la platitude de l'univers Ω_k , l'équation d'état de l'énergie noire w , la non-gaussianité des fluctuations (paramétrée par f_{NL}), l'existence de fluctuations iso-courbures (paramétrée par S), ou le rapport tenseur-scalaire r . Les contraintes actuelles sur ces paramètres, résumées dans la seconde partie de la table 1.1, sont pour l'instant toutes compatibles avec le modèle de concordance.

3. Dans la suite du manuscrit, nous utiliserons cette définition, suivie par le logiciel CAMB, pour $k_* = 0.002 \text{Mpc}^{-1}$. Voir Peiris *et al.* (2003) pour une discussion des différentes définitions du rapport tenseur sur scalaire.

TABLE 1.1 – Haut : Paramètres du modèle de concordance ainsi que leur meilleur mesure à ce jour (Komatsu *et al.*, 2009). Bas : contraintes actuelles sur les paramètres au-delà du modèle standard.

Paramètre	WMAP + SN + BAO
Ω_b	0.0456 ± 0.0015
Ω_m	0.228 ± 0.013
τ	0.084 ± 0.016
h	0.705 ± 0.013
A_s	$(2.445 \pm 0.096)10^{-9}$
n_s	0.960 ± 0.013
Paramètre	Contraintes actuelles
Ω_k	$ \Omega_k < 10^{-2}$
α_s	-0.028 ± 0.020
r	$r < 0.22$
f_{NL}	$-151 < f_{\text{NL}} < 253$
S	limites supérieure
w	$-0.14 < 1 + w < 0.12$

Les enjeux scientifiques poursuivis par les expériences à venir sont nombreux. Au delà du test du modèle standard, on retiendra par exemple la contrainte de l'équation d'état de l'énergie noire, de la masse des neutrinos, et de la formation des structures via la détection et la mesure des anisotropies secondaires du CMB. L'enjeu actuel majeur est toutefois la détection des modes B primordiaux dans la polarisation du CMB, qui constituerait une preuve directe de l'existence d'un fond d'ondes gravitationnelles tel que prédit par l'inflation. Une mesure du rapport tenseur sur scalaire permettrait de plus de contraindre l'échelle d'énergie de l'inflation.

L'expérience PLANCK va fournir dans les prochaines années une mesure des fluctuations en température et polarisation sur la totalité du ciel et dans une large gamme de fréquences (30 – 857 GHz). La qualité de ces données, en terme de sensibilité et de résolution, devrait permettre de contraindre les paramètres cosmologiques fondamentaux à une précision de l'ordre du pour cent. Ces données seront complétées par une large variété d'expériences au sol ou ballon, dédiées à la mesure des fluctuations à très petite échelle comme par exemple SPT (Ruhl *et al.*, 2004) et ACT (Fowler *et al.*, 2007), où à la mesure de la polarisation comme par exemple QUIET (Samtleben et la collaboration QUIET, 2008), POLARBEAR (Lee *et al.*, 2008), EBEX (Sagiv *et al.*, 2009), SPIDER (Crill *et al.*, 2008). La sensibilité de ces derniers instruments devrait permettre de mesurer ou de contraindre $r \lesssim 0.01$, si la contamination des avant-plans peut être soustraite de façon satisfaisante. Une revue récente des différentes expériences en cours ou programmées peut être trouvée dans Barreiro (2009). À plus long terme, des études pour une mission spatiale supplémentaire sont en cours (par exemple CMBPOL Bock *et al.* 2009), visant à atteindre $r \sim 0.001$.

1.4.2 Conclusion

Revenons, pour conclure, brièvement sur les motivations de ce travail de thèse esquissées en introduction. Au-delà du défi expérimental que constitue la mesure d'effets toujours plus fins dans les données CMB, un problème majeur pour tous les objectifs scientifiques cités précédemment est la contamination du signal par des émissions astrophysiques. Une grande variété de processus, dont la description fait l'objet du chapitre suivant, sont susceptibles de produire une émission (éventuellement polarisée) dans le domaine de fréquence 30-300 GHz, privilégié pour l'observation du CMB.

On pourrait regrouper les objectifs majeurs de l'analyse des futures données CMB en quatre grandes catégories : l'amélioration de la mesure des spectres de puissance TT , TE et EE notamment à petite échelle, la recherche de non-gaussianité, la détection et la mesure des anisotropies secondaires (effet SZ, lensing), et la mesure des modes de polarisation B .

Le premier effet des avant-plans sur une mission à large couverture spatiale comme PLANCK est de faire varier fortement les conditions de signal sur bruit sur le ciel et de rendre inutilisable une partie du signal. D'autre part, dans le contexte expérimental actuel une partie importante des mesures sera effectuée par des expériences sol ou ballon bénéficiant d'une couverture spatiale limitée.

Une partie de notre travail a porté sur la mise en œuvre d'une méthode adaptée à l'estimation spectrale dans des conditions inhomogènes, décrite au chapitre 4.

Le problème posé par les avant-plans est, par ailleurs, particulièrement crucial pour la détection des modes B. Ces fluctuations, potentiellement d'un niveau très faible, seront en effet complètement dominées par l'émission d'avant-plan, et leur détection dépend de notre capacité à séparer la contribution de l'émission parasite avec le niveau de précision requis. La qualité de la séparation dépendant par ailleurs de la couverture spectrale de l'instrument, ce dernier paramètre influe fortement sur la conception des expériences futures. Dans le cadre de l'étude de mission CMBPOL, nous avons travaillé sur la possibilité d'utiliser une méthode de séparation de composantes aveugle pour étudier cette question en mettant à profit le travail de modélisation présenté au chapitre 3. Cette étude est présentée au chapitre 5.

Enfin, la principale source de nuisance à petite échelle pour les objectifs impliquant la mesure des spectres à grand ℓ , la détection des amas par effet SZ ou l'étude du lensing, provient de l'émission des sources ponctuelles. Nous présentons au chapitre 6 une méthode pour traiter cette émission qui a été appliquée aux données WMAP et est utilisée dans la communauté PLANCK pour préparer le traitement des données. Nous avons également montré un impact important du traitement des sources ponctuelles sur la séparation des composantes diffuses.

Chapitre 2

Autres processus d'émission dans le domaine millimétrique

Sommaire

2.1 Émission d'origine galactique	30
2.1.1 Le milieu interstellaire	30
2.1.2 L'émission synchrotron	33
2.1.3 Le rayonnement de freinage	35
2.1.4 L'émission des poussières	36
2.2 Émission d'origine extragalactique	38
2.2.1 Sources ponctuelles extragalactiques	38
2.2.2 L'effet Sunyaev-Zel'dovich	39
2.3 Discussion	40
2.3.1 Diversité de loi d'émission	40
2.3.2 Diversité spatiale	41
2.3.3 Diversité spectrale	41
2.3.4 Remarque	43

Bien que largement dominant, le rayonnement du fond diffus cosmologique n'est pas la seule source de photons observables dans le domaine de fréquence entre 10 GHz et 300 GHz. De nombreux processus, d'origine cosmologique ou astrophysique, viennent se superposer à l'émission du fond et gênent son l'observation de ses fluctuations. Sur la figure 2.1, qui présente une image en coordonnées galactiques de l'émission du ciel autour de 61 GHz obtenue par le satellite WMAP, la structure la plus visible forme une barre dans le plan équatorial. Dans cette zone, la ligne de visée traverse notre galaxie, la voie lactée, par la tranche, et l'émission du milieu interstellaire (ISM pour interstellar medium en anglais) domine les fluctuations. Bien que moins visible, la contribution galactique reste non négligeable à haute latitude galactique. Sur l'ensemble du ciel, sans direction privilégiée, se répartissent également diverses contributions d'origine extragalactique.

La structure galactique, très marquée à grande échelle, gêne considérablement l'estimation des premiers multipôles du fond diffus cosmologique. Elle contient également des structures plus petites (nuages de poussière, appelés cirrus, et régions compactes d'émission spécifique, tels les nuages moléculaires, les restes de supernova ...) qui constituent une contamination significative jusqu'à des échelles angulaires relativement petites (de l'ordre de la dizaine de minutes d'arc). Les structures extragalactiques, en revanche, en raison de leur éloignement, ont des tailles angulaires faibles par rapport à la résolution des instruments CMB et leur contamination apparaît significative aux petites échelles essentiellement.

Ce chapitre souhaite offrir une vue d'ensemble des principaux processus qui interfèrent avec la mesure du fond diffus cosmologique. Dans un premier temps, nous décrivons les constituants du milieu interstellaire à l'origine des principaux mécanismes d'émission d'origine galactique : le rayonnement synchrotron, le rayonnement de freinage et les processus d'émission par les grains de

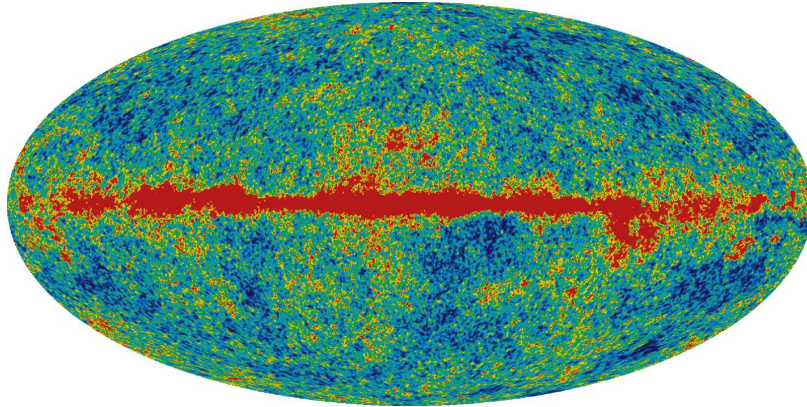


FIGURE 2.1 – Émission du ciel à 61 GHz mesurée par l'expérience WMAP (Hinshaw *et al.*, 2007).

poussière interstellaire. Nous proposons ensuite une revue succincte des contaminations extragalactiques. Enfin, nous discutons leurs domaines d'émission respectifs.

2.1 Émission d'origine galactique

Une galaxie est un système auto-gravitant dont les constituants les plus visibles sont les étoiles. Le milieu séparant les étoiles, dit milieu interstellaire, est constitué d'un mélange de gaz et de poussières. Enfin, une composante significative de la masse gravitationnelle mesurée de la galaxie n'a pas de contrepartie observée (la matière noire est un candidat possible pour expliquer cette masse). C'est le milieu interstellaire qui nous intéresse ici car il est le siège des processus d'émission dans le domaine millimétrique. La matière du milieu interstellaire interagit avec le champ magnétique galactique et divers champs de rayonnements, notamment l'émission stellaire, ainsi qu'avec des particules de hautes énergies improprement appelées rayonnement cosmique.

2.1.1 Le milieu interstellaire

Le milieu interstellaire représente environ 10% de la masse de notre galaxie, et est composé (en masse) de 70% d'hydrogène, de 28% d'hélium et de 2% d'atomes plus lourds, souvent dénommés "métaux". Cette matière est présente essentiellement sous forme de gaz. Une partie (des métaux pour l'essentiel) se trouve également sous forme de grains, mélangés au gaz, et représente 1% de la masse du milieu interstellaire. Malgré leur faible contribution à la masse, ces grains (ou poussières) jouent plusieurs rôles majeurs. Pour le sujet qui nous intéresse, ils sont notamment responsables de l'essentiel de l'émission infrarouge et submillimétrique dans le milieu interstellaire. Dans cette section, nous présentons ces deux constituants en insistant plus particulièrement sur les grains. Nous ajoutons à cette présentation un rappel succinct concernant deux autres constituants de grande importance pour comprendre l'émission galactique : le champ magnétique galactique et le rayonnement cosmique. Les détails des processus d'émission impliquant ces diverses composantes seront donnés dans les sections suivantes.

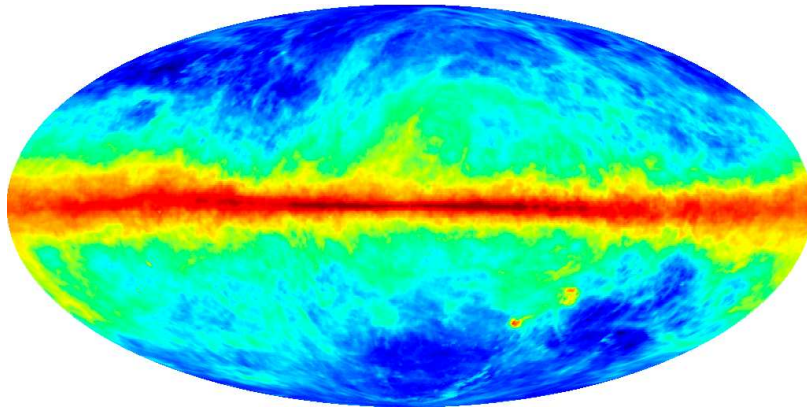
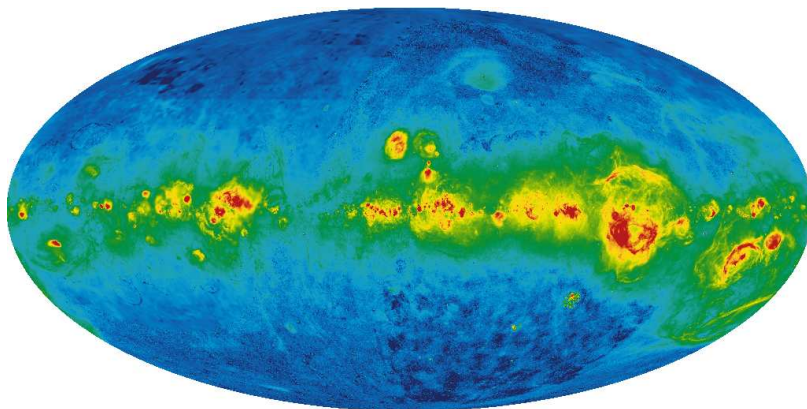
Le gaz

Les conditions de température et de densité du milieu interstellaire varient grandement au sein de la galaxie. Une description simple et courante consiste à distinguer les régions suivant l'état du constituant majoritaire, le gaz. Par simplicité, nous limitons notre exposé à la distinction des phases neutres et ionisées du milieu interstellaire (McKee et Ostriker, 1977). Les caractéristiques principales des différentes régions sont reprises dans la table 2.1.

- Le gaz neutre constitue l'essentiel du milieu interstellaire. Il se distribue dans la galaxie de manière relativement homogène sous la forme d'une composante chaude et peu dense (WNM en anglais pour Warm Neutral Medium). Des régions plus condensées et plus froides se répartissent sous forme de nuages interconnectés (région HI) et constituent le milieu neutre et

TABLE 2.1 – Caractéristiques des différentes phases idéalisées du milieu interstellaire (adapté de Draine et Lazarian 1998).

Phase	T [K]	T_d [K]	n_H cm $^{-3}$	$\chi_H = n(H^+)/n(H)$	Observations
CNM	~ 100	~ 20	~ 30	10^{-3}	dans la raie HI (en absorption)
WNM	~ 6000	~ 20	~ 0.4	0.1	dans la raie HI (en émission)
WIM	~ 8000	~ 20	~ 0.1	0.99	dans la raie H_α
MC	~ 20	~ 20	$\sim 10^4$	0	dans la raie du CO (115 GHz)

FIGURE 2.2 – Carte de l'émission HI (Kalberla *et al.*, 2005).FIGURE 2.3 – Carte de l'émission H_α (Finkbeiner, 2003).

froid (CNM). La distribution du gaz atomique est bien représentée par l'observation de la raie d'émission (ou d'absorption pour le milieu froid) de l'atome d'hydrogène à 21 cm. La figure 2.2 présente un relevé composite de l'émission HI dans la galaxie (Kalberla *et al.*, 2005). Les régions encore plus denses forment des nuages moléculaires (H_2 , CO) de quelques dizaines de parsecs où le rayonnement stellaire ne pénètre pas. Ces nuages abritent les régions de formation d'étoiles.

- Le gaz peut être ionisé par le rayonnement ultraviolet des étoiles massives et forme des régions dites HII. Ces régions alimentent également un milieu ionisé plus diffus (WIM pour warm interstellar medium). Le gaz ionisé est brillant dans la raie H-alpha émise dans la cascade de recombinaison de l'atome d'hydrogène. Dans le domaine de longueur d'onde qui nous intéresse, ces régions émettent également un continuum par rayonnement de freinage (voir paragraphe 2.1.3). La figure 2.3 présente une carte composite de l'émission dans la raie H_α établie par Finkbeiner (2003). Un milieu ionisé encore plus diffus et chaud (HIM) s'étend également bien au-delà du plan galactique et est à l'origine d'une émission UV et X.

La poussière

Les supernovae enrichissent le milieu interstellaire d'éléments plus lourds qui permettent la formation de grains de poussière. Ces grains sont responsables de l'extinction de la lumière stellaire visible et ultra-violette qu'ils absorbent. Ainsi chauffés, ils ré-émettent leur énergie dans l'infrarouge. La majorité du rayonnement infrarouge d'une galaxie provient ainsi de la lumière émise par les grains.

Les premières caractérisations des poussières interstellaires ont été obtenues par la mesure du spectre d'extinction de la lumière stellaire. Les tentatives de modélisation du spectre en extinction et en émission de la poussière ont fait apparaître la nécessité de recourir à une grande variété de grains, tant en terme de taille que de composition. Les modèles font généralement appel à trois type de grains (voir par exemple Désert *et al.* (1990); Draine et Li (2007)) :

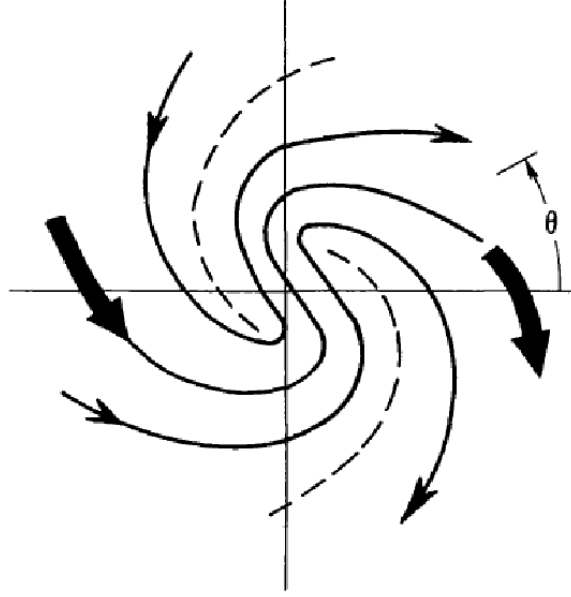
- Les gros grains (BG) ($> 15\text{nm}$). Ces grains sont d'une taille suffisante pour rester à l'équilibre avec le champ de rayonnement. Leur loi d'émission peut-être ainsi approchée par celle d'un corps gris dont l'émissivité dépend toutefois de nombreux facteurs (longueur d'onde, taille, composition, température ...).
- Les petits grains hors équilibre thermique (VSG pour very small grains). Ces grains sont chauffés de manière transitoire par l'absorption de photons ultra-violets et émettent ainsi significativement à des longueurs d'ondes faibles par rapport à ce que permettrait leur température moyenne.
- Les PAH (de l'anglais Polycyclic Aromatic Hydrocarbons ou molécules polycycliques aromatiques hydrogénées). Ce sont de grosses molécules composées de cycles aromatiques (C_6). On observe les bandes des modes de vibration caractéristiques des produits aromatiques qui se situent dans l'infrarouge moyen (longueurs d'onde plus courtes que celles où le fond diffus cosmologique est observé). On pense que ces molécules sont aussi responsables de l'émission anormale dans le domaine radio, observée pour la première fois par l'instrument COBE-DMR (Kogut *et al.*, 1996).

L'observation de l'extinction de la lumière a aussi permis de mettre en évidence l'existence d'un alignement partiel des grains ayant pour effet la polarisation de la lumière transmise (Serkowski *et al.*, 1975).

Le rayonnement cosmique

La galaxie est également baignée d'un flux de particules de haute énergie (essentiellement des protons ou des noyaux d'atomes légers). L'origine des rayons de très hautes énergies ($> 10\text{ GeV}$) qui ne sont pas confinés par le champ magnétique galactique reste hypothétique. Nous nous intéressons ici à une petite composante du rayonnement cosmique (environ 1% du flux des protons à 10 GeV) constituée par les électrons ultra-relativistes. Ces électrons interagissent avec le champ magnétique et perdent de leur énergie par émission synchrotron (c.f. 2.1.2). Dans l'environnement solaire, leur spectre peut être représenté par une loi de puissance (Longair, 1992) :

$$I(E) = 700 \left(\frac{E}{\text{GeV/nucleon}} \right)^{-3.3} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}(\text{GeV/nucleon})^{-1}. \quad (2.1)$$

FIGURE 2.4 – Structure de champ magnétique de type BSS (Sofue *et al.*, 1986).

Ce spectre est plus raide que celui mesuré pour les protons et est révélateur de la déperdition d'énergie par rayonnement synchrotron. L'hypothèse d'une accélération de ces électrons dans les ondes de choc des supernovae est privilégiée pour expliquer leur origine.

Le champ magnétique galactique

L'existence d'un champ magnétique galactique d'environ $5\mu G$ est bien établie et se manifeste de plusieurs manières. L'effet le plus marquant pour notre sujet d'étude est la production de rayonnement synchrotron. Il est également possible d'observer la rotation Faraday des ondes électromagnétiques en provenance des pulsars (Han *et al.*, 2006), ainsi que la levée, dans les raies d'émission de certains nuages, de la dégénérescence des niveaux de moment angulaire par effet Zeeman (Myers *et al.*, 1995). Enfin le champ magnétique intervient dans l'alignement partiel des grains de poussière (Lazarian, 2007).

Les mesures de la rotation Faraday des pulsars indiquent que la structure à grande échelle du champ magnétique de notre galaxie est compatible avec un modèle en spirale bisymétrique (BSS) (Sofue *et al.*, 1986; Han *et al.*, 2006), c'est-à-dire dont la structure est semblable à celle présentée sur la figure 2.4. En plus de cette composante, notée B_u , uniforme aux petites échelles, le champ magnétique a une composante turbulente, notée B_t . On peut raisonnablement supposer l'équipartition de l'énergie entre ces deux composantes de telle sorte que l'on a $B_u \simeq B_t \sim 3\mu G$.

Nous utiliserons une modélisation semblable du champ galactique dans la mise en place de simulations de l'émission du ciel au chapitre 3.

2.1.2 L'émission synchrotron

Le rayonnement cosmique électronique spiralant dans le champ magnétique galactique produit une émission synchrotron hautement polarisée (Rybicki et Lightman 1979). Ce rayonnement est une importante source de contamination du fond diffus aux basses fréquences ($\lesssim 80$ GHz), comme illustré sur la figure 2.9. Dans l'intervalle de fréquence d'intérêt pour l'observation du CMB, des mesures de l'émission synchrotron ont été réalisées, à la fois en température et en polarisation, par l'équipe WMAP (Page *et al.*, 2007; Gold *et al.*, 2009). L'intensité du rayonnement synchrotron dépend de la densité des rayons cosmiques n_e , ainsi que de l'intensité du champ magnétique perpendiculaire à la ligne de visée. Sa dépendance en fréquence et sa fraction de polarisation intrinsèque f_s dépendent de la distribution d'énergie du rayonnement cosmique.

La loi d'émission du synchrotron

Pour une densité électronique qui suit une loi de puissance d'indice p , $n_e(E) \propto E^{-p}$, la dépendance en fréquence de l'émission synchrotron suit également une loi de puissance d'indice $\beta_s = -(p + 3)/2$:

$$S(\nu) = S(\nu_0)(\nu/\nu_0)^{\beta_s} \quad (2.2)$$

où l'indice spectral, β_s , est égal à -3 pour une valeur typique de $p = 3$.

L'indice spectral du synchrotron dépend avant tout des propriétés des rayons cosmiques. Il varie donc suivant la direction selon laquelle on observe le ciel, et éventuellement suivant la fréquence d'observation. Une revue de la propagation et des processus d'interaction des rayons cosmiques dans la galaxie est disponible dans Strong *et al.* (2007).

Ceci a pour conséquence une diminution de la cohérence de l'émission synchrotron vue par une expérience d'observation multi-fréquences. Autrement dit, la corrélation entre l'émission synchrotron vue par les différents capteurs est inférieure à 1.

L'émission synchrotron a pu être observée à plusieurs fréquences, et des cartes de son indice spectral (qui renseignent sur la population des électrons cosmiques) ont été établies. Il reste cependant des incertitudes non négligeables sur les variations de l'indice spectral du synchrotron sur le ciel. De même, son évolution aux fréquences les plus élevées est peu contrainte par les observations.

La polarisation du synchrotron

Si la densité d'électrons est distribuée en loi de puissance d'indice p , la fraction de polarisation du synchrotron s'écrit :

$$f_s = 3(p + 1)/(3p + 7). \quad (2.3)$$

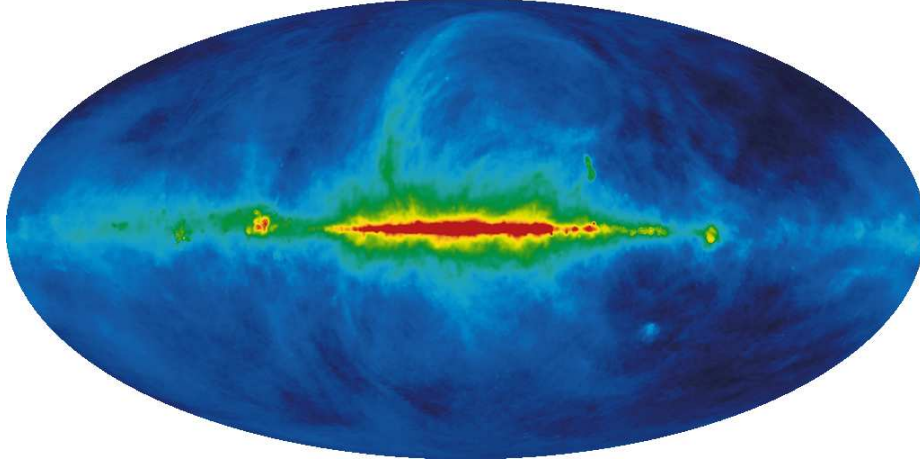
Pour $p = 3$, on a $f_s = 0.75$, et cette valeur varie peu pour de petites variations de p . La fraction de polarisation intrinsèque du synchrotron est donc approximativement constante sur le ciel. Cependant, un effet géométrique de dépolarisation de l'émission est induit par les variations de l'angle de polarisation sur la ligne de visée. En effet, la superposition d'émissions de directions de polarisation incohérentes conduit à l'annulation partielle de la polarisation. Nous reviendrons sur un exemple de calcul effectif de ce facteur de dépolarisation au chapitre 3. Intuitivement, on conçoit que la dépolarisation sera plus importante pour des épaisseurs optiques élevées. Les mesures actuelles montrent une variation de la polarisation observée d'environ 10% près du plan galactique, et de 30 % aux latitudes galactiques intermédiaires et jusqu'à 50% aux pôles.

Observations du rayonnement synchrotron

L'émission synchrotron a été observée à de multiples longueurs d'onde, mais les relevés bénéficiant d'une couverture du ciel complète permettant leur exploitation pour la science du fond diffus cosmologique sont rares. Une carte de référence de l'intensité du rayonnement synchrotron à 408 MHz a été obtenue par Haslam *et al.* (1982) (voir figure 2.5).

Combinant cette carte avec les mesures réalisées à 1.4 GHz (Reich et Reich, 1986) et 2.3 GHz (Jonas *et al.*, 1998), Giardino *et al.* (2002) et Platania *et al.* (2003) ont dérivé des cartes de l'indice spectral du synchrotron couvrant une grande partie du ciel. La même procédure a été appliquée à partir des observations de WMAP (Bennett *et al.*, 2003b) pour obtenir l'indice spectral entre 408 MHz et 23 GHz. La comparaison des cartes d'indices spectraux entre 2 GHz et 23 GHz montre une accentuation de l'indice spectral vers $\beta_s = -3$ autour de 20 GHz. Elle fait également apparaître un fort aplatissement de l'indice dans le plan galactique.

Ce dernier phénomène a tout d'abord été interprété comme étant le résultat d'une distribution plus énergétique des rayons cosmiques dans les régions de formation d'étoiles. En tenant compte de la présence potentielle, à 23 GHz, d'une émission anormale corrélée à la densité de colonne de la poussière, Miville-Deschênes *et al.* (2008) ont toutefois obtenu des mesures de l'indice spectral plus en accord avec les observations basses fréquences. La carte d'indice spectral ainsi obtenue, est compatible avec $\beta_s = -3 \pm 0.06$.

FIGURE 2.5 – Carte de l'émission synchrotron à 408 MHz (Haslam *et al.*, 1982).

2.1.3 Le rayonnement de freinage

Le gaz ionisé est le siège d'un rayonnement continu important à toutes les longueurs d'ondes. Nous nous intéressons ici à l'émission libre-libre (free-free en anglais) qui provient du freinage des électrons libres dans le champ électrique des ions (sans recombinaison).

L'émission libre-libre n'est pas polarisée intrinsèquement (même si, en principe, un faible niveau de polarisation par effet Compton pourrait exister aux frontières des régions ionisées).

Loi d'émission du rayonnement de freinage

Dans un plasma de densité électronique n_e , où la distribution de vitesse des électrons est maxwellienne (thermique) et caractérisée par la température T_e , l'émissivité (énergie émise dans tout l'espace par unité de volume et de fréquence) à la fréquence ν a pour expression (Oster, 1961) :

$$\epsilon_\nu^{\text{ff}} = 6.82 \times 10^{-38} Z^2 n_e n_{\text{ion}} T_e^{-1/2} e^{-h\nu/kT} g_{\text{ff}} \quad \text{ergs}^{-1} \text{cm}^{-3} \text{Hz}^{-1} \quad (2.4)$$

où Z est la charge des ions de densité n_{ion} (en pratique $Z \simeq 1$ et $n_{\text{ion}} \simeq n_e$), et g_{ff} est le facteur de Gaunt, prenant en compte de façon quantique l'intégration sur les valeurs possibles du paramètre d'impact. On peut ensuite calculer l'épaisseur optique de l'émission. Dans le cas radio (régime Rayleigh-Jeans), pour $Z = 1$, $n_{\text{ion}} = n_e$, on obtient :

$$\tau_\nu = 3.014 \cdot 10^{-2} T_e^{-3/2} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-2} \left(\frac{EM}{\text{pc cm}^{-6}} \right) g_{\text{ff}}. \quad (2.5)$$

EM étant la mesure d'émission :

$$EM = \int n_e^2 dl. \quad (2.6)$$

Pour les fréquences radio, le facteur de Gaunt a pour expression :

$$g_{\text{ff}} = \ln \left(4.955 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-1} \right) + 1.5 \ln T_e, \quad (2.7)$$

ce qui conduit à l'expression simple pour l'épaisseur optique :

$$\tau_\nu = 8.235 \cdot 10^{-2} T_e^{-1.35} \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-2.1} \left(\frac{EM}{\text{pc cm}^{-6}} \right) a(\nu, T_e) \quad (2.8)$$

avec $a(\nu, T_e) = 0.366 \left(\frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-0.1} T_e^{-0.15} \simeq 1$ un faible facteur correctif tabulé dans Mezger et Henderson (1967). On ajoute parfois un facteur correctif supplémentaire $(1+0.08)$ qui permet de prendre en compte la contribution des noyaux d'hélium une fois ionisés.

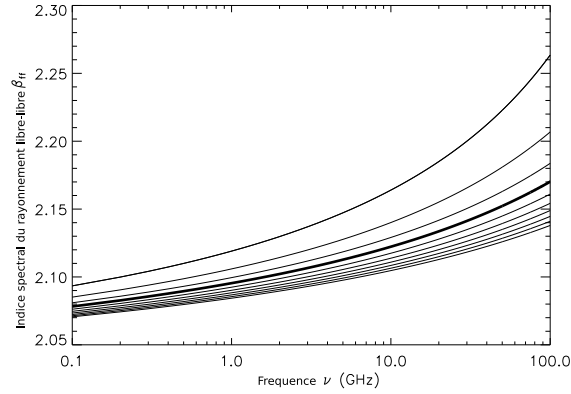


FIGURE 2.6 – Dépendance de l'indice spectral du rayonnement de freinage galactique en fonction de la fréquence et de la température électronique. De haut en bas : $T_e = (2, 4, 6, 8(\text{gras}), 10, 12, 14, 16, 18, 20) \times 10^3 \text{K}$ (Dickinson *et al.*, 2003).

Dans le domaine d'intérêt pour les missions d'observation du fond diffus cosmologique, le milieu est optiquement mince, et sa température de brillance en kelvin $T_B^{\text{ff}} = \frac{I_\nu c^2}{2k_B \nu^2} \simeq T_e \tau$ s'écrit :

$$T_B^{\text{ff}} = 8.235 \times 10^{-2} a T_e^{-0.35} \nu_{\text{GHz}}^{-2.1} (1 + 0.08) \times (EM)_{\text{cm}^{-6} \text{pc}}. \quad (2.9)$$

Le rayonnement libre-libre peut donc être modélisé simplement comme ayant un indice spectral $\beta^{\text{ff}} \simeq -2.1$ faiblement variable. La figure 2.6 tirée de Dickinson *et al.* (2003) illustre la dépendance de l'indice spectral à la température et à la fréquence.

Observation du rayonnement de freinage

Le rapport entre les intensités d'émission de freinage et H_α peut trouver une expression simple :

$$\frac{T_B^{\text{ff}}}{I_{H\alpha}} = 8.396 \times 10^3 a \times \nu_{\text{GHz}}^{-2.1} T_4^{0.667} 10^{0.029/T_4} (1 + 0.08) \quad [\text{mK/R}]. \quad (2.10)$$

Il est alors possible d'extrapoler des cartes de l'émission H_α , telle celle obtenue par Finkbeiner (2003) (c.f. Fig. 2.3), pour obtenir une estimation de l'émission libre-libre. En pratique, la raie H_α appartenant au domaine de longueurs d'onde visibles, elle est fortement éteinte par la poussière interstellaire. Il est donc difficile de l'utiliser dans le plan galactique et, de manière générale, dans les régions où l'extinction est importante.

Le satellite WMAP a directement observé le rayonnement de freinage, mais son émission est mélangée à celle du synchrotron, de la poussière et du fond diffus cosmologique. Diverses techniques de séparation de composantes ont été appliquées pour permettre l'extraction d'une carte de cette émission des données WMAP (Bennett *et al.*, 2003b; Hinshaw *et al.*, 2007; Gold *et al.*, 2009), reposant généralement sur l'hypothèse d'un indice spectral connu et constant pour cette émission. La figure 2.7 montre la carte obtenue par Hinshaw *et al.* (2007) à l'aide de la méthode MEM. Elle présente beaucoup de similarités avec la carte d'émission H_α (Fig. 2.3) mais seulement dans les régions où l'extinction stellaire est faible.

2.1.4 L'émission des poussières

L'émission thermique des grains de poussière chauffés constitue le signal galactique dominant aux fréquences supérieures à 100 GHz (Fig. 2.9). La polarisation de la lumière par ces grains indique un alignement partiel des grains oblongs avec le champ magnétique (voir Lazarian (2007) pour une revue des mécanismes d'alignement possibles). L'alignement partiel des grains induit également une polarisation de l'émission de la poussière dans l'infrarouge lointain.

On explique le spectre de l'émission des poussières dans le domaine infra-rouge (de 3 à 1000 μm) par une combinaison de contributions d'une large gamme de tailles de grains et de compositions

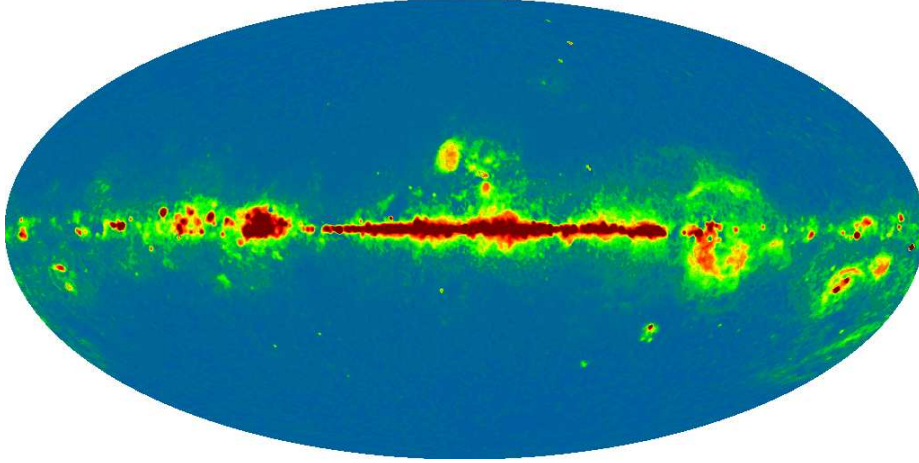
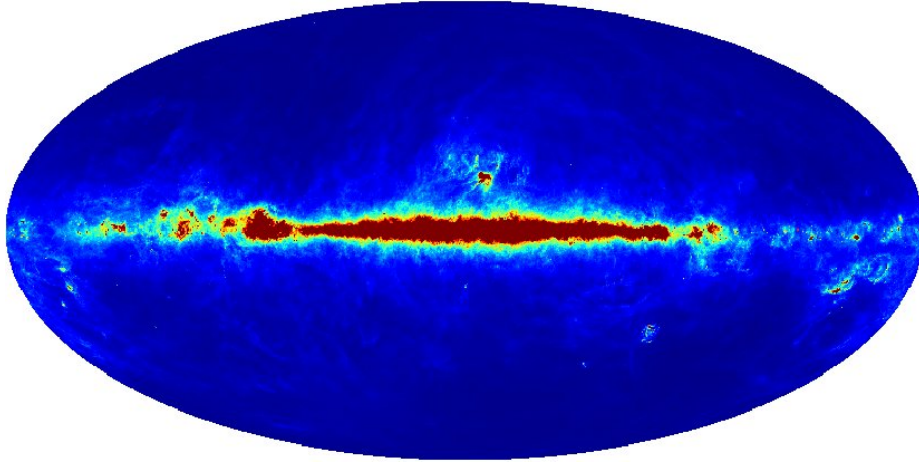


FIGURE 2.7 – Carte de l'émission libre-libre obtenue par le satellite WMAP.

FIGURE 2.8 – Carte de l'émission thermique de la poussière à $100\mu\text{m}$ obtenue après retraitement des données du satellite IRAS (Miville-Deschênes et Lagache, 2005).

(Désert *et al.*, 1990; Li et Draine, 2001). Aux grandes longueurs d'ondes, considérées pour l'observation du CMB (supérieures à $100\mu\text{m}$), on attend une domination de l'émission par de gros grains, à l'équilibre thermique avec le champ radiatif interstellaire. Une mesure de cette émission sur l'ensemble du ciel a été obtenue par l'expérience IRAS (Fig. 2.8).

La loi d'émission de la poussière thermique

Il n'existe pas de loi d'émission théorique simple pour la poussière, qui se compose de différentes populations de particules de matière. En moyenne, une loi d'émission peut être ajustée aux données d'observation. Dans le domaine de fréquence d'intérêt pour l'observation du CMB, Finkbeiner *et al.* (1999) ont montré que l'émission des poussières, en intensité, est bien représentée par un mélange de deux composantes représentatives, par exemple, de deux populations de grains (silicatés et carbonés). Pour ces deux composantes, l'émission thermique est modélisée par une loi d'émission de corps gris modifiée, $D_\nu \sim B_\nu(T)\nu^\alpha$, avec différentes émissivités α et différentes températures d'équilibre T .

La polarisation de la poussière

Jusqu'ici, les mesures de la polarisation de la poussière se sont principalement concentrées sur des régions spécifiques, à l'exception de l'expérience ballon Archeops (Benoît *et al.*, 2004), qui a dressé une carte de l'émission à 353 GHz sur une part significative du ciel, montrant une fraction de

polarisation moyenne de 4-5%, pouvant aller jusqu'à 10% dans certains nuages. Ces mesures sont en accord avec les prédictions de polarisation réalisées dans Fosalba *et al.* (2002); Draine et Fraisse (2009).

Par ailleurs, Draine et Fraisse (2009) ont montré que pour des mélanges particuliers de grains de poussières, la polarisation intrinsèque de leur émission globale peut varier significativement en fonction de la fréquence dans le domaine 100-800 GHz. Enfin, de la même façon que pour le synchrotron, la dépolarisation géométrique induite par l'intégration sur la ligne de visée conduit à des valeurs variables de la fraction de polarisation observées.

Émission anormale de la poussière

Un excès d'émission inattendu dans le domaine radio a été observé pour la première fois dans les données de l'expérience COBE (Kogut *et al.*, 1996) puis confirmé par d'autres observations indépendantes (Leitch *et al.*, 1997; de Oliveira-Costa *et al.*, 1997) et par l'analyse conjointe des données WMAP en température et en polarisation (Miville-Deschênes *et al.*, 2008; Ysard *et al.*, 2009).

Si cette émission anormale, qui pourrait contribuer significativement à l'émission galactique en intensité dans le domaine 10-30 GHz, ou même à des fréquences plus élevées dans certains nuages (Finkbeiner, 2004; de Oliveira-Costa *et al.*, 2004; Miville-Deschênes *et al.*, 2008), est interprétée comme l'émission rotationnelle des PAH (Draine et Lazarian, 1998), alors cette émission devrait être légèrement polarisée aux fréquences inférieures à 35 GHz (Battistelli *et al.*, 2006), et marginalement polarisée aux fréquences supérieures (Lazarian et Finkbeiner, 2003).

Il existe par ailleurs d'autres processus, comme le mécanisme magnéto-dipôle, susceptibles de produire une émission hautement polarisée, et donc de contribuer significativement à la polarisation de la poussière aux basses fréquences, même s'il reste sous-dominant en intensité (Lazarian et Finkbeiner, 2003).

2.2 Émission d'origine extragalactique

La section précédente a présenté plusieurs processus d'émission galactique. Des processus similaires prennent bien évidemment place dans les autres galaxies, mais les objets extragalactiques émettent également par une variété d'autres mécanismes, chacun d'eux ayant sa propre distribution spectrale d'énergie, et ses propres propriétés de polarisation. Nous consacrons cette section à donner un aperçu succinct de l'émission extragalactique avec une attention plus grande portée à l'effet Sunyaev-Zeldovich, qui revêt une importance particulière en cosmologie.

2.2.1 Sources ponctuelles extragalactiques

Les objets extragalactiques sont généralement suffisamment éloignés pour ne pas être résolus par les instruments CMB. La contribution de leur émission au signal de fluctuation se présente alors sous deux formes :

- Les sources les plus brillantes apportent une contribution individuelle qui peut être isolée.
- Les sources les moins brillantes (et les plus nombreuses) ne sont pas significatives individuellement, mais forment un fond dont les fluctuations contribuent au signal total.

Dans la présentation qui suit, nous ferons également une distinction entre les sources radio, brillantes dans la partie basse fréquence du spectre de mesure du fond diffus cosmologique (< 100 GHz), et les sources infrarouges dont le pic d'émission se situe à plus hautes fréquences.

Radio-sources

Les sources radio, telles que les noyaux actifs de galaxies (radio-galaxies, quasars, blazars), présentent une grande variété de lois d'émission. Ceci rend délicate l'extrapolation aux longueurs d'onde des observation CMB de leurs flux, généralement mesurés à des fréquences basses (< 20 GHz).

Des catalogues de radio-sources, pour certaines parties du ciel, sont disponibles aux fréquences de 4.85 GHz, 8.6 GHz, 20 GHz (Massardi *et al.*, 2008), 95 GHz (Sadler *et al.*, 2008). D'autres part l'expérience WMAP a établi un catalogue des radio-sources les plus brillantes aux fréquences CMB

sur la totalité du ciel (Wright *et al.*, 2009). Des mesures de polarisation sont aussi disponibles pour certaines sources.

Une prédiction des comptages de sources radio aux fréquences du CMB est présentée dans de Zotti *et al.* (2005).

Sources infrarouges et fond infrarouge

L'expérience IRAS (Beichman *et al.*, 1988) a permis d'obtenir un relevé complet des sources brillantes aux longueurs d'ondes comprises entre 12 et 100 μm . En revanche, peu de mesures sont disponibles entre 100 μm et 3 mm. L'extrapolation du flux observé dans les bandes IRAS aux fréquences CMB peut se baser sur la couleur observée dans ces bandes, mais reste toutefois très incertaine.

Enfin, l'émission dans l'infrarouge des galaxies lointaines forme un fond appelé fond d'émission infrarouge (CIB en anglais pour cosmic infrared background) détecté dans les données du satellite COBE (Puget *et al.*, 1996).

2.2.2 L'effet Sunyaev-Zel'dovich

Amas de galaxies

Les amas de galaxies constituent les plus grandes structures liées par la gravitation dans l'univers. Les galaxies qui les constituent sont baignées dans un gaz ténu et chaud (de l'ordre de 10 keV). Le rayonnement libre-libre intervenant dans ce gaz est observable dans le domaine des rayons X (Giacconi *et al.*, 1972). Des catalogues d'amas ont ainsi pu être établis par les satellites Rosat, Chandra ou XMM.

Le profil de densité électronique mesuré pour les amas observés par le satellite XMM peut être correctement ajusté par une généralisation du profil de densité NFW¹ (Navarro *et al.*, 1997) donnée par la formule analytique simple (Nagai *et al.*, 2007) :

$$\frac{P(r)}{P_{500}} = \frac{P_0}{x^\gamma (1 + x^\alpha)^{(\beta-\gamma)/\alpha}}$$

avec $x = r/r_s$, $r_s = r_{500}/c_{500}$.

Origine de l'effet Sunyaev-Zel'dovich

Lorsque les photons du fond diffus cosmologique traversent le gaz chaud des amas, ils interagissent avec les électrons énergétiques de ce gaz et absorbent une partie de leur énergie (diffusion Compton inverse). Cet effet produit une distorsion du spectre des photons diffusés.

On distingue généralement la distorsion liée à l'agitation thermique des électrons du gaz (effet SZ thermique), de celle liée au mouvement d'ensemble du gaz, due à la vitesse intrinsèque de l'amas dans le référentiel comobile de l'univers (effet SZ cinétique). Ces deux effets se distinguent par une signature spectrale différente. De plus l'effet thermique est nettement prédominant.

En notant $x = h\nu/kT_{\text{CMB}}$ la fréquence d'observation réduite, l'amplitude relative de l'effet SZ thermique à la fréquence ν s'écrit :

$$\frac{\Delta T_{\text{cmb}}}{T_{\text{cmb}}} = y \left[\frac{x(e^x + 1)}{e^x - 1} - 4 \right] \quad (2.11)$$

où y est le paramètre Compton, dépendant de la densité électronique n_e le long de la ligne de visée et de la température T_e du gaz d'électrons :

$$y = \int \frac{kT_e}{m_e c^2} n_e \sigma_T dl \quad (2.12)$$

σ_T désigne la section efficace de la diffusion Compton et m_e la masse de l'électron. Il est notable que la dépendance en fréquence de l'effet n'est pas liée aux caractéristiques de l'amas (ce n'est strictement vrai que tant que les électrons du gaz peuvent être traités du manière non relativiste).

1. Le profil original correspond à $\gamma = 1$, $\alpha = 1$ et $\beta = 3$.

De la même façon, l'amplitude de l'effet SZ cinétique est décrite par :

$$\frac{\Delta T_{\text{cmb}}}{T_{\text{cmb}}} = -\beta_r \tau \quad (2.13)$$

où $\beta_r = v_r/c$ caractérise la vitesse radiale de l'amas (comptée positive si l'amas s'éloigne de l'observateur), et τ est la profondeur optique sur la ligne de visée :

$$\tau = \int n_e \sigma_T dl. \quad (2.14)$$

Cet effet est indépendant de la fréquence, et donc difficile à distinguer du fond diffus cosmologique lui-même.

Effet Sunyaev-Zel'dovich polarisé

Lorsque le rayonnement incident sur l'amas n'est pas isotrope, l'effet Sunyaev-Zel'dovich acquiert une polarisation. Plusieurs phénomènes peuvent être à l'origine de l'effet (Sazonov et Sunyaev, 1999; Audit et Simmons, 1999; Seto et Pierpaoli, 2005). Les deux principaux sont le quadrupole local, c'est-à-dire l'anisotropie du rayonnement incident du fond diffus cosmologique à la position de l'amas, et la vitesse intrinsèque de l'amas. Cet effet est néanmoins faible relativement aux autres sources d'émission parasite polarisée, et sera négligé par la suite dans les études portant sur le signal de polarisation.

2.3 Discussion

Les deux sections précédentes ont pu donner un aperçu de la complexité de la contamination d'avant-plan, qui résulte de processus variés, ayant des caractéristiques très diverses. Une modélisation complète de ces différents processus, susceptible de prédire leur émission à une fréquence donnée avec la précision requise pour les soustraire des observations du CMB, est donc particulièrement difficile à obtenir. Des approches intermédiaires, fréquemment employées pour atténuer la contribution des avant-plans, s'appuient ainsi sur des modèles simplifiés (voir par exemple la production des cartes “foreground reduced” des données WMAP par Hinshaw *et al.* 2007).

L'objectif de la séparation de composantes est de séparer, dans les données elles-mêmes, la contribution des divers processus. Plusieurs approches sont employées pour obtenir cette séparation. L'une d'elle consiste à s'appuyer sur une modélisation *a priori* des avant-plans — par exemple les modèles simplifiés évoqués précédemment — en laissant éventuellement un grand nombre de degrés de liberté au modèle pour l'ajuster aux données de l'instrument (voir par exemple Dunkley *et al.* 2009b). Une autre approche est de tenter d'exploiter les différences de comportement entre les divers processus, sans autre *a priori* que l'existence de ces différences, pour obtenir leur séparation (on parlera de méthodes aveugles). Cette approche étant à la base de la méthode utilisée au chapitre 5, nous nous proposons en conclusion de ce chapitre de passer en revue les différences exploitables entre les processus évoqués, en insistant sur trois catégories :

- Différence de loi d'émission. Les expériences dédiées au fond diffus cosmologique effectuent leurs mesures dans plusieurs bandes de fréquences, précisément dans le but de séparer les processus ayant une loi d'émission différente de celle du corps noir à la température du CMB.
- Diversité spatiale. Les fluctuations du CMB constituent un processus stationnaire sur la sphère. Les propriétés de la plupart des autres processus, à l'exception des autres rayonnements de fond, varient en fonction de la position sur la sphère, et cette dépendance est susceptible d'être exploitée.
- Diversité spectrale. De manière duale à la diversité spatiale, les processus ont des différences de comportement dans le domaine spectral qui peuvent également être exploitées.

2.3.1 Diversité de loi d'émission

La figure 2.9 présente la contribution des différents processus aux fluctuations de température pour des échelles plus grandes qu'un degré, telle que prédite par la version 1.6.6 du PSM (voir

TABLE 2.2 – Diversité des lois d’émission des différents avant-plans.

Processus	Loi d’émission supposée	Qualité de l’approximation	Constance
CMB	corps noir à la température $T \sim 2.725$ K (dérivée pour les fluctuations)	exacte	oui
SZ thermique	indépendante de l’amas dans l’approximation non-relativiste et milieu optique mince	bonne approximation pour la plupart des amas	pratiquement
Bremsstrahlung	loi de puissance dans le domaine des fréquences CMB	bonne approximation	pratiquement
Synchrotron	loi de puissance	approximation	non
Poussière thermique	Loi de puissance / corps gris	approximation	non
Poussière anormale	spécifique	méconnue	non
Sources ponctuelles	spécifique à chaque source		non

chapitre 3). Il est visible que la diversité des lois d’émission *moyennes* est grande et que tous les processus (à l’exception de certaines sources d’anisotropies secondaires non représentées) sont susceptibles d’être distingués du CMB de cette façon.

Nous avons regroupé dans la table 2.2 l’ensemble des lois d’émission attendues pour les principaux processus présentés, en les classant en deux catégories, suivant que leur loi d’émission est constante et parfaitement connue ou non. Bien qu’il n’y ait pas de dégénérescence importante des lois d’émission (à l’exception du SZ cinétique qui se confond avec le fond diffus cosmologique), seuls le CMB et l’effet SZ (ainsi que dans une moindre mesure le rayonnement de freinage) ont une loi d’émission bien définie et constante sur le ciel. Il n’est donc pas possible d’obtenir une séparation parfaite uniquement sur ce critère avec un nombre fini de fréquences d’observation.

2.3.2 Diversité spatiale

Notre position excentrée dans la galaxie et une certaine concentration du milieu interstellaire dans le disque rendent les processus d’émission d’origine galactique particulièrement anisotropes sur le ciel. Ainsi, la profondeur optique de ces processus décroît fortement lorsque l’on s’éloigne du centre galactique, notamment en latitude (car l’épaisseur du disque est réduite). L’émission des processus d’origine extragalactique est au contraire particulièrement uniforme sur le ciel.

La manière la plus simple d’exploiter cette propriété est de masquer l’émission dans le plan galactique pour se concentrer sur l’analyse des données à haute latitude galactique nettement moins contaminées. Il est toutefois possible d’exploiter plus avant cette différence de comportement par exemple pour reconstruire le CMB dans le plan galactique. Il est également envisageable d’exploiter cette propriété pour distinguer plusieurs types d’émission (par exemple le CIB de l’émission diffuse galactique).

Le cas des sources ponctuelles est par ailleurs particulier, car on peut, dans une certaine mesure, considérer que la forme spatiale du signal est parfaitement connue (et correspond à la réponse impulsionnelle de l’instrument). Cette caractéristique est bien entendu exploitée pour leur séparation (voir chapitre 6). Dans une moindre mesure, il est également possible d’étendre cette démarche pour extraire des objets légèrement étendus, tels que les amas de galaxies.

2.3.3 Diversité spectrale

Enfin, il est naturel d’étudier le CMB, très bien modélisé comme un processus gaussien stationnaire sur l’ensemble du ciel, dans le domaine spectral. Le spectre de puissance angulaire des anisotropies de température et de polarisation est caractéristique et encode la majorité de l’information cosmologique. La contamination dans ce domaine est illustrée par la figure 2.10 qui présente le spectre empirique des différents avant-plans à la fréquence de 100 GHz. Cette fréquence est proche

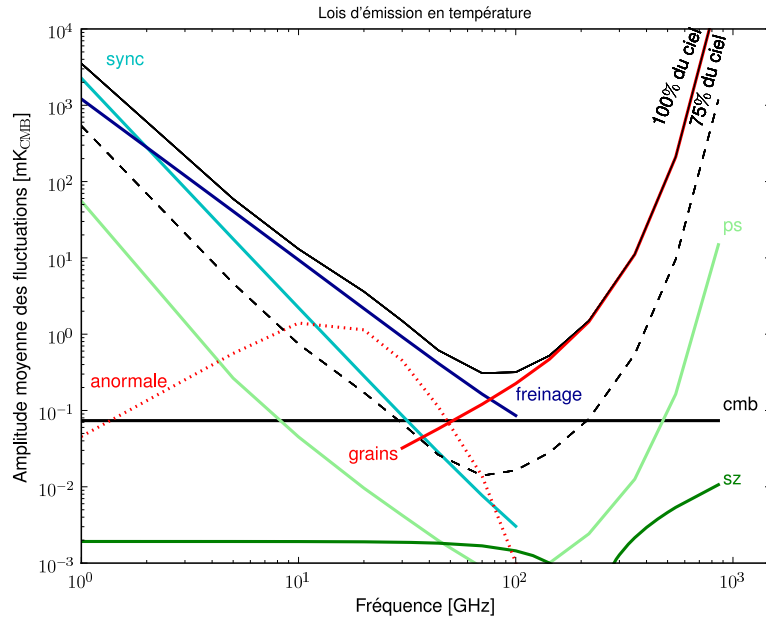


FIGURE 2.9 – Contribution, en fonction de la fréquence, des différents processus aux fluctuations de température à une résolution de 1 degré. L'estimation a été obtenue sur des cartes du PSM (1.6.6) en utilisant les modèles *mamd2008*, *psm_ps_multifreq* et *dmb_2001* pour les composantes galactiques, les sources ponctuelles et le SZ respectivement (voir chapitre 3). Le niveau du CMB a été calculé pour le meilleur ajustement du modèle Λ -CDM aux données WMAP.

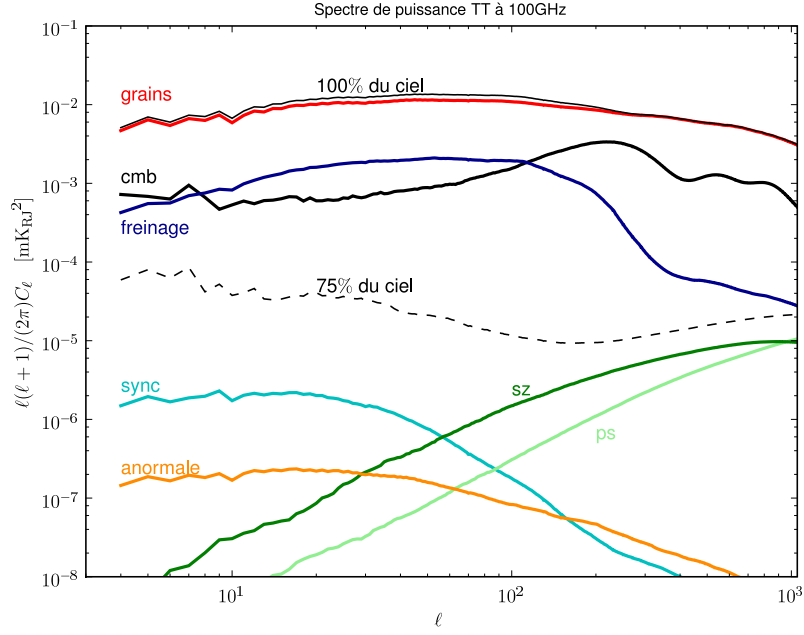


FIGURE 2.10 – Spectre de puissance angulaire de l’émission en température des différents avant-plans à 100 GHz. Les spectres ont été calculés sur la totalité du ciel, tels que modélisés par le PSM. La ligne discontinue montre le niveau de la contamination en dehors du masque Kp0 couvrant 25% du ciel.

d’un minimum de contamination de l’émission du fond diffus cosmologique par les avant-plans (voir fig. 2.9).

La contamination à grande échelle est largement dominée par les émissions diffuses du milieu interstellaire galactique. Le spectre des avant-plans galactiques est notablement plus raide que celui du CMB avec une décroissance à petite échelle comme $\ell^{-\alpha}$ pour $\alpha \gtrsim 3$. La contamination aux petites échelles (inférieures au degré) devient au contraire dominée par les sources ponctuelles (dont le spectre est approximativement invariant avec l’échelle) et dans une moindre mesure, par l’effet Sunyaev-Zel’dovich.

Signalons en outre que les processus non stationnaires, tels que les émissions galactiques, ou spatialement localisés, tels que l’émission des sources ponctuelles, ne sont pas très bien représentés dans l’espace des harmoniques sphériques et se prêtent mieux à une représentation dans un espace d’ondelettes, localisée à la fois dans le domaine spatial et spectral. Par ailleurs, les fluctuations des avant-plans ont une distribution fortement non-gaussienne, et l’information contenue dans les moments d’ordres supérieurs peut également être exploitée pour obtenir une séparation.

2.3.4 Remarque

Rappelons enfin qu’une composante importante des observations est constituée par le bruit instrumental, qui se superpose au signal astrophysique, et doit être prise en compte par les méthodes de séparation de composantes. Le bruit instrumental des expériences CMB est généralement bien représenté au premier ordre par un bruit blanc, auquel se superpose un bruit corrélé à basse fréquence qui peut être atténué par les méthodes de fabrication de cartes. La contribution du bruit est donc généralement faible aux grandes échelles angulaires et devient dominante aux plus petites échelles.

Deuxième partie

Réalisations

Chapitre 3

Modélisation de l'émission millimétrique

Sommaire

3.1	Motivations	48
3.1.1	Applications scientifiques	48
3.1.2	Contraintes	49
3.2	Conception et mise en oeuvre du PSM	50
3.2.1	Séparation du modèle et des observations.	51
3.2.2	Manipulation des données	52
3.2.3	Organisation du code	54
3.3	Revue des modèles disponibles	54
3.3.1	CMB	54
3.3.2	Anisotropies secondaires	56
3.3.3	Émission galactique	57
3.3.4	Sources ponctuelles	68
3.3.5	Effet Sunyaev-Zel'dovich	73
3.3.6	Composantes à l'intersection de plusieurs modèles	75
3.4	Perspectives	77
3.5	Conclusion	78

Comme développé dans le chapitre précédent, l'émission dans le domaine de fréquences comprises entre 10 et 1000 GHz résulte de la contribution de nombreux processus. Dans le cadre de la préparation de la mission PLANCK, le groupe de travail affecté à la séparation de composantes a initié le développement du PLANCK Sky Model (PSM), un outil cohérent de modélisation de l'émission du ciel dans son intégralité. Au-delà de l'intérêt qu'elle présente pour la séparation de composante et le CMB, cette réalisation est susceptible de bénéficier à la connaissance de l'ensemble des processus d'émission en fournissant un cadre pour la modélisation des données des expériences passées et à venir dans cette gamme de fréquence.

Dans ce chapitre, nous décrivons le travail effectué pour collecter et assembler les différents modèles des processus individuels. Le PSM est désormais en constante évolution, mais maintient une politique de gestion des numéros de version du code et des données ancillaires de manière à assurer la reproductibilité des simulations effectuées à un instant donné. Ce qui suit se réfère au statut actuel de la dernière version stable numérotée 1.6.6. La première section introduit le contexte et les motivations du développement du PSM. La deuxième section décrit l'architecture logicielle mise en place tandis que les modèles de l'émission du ciel sont détaillés dans la troisième section. La dernière section offre un aperçu des développements en cours, futurs, envisagés ou possibles.

3.1 Motivations

Le développement du PSM poursuit plusieurs objectifs complémentaires. Pour l'activité de séparation de composantes au sein de la communauté PLANCK, la motivation majeure a été d'obtenir des simulations des données de l'expérience suffisamment complètes et réalistes pour pouvoir être utilisées comme jeux de données de test pour les méthodes de traitement. L'analyse de la précédente génération d'expériences de mesure des fluctuations du fond diffus cosmologique avait, de façon similaire, motivé l'émergence de simulations complètes de l'émission du ciel aux longueurs d'ondes millimétriques (par exemple Jaffe *et al.* 1999).

Le développement séparé de modèles dédiés à chaque processus, qui préexistait à la mise en place du PSM, présente un certain nombre de limitations lorsque l'on s'intéresse à l'émission totale. L'agrégation des différents modèles est longue et délicate, les sources d'erreurs sont multipliées, la validation de la simulation est plus complexe et doit être refaite à chaque nouvelle réalisation. À long terme, des problèmes apparaissent, comme la difficulté de reproduire les simulations et le manque de traçabilité du travail effectué. D'un point de vue physique, certains choix de modélisation, comme par exemple le choix d'une cosmologie particulière, peuvent être incohérents d'un processus à l'autre. Certains processus, à la frontière de plusieurs disciplines, peuvent également se trouver partiellement ou plusieurs fois pris en compte dans différents modèles. Enfin, remarquons que les données disponibles renseignent rarement sur un processus isolé, mais généralement sur la somme de plusieurs processus. Leur exploitation et le travail de modélisation est donc facilité dans le cadre d'une modélisation globale.

La mise en place d'un outil de modélisation complet de l'émission du ciel comme un tout cohérent et flexible se justifie donc tant d'un point de vue physique que d'un point de vue pratique. Cet effort a pour but d'éviter de dupliquer le travail et de faciliter sa validation comme son utilisation. Dans ce qui suit, nous dressons une liste, non exhaustive, de la variété des applications envisagées du PSM, pour illustrer ensuite les critères qui ont guidé sa conception pour en faire un outil utile.

3.1.1 Applications scientifiques

Séparation de composantes

Le premier champ d'application des simulations et des prédictions du PSM est, du moins historiquement, le développement de méthodes de séparation de composantes pour PLANCK. Rappelons que, contrairement aux expériences précédentes, la contamination due au bruit instrumental de PLANCK devrait être inférieure à la contamination astrophysique pour le signal de température sur pratiquement la totalité du ciel. La réduction de cette contamination est donc particulièrement critique.

La réduction de l'impact des avant-plans sur la mesure des fluctuations du CMB peut être envisagée de deux manières différentes. La première est de soustraire du mieux possible une estimation de la contribution des avant-plans connus du signal. C'est par exemple l'approche suivie pour la mesure du spectre des fluctuations dans WMAP (Hinshaw *et al.*, 2007; Nolta *et al.*, 2009), réalisée à partir des cartes dites "foreground cleaned" (littéralement "nettoyées des avant-plans"). À cette fin, un modèle cohérent, capable de reproduire aussi précisément que possible la contribution de l'ensemble des processus aux fréquences d'observation doit être mis en place. Il s'agit de l'un des objectifs du PSM.

La seconde approche, favorisée par la grande couverture spectrale de PLANCK et par les exigences en terme de précision de la soustraction, consiste à employer des méthodes statistiques pour identifier et séparer les différentes composantes à partir des données elles-mêmes. La production de jeux de données réalistes par le PSM permet l'évaluation des différentes méthodes de séparation de composantes.

D'autre part, certaines méthodes reposent sur une modélisation particulière de l'émission. Par exemple, elles peuvent présupposer la connaissance des composantes présentes et faire des hypothèses sur les lois d'émissions de ces composantes. Il est nécessaire d'évaluer la robustesse de ces méthodes vis à vis des écarts entre leur modèle et la réalité. La possibilité de faire varier les modèles utilisés sur des simulations permettrait d'évaluer en partie l'impact l'erreur de modélisation sur le résultat.

Enfin, l'utilisation de simulations Monte Carlo est également, pour certaines méthodes, un moyen (éventuellement le seul) de les caractériser complètement. Un exemple courant est la méthode dite

ILC (pour Internal Linear Combination) particulièrement simple, car ne nécessitant aucune modélisation des processus. Elle est en contrepartie affectée d'un biais systématique lié à l'utilisation des statistiques empiriques (voir Delabrouille *et al.* 2009), et ne permet pas d'évaluer la contamination résiduelle de la carte produite. Le biais comme les erreurs dues à la contamination résiduelle peuvent en revanche être évalués sur des réalisations Monte Carlo du ciel.

Au-delà du champ de la séparation de composantes diffuses, le PSM peut également être utilisé pour développer des outils d'analyse spécifiques à certains objectifs scientifiques, tels que : les tests de gaussiannité, la détection d'amas par effet SZ, l'extraction de catalogues de sources ponctuelles, etc ...

Conception d'expériences

De manière plus générale, le PSM s'inscrit comme le point de départ d'un outil de simulation de l'ensemble de la mission PLANCK. Cet outil de simulation peut être utilisé pour étudier toutes les étapes du pipeline d'analyse de données : calibration et nettoyage des données, fabrication de cartes, séparation de composantes puis analyse scientifique des produits. De cette façon, des études Monte Carlo peuvent être utilisées pour étudier la distribution des erreurs à la sortie du pipeline d'analyse de données.

Le PSM est également apte à délivrer notre meilleure prédiction de ce que PLANCK devrait mesurer. En ce sens il permet d'effectuer une vérification rapide des mesures de PLANCK en temps réel, de manière à s'assurer du bon fonctionnement de l'expérience.

Enfin, la séparation des différentes composantes constitutives de l'émission totale est un préalable nécessaire à la plupart des analyses scientifiques de tout type de données CMB. En conséquence, la possibilité de mener à bien la séparation influe sur la conception des expériences, notamment sur leur couverture spectrale, et la sensibilité affectée aux différents canaux. En ce sens, le PSM peut être utilisé pour la conception d'expériences futures. Le chapitre 5 utilise par exemple le PSM pour obtenir une prédiction des performances de différentes versions de la future sonde EPIC dédiée à la détection des modes B du CMB.

Modélisation

Enfin, le PSM peut être vu comme un outil de modélisation. Il simplifie le développement de nouveaux modèles et permet d'isoler un processus particulier dans un jeu de données en fournissant une modélisation complémentaire pour les autres processus présents. Il met également à disposition un moyen simple de vérifier la compatibilité de différents modèles avec les observations existantes. Lorsque les données PLANCK seront disponibles, l'outil permettra donc à la fois de faciliter l'exploitation des données pour la contrainte et le développement de nouveaux modèles, et de concevoir des tests statistiques permettant de décider quel modèle représente le mieux les observations.

3.1.2 Contraintes

Résumons ici l'ensemble des contraintes qui doivent être satisfaites pour faire du PSM un outil répondant à l'ensemble des objectifs cités.

Premièrement, il est possible de distinguer, parmi les différentes applications énumérées précédemment, deux besoins relativement différents. Une première classe d'applications, comme par exemple les besoins de calibration ou de vérification des instruments ou encore la soustraction des contributions prédites de certaines composantes pour isoler une composante des observations, requiert un modèle apte à prédire le plus précisément possible l'émission réelle du ciel aux fréquences observées. Un critère de qualité envisageable pour qualifier un modèle pour ce type d'applications serait par exemple de minimiser l'erreur quadratique moyenne entre le ciel prédit et le ciel réel. Il est clair que pour ce type d'application, il n'est guère possible de faire mieux que d'extrapoler, aux fréquences voulues, les observations obtenues à d'autres fréquences. Cet exercice est donc nécessairement limité, entre autre, par la qualité des données déjà disponibles.

Pour une seconde classe d'applications, qui inclut tous les tests des méthodes de séparation de composantes et des méthodes d'analyse statistique au sens large, ainsi que toutes les études impliquant des simulations de type Monte Carlo, la correspondance stricte du modèle au ciel réel n'est pas

requis. Le critère important est que les propriétés statistiques et qualitatives des différentes composantes soient correctement reproduites. La définition de ces propriétés statistiques n'est toutefois pas claire pour toutes les composantes. Les composantes correctement décrites par un champ stationnaire tel que le fond diffus cosmologique peuvent recevoir une description statistique rigoureuse. De même, les populations d'objets compacts, tels que les amas de galaxies et les sources ponctuelles extragalactiques, sont, dans une certaine mesure, correctement décrites par leur fonction de distribution, et un certain nombre d'études (comme par exemple la comparaison des algorithmes de détection, voir chapitre 6) peuvent être conduites dès lors que celle-ci est correcte. Les émissions d'origine galactique en revanche se prêtent difficilement à un traitement statistique. On peut néanmoins distinguer certains paramètres d'importance, tels que le niveau d'émission et la dispersion de la loi d'émission, et supposer que les résultats dérivés seront corrects dès lors que ces paramètres sont correctement reproduits par le modèle. Les spécificités propres à chaque composante seront traitées en section 3.3.

D'autre part, le PSM devrait laisser une certaine liberté dans le choix de la modélisation d'un processus donné. C'est en effet nécessaire si l'on souhaite utiliser le PSM comme un outil permettant le test de modèles par comparaison avec diverses observations. De même l'investigation d'un sujet spécifique peut requérir l'utilisation d'un modèle plus particulier. Enfin la possibilité de faire varier le modèle de l'émission permettra en partie d'estimer l'impact de l'erreur de modélisation pour diverses applications. La modélisation du ciel dans le PSM doit donc être autant que possible modulaire et proposer des sous-modèles alternatifs.

Par ailleurs, pour que les simulations du PSM soient utilisables directement pour une grande partie des applications, il est souhaitable que l'outil soit en mesure de fournir des réalisations factices d'observations du ciel par un instrument idéalisé. Il est donc nécessaire de développer des outils pour simuler, au moins grossièrement, les principaux effets instrumentaux.

Le développement du PSM étant amené à se poursuivre sur un laps de temps conséquent au fur et à mesure de l'acquisition de nouvelles données, et l'utilisation du code dans des domaines critiques comme la validation des instruments ou des pipelines de traitement de données étant envisagée, il est nécessaire d'assurer la reproductibilité des simulations effectuées à un instant donné.

Enfin la diversité des applications envisagées fait peser sur le PSM un certain nombre de contraintes techniques.

- L'utilisation d'IDL est préférée du fait de sa popularité au sein de la communauté astrophysique, tant pour assurer la diffusion du PSM, que pour permettre une intégration facilitée des codes existants et de nouveaux modèles. En contrepartie, les performances numériques de l'implémentation du PSM souffriront des insuffisances du langage, en terme de gestion des ressources mémoires notamment. L'obtention des licences peut également constituer une limitation lors d'utilisation parallèle du code dans le cadre d'études Monte Carlo.
- La réalisation de simulations de l'émission du ciel entier à des résolutions importantes telles que celles des instruments de PLANCK peut nécessiter des ressources de calcul importantes. Notamment, les données ancillaires des modèles doivent être fournies à la résolution la plus élevée possible ce qui peut représenter un coût de stockage important. Néanmoins, il est souhaitable que le PSM reste utilisable pour des applications plus spécifiques et plus modestes en terme de ressources de calcul.
- Son intégration au sein de pipelines de simulation et de traitement de données doit être aisée.
- Enfin, l'architecture devrait autant que possible faciliter l'exploitation de machines de calcul parallèle, pour les applications Monte Carlo ou à haute résolution.

3.2 Conception et mise en oeuvre du PSM

La modélisation de l'émission millimétrique du ciel dans le PSM est divisée en quatre grandes composantes, le CMB, l'émission galactique diffuse, l'émission des objets compacts (incluant le fond diffus de sources infrarouges), et les effets Sunyaev-Zel'dovich dans les amas de galaxies. Ces composantes sont supposées suffisamment peu liées pour faire l'objet d'une modélisation séparée. En pratique, la séparation n'est jamais si claire et la cohérence entre les différents modèles doit être vérifiée.

Nous avons choisi de classer les modèles suivant la distinction établie à la section précédente,

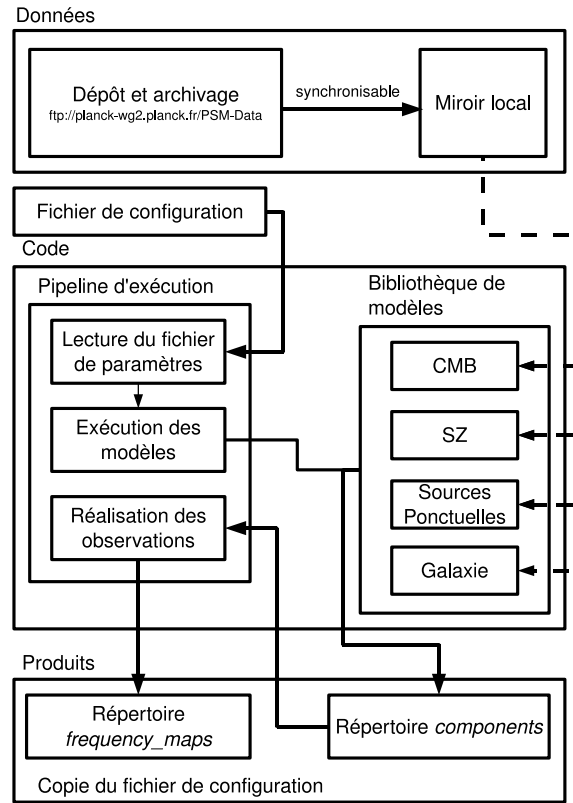


FIGURE 3.1 – Architecture et fonctionnement du PSM.

qui sépare les applications nécessitant une prédiction du ciel réel, et les applications nécessitant une réalisation aléatoire d'un ciel plausible. Le PSM peut donc être utilisé dans deux modes différents, nommés respectivement prédicteur et simulateur. D'un point de vue architectural, les modèles du mode prédicteur se distinguent car ils n'utilisent pas le générateur de nombres aléatoires.

Le développement du PSM est le fruit d'un travail collaboratif. Notre contribution à sa mise en œuvre s'articule autour de trois tâches principales :

- le développement de l'architecture et d'une suite de servitudes,
- l'intégration et la validation de modèles existants,
- l'amélioration et le développement de plusieurs modèles.

Nous nous concentrons ici sur le développement de l'architecture. La section suivante offrira une revue des modèles intégrés dans la version 1.6.6 du PSM, dont la table 3.1 offre un résumé succinct. Les différents modèles y sont repérés par un nom unique, qui permet de sélectionner le modèle dans le fichier de configuration du PSM.

L'architecture générale du PSM est illustrée par la figure 3.1.

3.2.1 Séparation du modèle et des observations.

Lors de la conception du PSM, nous avons choisi de séparer de manière effective, le calcul des modèles de la réalisation des observations. Les modèles fournissent une représentation idéalisée de l'émission de chaque composante. Pour une grande quantité d'applications, cette information n'est utile que sous la forme de simulations de l'observation d'une ou plusieurs expériences. La réalisation de ces observations est prise en charge par un module du PSM, qui "observe" les données fournies par les modèles dans un format attendu.

Cette séparation est doublement utile. Elle permet d'une part de décharger l'auteur d'un modèle de la nécessité de fournir des données sous la forme attendue, et d'autre part elle permet d'implémenter de façon générique (valable pour tous les modèles) et optimale (en minimisant le temps de calcul) la coaddition des différentes contributions, ainsi qu'une variété d'effets instrumentaux.

Produits d'un modèle Dans la version actuelle du PSM (1.6.6), les données calculées par un modèle peuvent être délivrées (selon les besoins) sous les formes suivantes :

- Une carte valable pour toutes les fréquences. Cette possibilité concerne les composantes possédant une loi d'émission triviale, telle que le fond diffus cosmologique ou les effets Sunyaev-Zel'dovich.
- Une carte pour chaque fréquence demandée lorsque la loi d'émission ne peut pas être dissociée simplement du modèle.
- Un catalogue, représentant mieux les objets compacts (amas, sources ponctuelles) qu'une carte.
- D'autres données ancillaires utiles à l'interprétation ultérieure des simulations (par exemple le spectre de puissance angulaire des fluctuations du fond diffus cosmologique utilisé dans les simulations).

Observation du modèle La production des “observations” de l'émission du ciel à partir de ces données prend en compte les effets instrumentaux. La liste des effets gérés par la version 1.6.6 du PSM est restreinte au minimum et comprend une réponse instrumentale idéalisée par un lobe gaussien, ainsi qu'un bruit instrumental décorrélé de pixel à pixel (mais éventuellement non stationnaire). La largeur à mi-hauteur du lobe gaussien utilisé définit ce que nous nommerons par la suite la résolution de la carte d'observation.

Il est possible de modifier ensuite les cartes d'observations pour incorporer des effets instrumentaux plus réalistes. Par exemple une réponse instrumentale axisymétrique mais non gaussienne peut être simulée par convolution de la carte fournie par le PSM avec le rapport des réponses instrumentales réelle et idéale. De même, l'intégration de l'émission du ciel dans la bande spectrale de l'instrument peut être réalisée en utilisant plusieurs cartes d'observations du PSM à différentes fréquences dans la bande. Néanmoins, ces effets sont pris en compte, à l'heure actuelle, à l'extérieur du PSM. Cette situation devrait évoluer avec les versions futures du PSM.

Lecture des paramètres L'ensemble des paramètres définissant une simulation est regroupé au sein d'un unique fichier texte, appelé fichier de configuration du PSM. Ceci permet, entre autre, d'assurer que les paramètres utilisés par tous les éléments de la simulation sont bien cohérents. Par exemple, les paramètres cosmologiques sont définis une seule fois, de même que la résolution et l'unité des cartes de sortie. La définition des paramètres dans le fichier est faite au format “paramètre = valeur(s)”. Ce fonctionnement facilite également l'intégration du PSM au sein des pipelines de traitement ou de simulation de données (génération automatique simple du fichier de paramètres).

Les informations passées au logiciel par l'intermédiaire du fichier de paramètres sont les suivantes :

- Mode de fonctionnement du PSM (prédiction ou simulation, graine du générateur de nombre aléatoire le cas échéant, répertoire de sortie, et format des sorties).
- Paramètres cosmologiques.
- Définition des modèles utilisés pour chaque composante (voir table 3.1).
- Paramètres de ces modèles.
- Paramètres des observations (fréquences d'observations, résolutions, inclusion du bruit instrumental, etc...).

Certains paramètres sont définis avec des valeurs par défaut. Par ailleurs des fichiers de configuration sont fournis à titre d'exemple avec la distribution du code.

Enfin, l'ensemble des paramètres utilisés pour une simulation est recopié dans un fichier dans le répertoire de sortie du PSM. Ce fichier peut servir de référence et est directement lisible par le PSM de façon à assurer la reproductibilité des simulations.

3.2.2 Manipulation des données

L'organisation et la manipulation des données dans le PSM ont été quelque peu formalisées dans le triple but de limiter les sources d'erreurs, de faciliter le développement et d'assurer une certaine traçabilité des données produites. Un objectif supplémentaire est de faciliter l'utilisation du PSM au sein de pipelines plus complets en disposant d'entrées et de sorties localisées.

Format de données Le format des cartes manipulées par le PSM a été normalisé de manière à permettre l'automatisation de plusieurs tâches fastidieuses et sources d'erreurs fréquentes. Les

cartes du ciel sont produites dans la pixelisation HEALPix, et écrites au format FITS. L'en-tête des cartes est enrichi des informations suivantes :

- Numéro de version du PSM (mot-clé PSM_VERS).
- Résolution du signal contenu dans la carte (mot-clé BEAM). La valeur de ce paramètre correspond à la largeur à mi-hauteur en arcminute d'un lobe instrumental de forme gaussienne.
- Unité physique (mot-clé standard TUNIT) au format reconnu par le PSM (voir le paragraphe suivant).
- Fréquence en GHz (mot-clé FREQ) si nécessaire pour interpréter l'unité.
- Liste des composantes (mot-clé CMPNAM1, ... CMPNAMn) incluses dans la carte.
- Nom du modèle utilisé pour chaque composante (mot-clé MODEL1, ... MODELn).

Ces informations sont, entre autre, exploitées par les fonctions de manipulation automatique des cartes, implémentant des opérations basiques telles que le changement de résolution et l'addition de cartes, et sont donc impérativement tenues à jour. Elles peuvent servir de référence le cas échéant.

Unités Une dénomination particulière a été établie pour les unités fréquemment utilisées par le PSM. Nous en donnons ici la liste et leur signification physique. Le lecteur pourra par ailleurs se reporter à l'annexe B sur le sujet :

- W/m²/sr/Hz : intensité spécifique dans les unités SI.
- Jy/sr : intensité spécifique en Jansky/stéradian.
- K_RJ : température d'antenne exprimée en Kelvin.
- K_CMB : écart à la température moyenne du fond diffus cosmologique en Kelvin.
- K/KCMB : écart relatif à la température moyenne du fond diffus cosmologique.
- y_sz : paramètre Compton.
- taubeta2 : profondeur optique de l'effet SZ cinétique polarisé (profondeur optique de l'effet SZ multipliée par le carré de la vitesse transverse de l'amas).

Ces unités peuvent recevoir un préfixe multiplicatif : n, u, m, k, M, G pour nano, micro, milli, kilo, méga et Giga respectivement.

Des fonctions de conversion de ces unités ont été développées de manière à faciliter et homogénéiser (utilisation des mêmes constantes notamment) la manipulation des unités au sein du PSM.

Organisation des données ancillaires Les différents modèles de l'émission du ciel s'appuient sur un vaste éventail de données ancillaires, provenant d'observations ou de modèles extérieurs au PSM. L'organisation de ces données répond essentiellement à deux impératifs distincts : assurer la traçabilité et la reproductibilité des simulations d'une part, et d'autre part, limiter au minimum la quantité de données à acquérir pour que le PSM soit utilisable. Ce double objectif est atteint par le maintien au sein du code d'un listing des données nécessaires à chaque version du PSM. Ce listing classe les données par composantes et en 3 catégories nommées light, heavy et full. La catégorie light englobe les données absolument indispensables à l'exécution d'au moins un modèle pour chaque composante. La catégorie heavy inclut les données nécessaires à tous les modèles, en évitant les données redondantes (comme par exemple plusieurs réalisations d'un même modèle). La catégorie full, enfin, englobe la totalité des données.

Les données sont stockées sur un serveur FTP et un outil basé sur le système de construction Make permet d'analyser le fichier de listing pour synchroniser un miroir local partiel avec les données du serveur. Une distinction est par ailleurs faite entre les données ancillaires qui sont constituées uniquement de données traitées, et les données intermédiaires issues d'une modélisation amont, mais dont la génération à chaque simulation serait trop coûteuse.

Organisation des fichiers de sortie Le PSM écrit les résultats de la modélisation dans un répertoire organisé en sous répertoires dédiés à chaque composante. De plus, les observations factices sont écrites (optionnellement) dans un répertoire séparé. Enfin, comme signalé précédemment, un fichier de configuration contenant la totalité des paramètres utilisés est généré dans le répertoire de sortie pour servir de référence ultérieure.

3.2.3 Organisation du code

Enfin, terminons cette présentation de l'architecture par quelques détails sur le code lui-même. Un programme principal se charge de l'initialisation, de la lecture du fichier de paramètres, de l'exécution des modèles et de l'exécution du code réalisant les observations. Il existe deux versions de ce programme principal. La première exécute l'ensemble des tâches de façon séquentielle, tandis que la seconde, développée principalement par Maude Le Jeune et destinée aux architectures à mémoire partagée, exécute les tâches en parallèle.

Signalons pour finir, l'existence d'un certain nombre de servitudes, facilitant ou sécurisant le développement de modèles cohérents :

- Fonctions de conversion d'unités.
- Génération de nombres aléatoires. L'utilisation de nombres pseudo-aléatoires a été une source d'erreurs par le passé, lorsque des simulations indépendantes étaient réalisées en utilisant la même graine. Le PSM distribue les graines aux modèles de façon robuste de manière à éviter l'apparition de corrélations fortuites entre des processus normalement indépendants. Par ailleurs, la gestion des graines permet une reproduction à l'identique des simulations.
- Noms de fichiers temporaires. Le PSM fournit des noms de fichiers temporaires adaptés à diverses architectures de manière à éviter des conflits internes entre les modèles.
- Tests automatiques. Une infrastructure de validation automatique a été développée, principalement par Maude Le Jeune et Fabrice Dodu. Celle-ci permet de tester l'ensemble des modèles disponibles et de produire des rapports de validation.
- Documentation automatique. Une documentation automatique générée à partir des commentaires du code est également disponible.

3.3 Revue des modèles disponibles

Après notre présentation succincte de l'architecture générale du PSM, nous consacrons cette section à la présentation détaillée des modèles d'émission intégrés (ou développés) dans le PSM. De la même façon que dans le code, nous avons séparé cette présentation en quatre composantes, le CMB, l'émission galactique, les sources ponctuelles et l'effet Sunyaev-Zel'dovich. Une cinquième sous-section est consacrée aux processus dont la modélisation emprunte à plusieurs de ces catégories.

3.3.1 CMB

Le fond diffus cosmologique est entièrement décrit par la carte de température de ses anisotropies $\Delta T(\theta, \phi)$, et de sa polarisation associée $Q(\theta, \phi)$ et $U(\theta, \phi)$. Sa loi en fréquence $A(\nu)$ est la dérivée en température du spectre d'un corps noir parfait. Dans la version présente, aucun modèle ne traite de petites corrections de la loi d'émission dues à des effets d'ordre supérieur ou à des processus chimiques.

De manière à permettre l'emploi d'une large variété de modèles pour le CMB, nous avons intégré au sein du PSM l'utilisation d'outils classiques de simulation tel CAMB et SYNFAST. Dans le modèle le plus simple, les fluctuations du CMB sont ainsi modélisées par un processus aléatoire stationnaire dont la distribution est gaussienne, et donc entièrement déterminée par le spectre de puissance C_ℓ . Nous avons également développé la possibilité de contraindre les réalisations de ce processus par la connaissance de mesures telles celles effectuées par WMAP. Un certain nombre de réalisations non-gaussiennes du fond diffus cosmologique ont par ailleurs été mises à disposition de la communauté PLANCK par Liguori *et al.* (2003). Nous avons implémenté au sein de PSM la possibilité d'utiliser ces réalisations pour simuler la présence de non gaussianités dans le CMB à un niveau défini par le paramètre f_{NL} . Enfin, une interface particulière du code **LensPix** a été développée pour le PSM par Sam Leach, pour permettre la réalisation de simulations affectées par l'effet de lentille.

Mesure du fond diffus cosmologique

La meilleure mesure des fluctuations du fond diffus cosmologique sur l'ensemble du ciel est celle fournie par le satellite WMAP. Il n'est pas possible d'aller plus loin dans la prédiction de la carte

des fluctuations que ce qui a été mesuré, le PSM dans son mode prédicteur (modèle `wmap_3yr_ilc`) renvoie donc la carte obtenue par l'application de la méthode de combinaison linéaire interne (ILC) aux données WMAP 3 ans (Hinshaw *et al.*, 2007). Cette carte présente l'intérêt d'être peu bruitée, mais sa résolution est, en contrepartie, relativement faible (1°).

CMB gaussien

Des réalisations gaussiennes peuvent être obtenues aisément à partir d'un ensemble de C_ℓ , via l'outil SYNFAST du paquet HEALPix (Górski *et al.*, 2005). Les modèles de CMB gaussien utilisent cet outil, en prenant pour C_ℓ un spectre de puissance généré par l'outil CAMB¹ (modèle `gaussian_cosmo`) ou extérieur (modèle `gaussian_cl`). Par défaut, le spectre de puissance ou les paramètres cosmologiques utilisés correspondent au meilleur ajustement du modèle Λ -CDM aux données WMAP.

Dans l'objectif de reproduire les points chauds et froids des observations WMAP par exemple, il est également possible de contraindre la phase de ces réalisations en utilisant un jeu de paramètres supplémentaires composé :

- d'une carte d'observations ;
- accompagnée de sa résolution effective décrite par un spectre B_ℓ ;
- et de son bruit, décrit par un spectre de puissance N_ℓ .

En supposant que chaque coefficient du développement en harmoniques sphériques des fluctuations de température $a_{\ell m}^T$ est mesuré avec une erreur $n_{\ell m}$, et en ignorant la corrélation des erreurs pour différents (ℓ, m) , on génère indépendamment chaque mode de la carte. Les coefficients multipolaires $\hat{a}_{\ell m}^T$ de la carte observées sont donnés par :

$$\hat{a}_{\ell m}^T = B_\ell a_{\ell m}^T + n_{\ell m} \quad (3.1)$$

où $a_{\ell m}^T$ et $n_{\ell m}$ sont des variables gaussiennes centrées et indépendantes de variances respectives C_ℓ^{TT} et N_ℓ . B_ℓ représente la réponse instrumentale, supposée symétrique, dans l'espace des harmoniques.

Si $(X, Y)^t$ est un vecteur aléatoire bidimensionnel de moyenne $(0, 0)$ et de matrice de covariance

$$\begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix},$$

alors la loi conditionnelle de X sachant Y est gaussienne, de moyenne m et de variance σ^2 données par :

$$m = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2} Y$$

et

$$\sigma^2 = \sigma_X^2 - \frac{\sigma_{XY}^2}{\sigma_Y^2}.$$

Nous pouvons donc simuler des modes $a_{\ell m}^{T,E}$ contraints en tirant des variables aléatoires suivant les distributions conditionnelles des $a_{\ell m}^T$ sachant $\hat{a}_{\ell m}^T$ et $a_{\ell m}^E$ sachant $a_{\ell m}^T$. Avec $\text{cov}(a_{\ell m}, \hat{a}_{\ell m}) = B_\ell C_\ell^{TT}$, $\text{var}(a_{\ell m}) = C_\ell^{TT}$ et $\text{var}(\hat{a}_{\ell m}) = B_\ell^2 C_\ell^{TT} + N_\ell$, on en déduit que la distribution des $a_{\ell m}^T$ sachant $\hat{a}_{\ell m}^T$ est gaussienne de moyenne

$$m = \frac{B_\ell C_\ell^{TT}}{B_\ell^2 C_\ell^{TT} + N_\ell} \hat{a}_{\ell m}$$

et de variance

$$\sigma^2 = \frac{C_\ell^{TT} N_\ell}{B_\ell^2 C_\ell^{TT} + N_\ell}.$$

Notons que si $N_\ell \rightarrow \infty$ ou si $B_\ell \rightarrow 0$, cette loi devient $\mathcal{N}(0, C_\ell^{TT})$, soit une réalisation non contrainte. A l'opposé, si $N_\ell = 0$, la loi conditionnelle dépend entièrement des observations et est égale à $\hat{a}_{\ell m}/B_\ell$.

De même, avec $\text{cov}(a_{\ell m}^T, a_{\ell m}^E) = C_\ell^{TE}$ et $\text{var}(a_{\ell m}^E) = C_\ell^{EE}$, la distribution des $a_{\ell m}^E$ sachant les $a_{\ell m}^T$ est une gaussienne de moyenne :

$$m = \frac{C_\ell^{TE}}{C_\ell^{TT}} a_{\ell m}^T$$

1. voir `camb.info`

et de variance :

$$\sigma^2 = C_\ell^{EE} - \frac{C_\ell^{TE^2}}{C_\ell^{TT}}.$$

Les réalisations du modèle `wmap_constrained` sont effectuées suivant cette méthode. Par défaut la carte utilisée pour contraindre la réalisation est la carte ILC WMAP présentée au paragraphe précédent. Le spectre du bruit N_ℓ dont elle est affectée a été déterminé par des réalisations Monte Carlo.

CMB non gaussien

Des réalisations non gaussiennes des fluctuations du fond diffus cosmologique sont incluses dans le PSM. Ces réalisations sont paramétrées de la façon suivante : on suppose un modèle du second ordre pour le potentiel de courbure de Bardeen Φ (invariant de jauge, défini tel que les anisotropies de température se réduisent à $\Delta T/T = -\Phi/3$ dans la limite de pur Sachs-Wolfe) :

$$\Phi(\mathbf{x}) = \Phi_L(\mathbf{x}) + f_{\text{NL}} (\Phi_L(\mathbf{x})^2 - \langle \Phi_L(\mathbf{x})^2 \rangle) , \quad (3.2)$$

où Φ_L est un champ aléatoire gaussien et f_{NL} est le paramètre de non linéarité (sans dimension) qui règle le niveau de non gaussianité du potentiel primordial. Ce type de modèle se déduit des calculs au second ordre des non gaussianités introduites pendant, ou juste après la phase d'inflation de l'univers primordial (Bartolo *et al.*, 2004). L'hypothèse selon laquelle le niveau de non gaussianité f_{NL} serait constant est une bonne approximation, du moins tant que $|f_{\text{NL}}| \gg 1$.

Une fois la distribution du potentiel Φ tirée, les coefficients d'harmoniques sphériques pour la température $a_{\ell m}$ se déduisent par une convolution linéaire de la fonction de transfert de rayonnement $\Delta_\ell(k)$:

$$a_{\ell m} = 4\pi(-i)^\ell \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Phi(\mathbf{k}\Delta_\ell(k)) Y_{\ell m}^*(\hat{\mathbf{k}}) , \quad (3.3)$$

Les contraintes observationnelles les plus fortes pour le paramètre f_{NL} proviennent de l'analyse des données WMAP 5 ans (Pietrobon *et al.*, 2009), qui encadrent ce paramètre dans l'intervalle $-50 < f_{\text{NL}} < 110$ avec un niveau de confiance de 95% (voir aussi Rudjord *et al.* 2009). L'analyse des données PLANCK devrait permettre d'améliorer la précision sur ce paramètre d'approximativement un ordre de grandeur (Komatsu et Spergel, 2001).

Numériquement, cette convolution est réalisée par une implémentation parallèle de la méthode décrite dans Liguori *et al.* (2003), travaillant entièrement en coordonnées sphériques. En raison du coût de calcul important pour mener à bien la convolution, le code générant ces réalisations n'a pas été intégré directement au PSM. Le PSM utilise à la place un jeu de cartes pré-calculées qui sont combinées pour générer une réalisation non gaussienne du CMB avec un niveau de non-linéarité f_{NL} défini par l'utilisateur. Le jeu de données dit "full" du PSM inclut 300 réalisations différentes.

3.3.2 Anisotropies secondaires

Comme développé au chapitre 1.2.4, les photons du CMB subissent une déviation dans le potentiel gravitationnel des grandes structures le long de la ligne de visée. Cet effet est potentiellement mesurable par PLANCK et présente un grand intérêt en cosmologie, comme sonde de la formation des structures et de l'accélération de l'expansion. C'est également une source de contamination pour plusieurs objectifs scientifiques, comme par exemple la recherche des modes tenseurs primordiaux (voir chapitre 5) ou la recherche d'écarts à la gaussianité (Lesgourgues *et al.*, 2005).

Pour appliquer l'effet de lentille gravitationnelle aux fluctuations primordiales, le PSM fait appel au code librement disponible `LensPix`². Le code utilise le spectre de puissance du potentiel gravitationnel calculé par CAMB pour simuler une carte gaussienne de l'angle de déflexion. L'angle de déflexion est alors appliqué à la carte de température et de polarisation des fluctuations du CMB.

Comme présenté plus haut, le PSM peut délivrer une réalisation des fluctuations du fond diffus cosmologique contrainte par la mesure effectuée par WMAP. Les anisotropies, telles qu'observées par les expériences de mesure du CMB (WMAP) sont bien sûr déjà affectées par l'effet de lentille.

2. voir cosmologist.info/lenspix, l'implémentation numérique est décrite dans Lewis (2005)

En revanche, la réalisation aléatoire qui vient compléter les petites échelles angulaires n'inclut pas cet effet. Or, l'effet de lentille est précisément important à ces échelles angulaires. La procédure suivante est donc adoptée pour produire une réalisation contrainte du CMB de référence qui inclut l'effet de lentille gravitationnelle : **LensPix** est utilisé pour simuler une carte de l'angle de déflexion avec les mêmes paramètres cosmologiques que ceux employés pour extrapoler le spectre de puissance de WMAP aux petites échelles. Cette carte est ensuite utilisée pour lentiller la réalisation gaussienne contrainte. Ce procédé ne tient pas compte de la corrélation entre l'effet Sachs-Wolfe intégré à grande échelle inclus dans la mesure effectuée par WMAP, et les structures responsables de l'effet de lentille qui sont simulées par un champ gaussien par **LensPix**. Cette approximation est toutefois suffisante pour nos applications actuelles.

3.3.3 Émission galactique

L'émission galactique a fait l'objet d'une description détaillée au chapitre 2. Elle constitue la principale source de contamination pour le CMB et est difficile à modéliser de façon simple. En l'état actuel, le PSM propose 4 modèles différents qui peuvent être vus, historiquement, comme des évolutions les uns des autres, le plus abouti étant nommé `mamd_2008`. Néanmoins, ces modèles présentent des différences notables, la plus importante étant sans doute l'inclusion, ou non, d'une composante prenant en compte l'émission anormale de la poussière. Il est ainsi intéressant de conserver ces différents modèles dans le PSM, d'une part pour reproduire des simulations plus anciennes, et d'autre part pour étudier les effets de l'incertitude de modélisation de l'émission galactique. Comme signalé en introduction, il est particulièrement délicat de connaître l'ampleur des incertitudes sur les paramètres d'un modèle donné. La présence de plusieurs modèles différents et la possibilité d'utiliser l'un en lieu et place d'un autre, permet de pallier en partie ces limitations.

Dans ce qui suit nous adoptons l'ordre chronologique de développement des modèles dans le PSM, et les présentons chacun comme un tout englobant l'ensemble des composantes galactiques. Bien qu'elles mettent en œuvre des processus physiques différents et pourraient faire l'objet d'une présentation séparée, les différentes composantes galactiques sont mieux modélisées de manière globale, notamment car elles ne sont pas observables indépendamment les unes des autres. L'émission anormale de la poussière, par exemple, n'est pas observable indépendamment du synchrotron et du rayonnement de freinage. En pratique, il est bien sûr possible d'inclure ou d'exclure l'un ou l'autre des processus de la simulation.³

bmp_3comp_v1.1

Ce modèle reproduit le premier modèle de l'émission galactique utilisé au sein de la collaboration PLANCK. Il a été proposé principalement par Jean-Philippe Bernard et nous l'avons intégré au sein de l'architecture du PSM.

L'émission galactique *non polarisée* est modélisée comme la somme de trois composantes : l'émission synchrotron, l'émission libre-libre et l'émission thermique de la poussière. Ce modèle est complètement déterministe et la simulation du ciel produite est limitée par les propriétés des données ancillaires, notamment leur résolution réduite. Il ne permet donc pas d'obtenir une simulation représentative de l'observation de l'émission galactique par des instruments à haute résolution tels que PLANCK, et son utilisation est limitée au mode prédiction du PSM. Les données ancillaires utilisées par ce modèle sont présentées sur la figure 3.2 et la résolution approximative de ces données est rappelée en table 3.2.

Synchrotron Le modèle adopté pour l'émission synchrotron suit la loi de puissance évoquée au chapitre 2.1.2. Étant donné une mesure de l'indice spectral local $\beta_s(\xi)$, on extrapole l'émission synchrotron $S(\xi)$ mesurée à une fréquence de référence ν_0 à une fréquence quelconque ν suivant :

$$S_\nu(\xi) = S_{\nu_0}(\xi) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\beta_s(\xi)}. \quad (3.4)$$

3. Il est également possible en effectuant des modifications mineures à bas niveau du code, de mélanger les modélisations de différents modèles, néanmoins nous ne traiterons pas de cette possibilité ici.

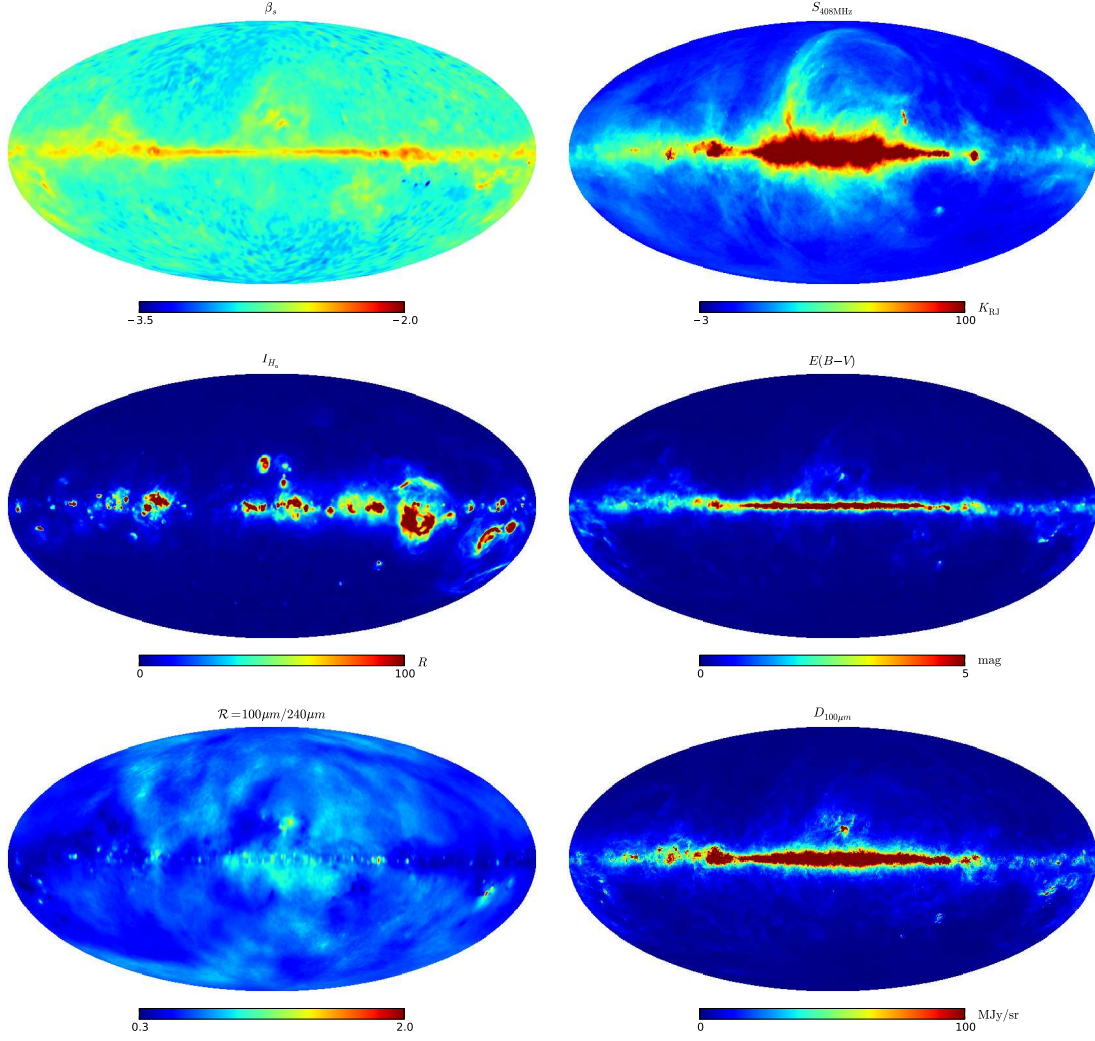


FIGURE 3.2 – Données ancillaires du modèle bmp_3comp_v1.1. De gauche à droite et de haut en bas, la carte d'indice spectral du synchrotron, l'émission synchrotron à 408 MHz (Haslam *et al.*, 1982), le relevé de l'émission H_α (Dickinson *et al.*, 2003), la carte d'extinction Schlegel *et al.* (1998), le rapport des émissions à 100 et 240 μm mesuré par DIRBE et l'émission de la poussière à 100 μm . Les principales caractéristiques de ces cartes sont résumées en table 3.2.

L'émission du ciel à 408 MHz est essentiellement constituée par le rayonnement synchrotron et a été mesurée par Haslam *et al.* (1982). Une version modifiée de ce relevé, supprimant l'émission des sources ponctuelles a été réalisée par Giardino *et al.* (2002),⁴ et est utilisée ici comme modèle d'émission de référence du synchrotron S_{ν_0} , à la fréquence $\nu_0 = 408$ MHz.

La dérivation de l'indice spectral β_s nécessite toutefois une seconde évaluation de l'émission synchrotron à une fréquence différente. Aux fréquences proches du domaine d'émission du fond diffus cosmologique, le synchrotron ne domine toutefois plus suffisamment l'émission du ciel, et il est nécessaire de l'extraire d'une mesure de l'émission totale. Pour ce modèle, l'émission choisie est celle extraite des données WMAP 1 an à 23 GHz par la méthode MEM (Bennett *et al.*, 2003b). L'indice spectral est alors obtenu comme :

$$\beta_s = \log(S_{408\text{MHz}}/S_{23\text{GHz}})/\log(0.408/23). \quad (3.5)$$

Les cartes S et β utilisées dans ce modèle sont représentées sur la figure 3.2.

Rayonnement libre-libre L'émission du rayonnement de freinage est déduite du modèle de l'émission dans la raie H_α décrit dans Dickinson *et al.* (2003). En résumé, la température de l'émission libre-libre est dérivée de l'intensité dans la raie H_α suivant la formule (2.10), en supposant une température électronique $T_e = 7000$ K. La mesure de l'intensité H_α est corrigée de l'extinction mesurée par la carte de rougissement des galaxies $E(B - V)$ obtenue par Schlegel *et al.* (1998). La carte $E(B - V)$ rend compte de l'absorption pour des objets extragalactiques. Ici, on s'intéresse toutefois à l'émission H_α dans la galaxie qui est mélangée à la poussière. Au premier ordre, l'extinction de l'émission H_α est donc modélisée par :

$$A(H_\alpha) = 2.51E(B - V)f_d \quad \text{mag}, \quad (3.6)$$

où f_d est un facteur correctif représentant la fraction effective de poussière sur la ligne de visée. Un facteur $f_d = 0.33$ est utilisé suivant Dickinson *et al.* (2003). L'émission corrigée s'écrit :

$$I_{H_\alpha}^{\text{corrigé}} = I_{H_\alpha} 10^{A(H_\alpha)/2.5}. \quad (3.7)$$

Le relevé de l'émission H_α et la carte $E(B - V)$ utilisée sont présentés sur la figure 3.2

Poussière Enfin, seule l'émission thermique de la poussière est modélisée, suivant le modèle n° 7 proposé par Finkbeiner *et al.* (1999). De manière simplifiée, l'émission de la poussière à $100\mu\text{m}$ $D_{\nu_0}^{\text{SFD}}$ (Schlegel *et al.*, 1998) est extrapolée aux fréquences inférieures en supposant une émission globale résultant de l'émission de deux populations de grains à l'équilibre avec le champ de radiation interstellaire (CRI). Chaque population est caractérisée par son indice d'émissivité α_k décrivant la dépendance de l'émissivité des grains avec la fréquence :

$$\kappa_k^{\text{em}}(\nu) = \kappa_k^{\text{em}}(\nu_0)(\nu/\nu_0)^{\alpha_k}. \quad (3.8)$$

L'hypothèse d'équilibre avec le CRI lie les températures des deux espèces par la relation :

$$T_2^{4+\alpha_2} = \frac{q_1}{q_2} \frac{Z(\alpha_1)}{Z(\alpha_2)} \left(\frac{h\nu_0}{k_B} \right)^{\alpha_2-\alpha_1} T_1^{4+\alpha_1}, \quad (3.9)$$

où q correspond au rapport entre les sections efficaces d'émission dans l'infrarouge et d'absorption dans le visible et l'ultraviolet. La fonction analytique Z traduit l'intégration des lois d'émission sur le spectre :

$$Z(\alpha) = \int \frac{x^{3+\alpha}}{e^x - 1} dx.$$

L'émission à une fréquence ν donnée est alors approximativement déduite de l'émission à la fréquence de référence $\nu_0 = 3000$ GHz :

$$D_\nu = \frac{f_1(\frac{\nu}{\nu_0})^{\alpha_1} B_\nu(T_1) + (1 - f_1) \frac{q_2}{q_1} (\frac{\nu}{\nu_0})^{\alpha_2} B_\nu(T_2)}{f_1(\frac{\nu}{\nu_0})^{\alpha_1} B_\nu(T_1) + (1 - f_1) \frac{q_2}{q_1} (\frac{\nu}{\nu_0})^{\alpha_2} B_\nu(T_2)} \frac{D_{\nu_0}^{\text{SFD}}}{K_{100}} \quad (3.10)$$

4. Cette carte est disponible à l'adresse http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/foreground/haslam_408.cfm

où K_{100} est la correction de couleur dans le filtre DIRBE, et f_1 la fraction relative de la puissance émise par la composante 1. Les indices d'émissivité des 2 composantes sont fixés à $\alpha_1 = 1.5$ et $\alpha_2 = 2.6$. Les paramètres globaux $f_1=0.0309$ et $q_1/q_2 = 11.2$ produisent le meilleur ajustement aux données FIRAS (Schlegel *et al.*, 1998). La température respective des deux populations est déterminée par le rapport de l'émission $\mathcal{R} = 100\mu\text{m}/240\mu\text{m}$ (Schlegel *et al.*, 1998), la relation entre T_2 et \mathcal{R} étant tabulée par Finkbeiner *et al.* (1999, eq. B2). Les cartes $D_{\nu_0}^{\text{SFD}}$ et \mathcal{R} utilisées sont présentées sur la figure 3.2.

mamd_3comp_challenge2

Ce modèle peut être vu comme une extension du modèle précédent, développée par Marc-Antoine Miville-Deschênes, pour les besoins de la simulation d'observation d'expériences polarisées et haute résolution telles que PLANCK. La modélisation physique des avant-plans est la même que celle décrite précédemment, mais l'absence de fluctuations à petite échelle dans les données ancillaires est palliée par l'ajout de fluctuations aléatoires selon le procédé décrit dans Miville-Deschênes *et al.* (2007). Nous avons par ailleurs contribué à la mise en place d'un modèle simple de la polarisation du rayonnement synchrotron et de la poussière.

La reproduction du caractère non stationnaire et non gaussien des fluctuations de l'émission diffuse galactique n'est pas évidente. De manière succincte, le procédé aléatoire utilisé pour compléter les observations au-delà de leur résolution limitée est le suivant. Étant donnée une carte I_0 que l'on sait affectée par un lobe instrumental B_0 (généralement approximé par un lobe gaussien) et représentant un champ dont le spectre de puissance angulaire est correctement décrit par une loi de puissance d'indice γ , on crée une nouvelle carte I_1 à une résolution apparente supérieure B_1 par :

$$I_1 = I_0 + \alpha(B_1 * F - B_0 * F)I_0^\beta, \quad (3.11)$$

où $*$ dénote le produit de convolution, F est la réalisation d'un champ gaussien stationnaire de spectre $C_\ell \propto \ell^\gamma$ de moyenne nulle et de variance normalisée à 1. Les coefficients α et β sont des paramètres ajustés pour reproduire les moments d'ordre 2 et 3 de la carte I_0 . Miville-Deschênes *et al.* (2007) ont montré qu'un tel champ est à même de reproduire de façon très satisfaisante les propriétés statistiques des fluctuations de l'émission thermique de la poussière à $100\mu\text{m}$, ce qui constitue le comportement recherché pour la plupart des applications du PSM en mode simulation. Les paramètres α et β ont été ajustés pour permettre l'extrapolation des différentes cartes décrites à la section précédente à des échelles arbitrairement plus petites que leur résolution initiale. Les valeurs utilisées sont résumées dans la table 3.2.

Enfin, une modélisation simple de la structure à grande échelle du champ magnétique galactique par une spirale bi-symétrique (Aumont, 2007) a permis de produire une estimation de la structure à grande échelle de la fraction et de l'angle de polarisation g et γ des émissions synchrotron et de la poussière. Des petites échelles angulaires ont ensuite été ajoutées aux modèles de g et γ , permettant de simuler complètement un signal de polarisation à partir du signal de température pour les composantes synchrotron et poussière suivant :

$$Q_\nu^X(\xi) = f_p^X g^X(\xi) T_\nu^X(\xi) \cos(2\gamma^X(\xi)) \quad (3.12)$$

$$U_\nu^X(\xi) = f_p^X g^X(\xi) T_\nu^X(\xi) \sin(2\gamma^X(\xi)), \quad (3.13)$$

où X représente le synchrotron ou la poussière. La fraction de polarisation totale est donnée par $f_p g$ où g varie entre 0 et 1 sur le ciel et traduit la dépolarisation de l'émission en raison de variations de la direction de polarisation le long de la ligne de visée, et f_p est un facteur de normalisation permettant d'ajuster le niveau moyen de polarisation aux données disponibles. Pour ce modèle du synchrotron et de la poussière, $f_p^S = 0.054$ et $f_p^D = 0.1$. Les 2 modèles de g et γ utilisés sont visibles en figure 3.3.

mamd_dickinson_4comp

Ce modèle est le premier à introduire une modélisation de l'émission anormale, attribuée à l'émission rotationnelle des PAH (Draine et Lazarian, 1998). Il a été développé par Marc-Antoine Miville-Deschênes et Clive Dickinson. L'émission synchrotron est ajustée en conséquence, et le modèle du rayonnement de freinage est quelque peu modifié. La modélisation de la poussière thermique,

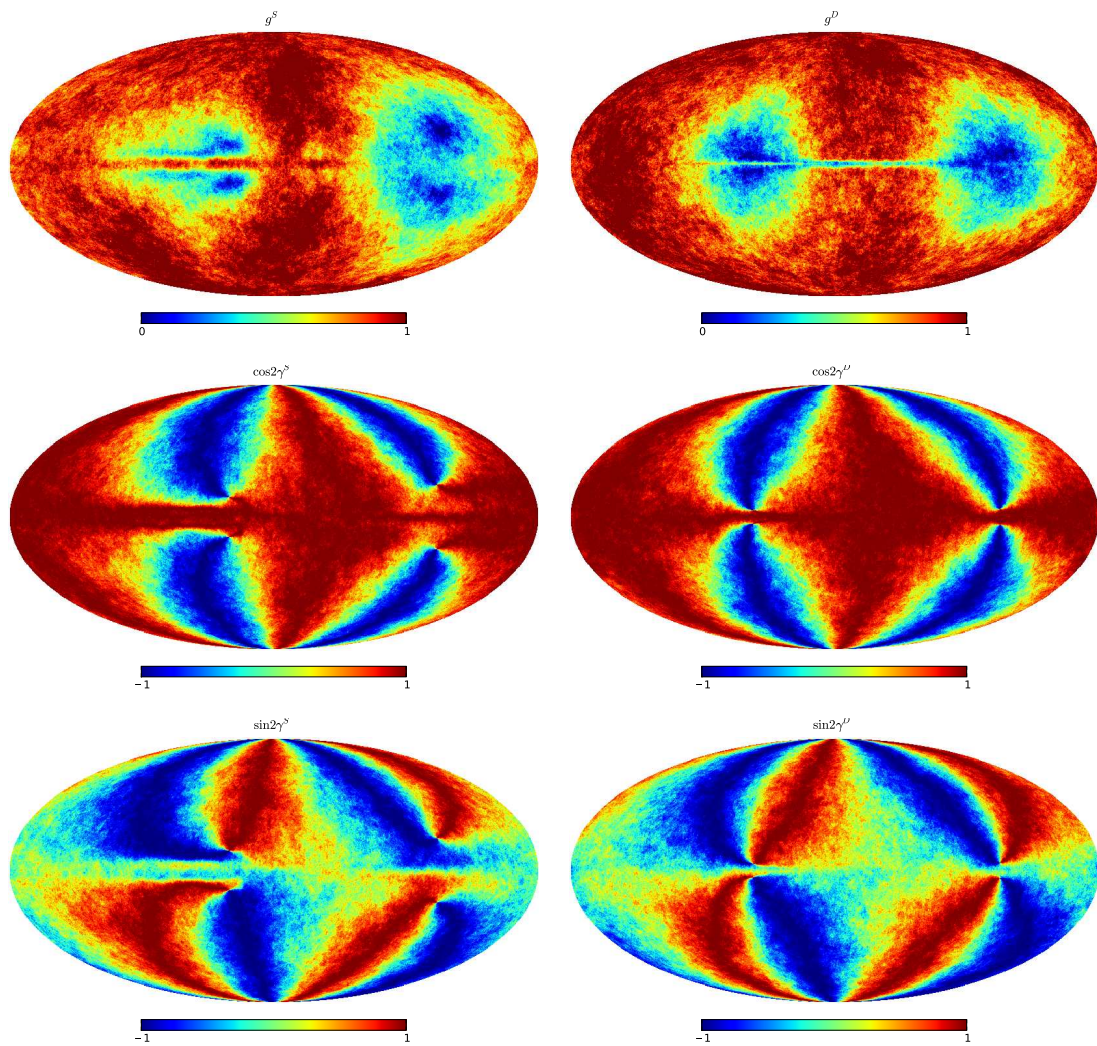


FIGURE 3.3 – Modèle de la fraction et de l'angle de polarisation du synchrotron (à gauche) et de la poussière (à droite) utilisé dans les modèles `mamd_3comp_challenge2` et `mamd_dickinson_4comp`. Le champ magnétique suit la modélisation proposée dans Aumont (2007) à grande échelle.

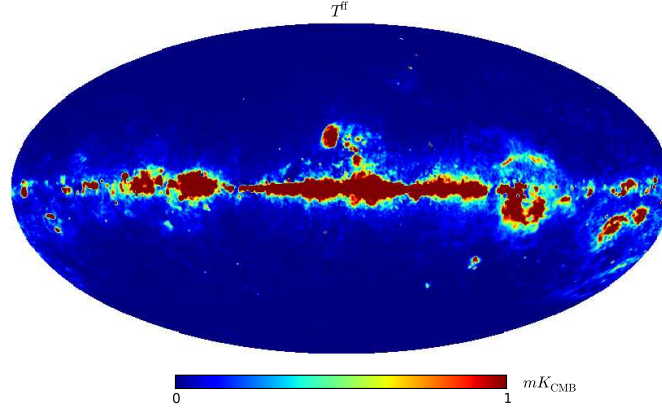


FIGURE 3.4 – Carte de l'émission libre-libre à 23 GHz extraite des données WMAP 3 ans par la méthode MEM (Hinshaw *et al.*, 2007). Cette carte est utilisée par les modèles `mamd_dickinson_4comp` et `mamd2008`. Sa résolution est d'environ 1° . L'ajout de petites fluctuations à cette carte utilise les valeurs $\gamma = -2.6$, $\alpha = 0.1$, $\beta = 1.1$

en revanche, reste globalement inchangée, hormis la possibilité d'employer un modèle de l'émission à $100\mu\text{m}$ duquel des régions HII ultracompactes ont été soustraites. Cette modification est détaillée en section 3.3.6. Ce modèle peut être utilisé dans les modes prédiction ou simulation du PSM, l'un et l'autre désactivant et activant respectivement l'ajout aléatoire de fluctuations à petite échelle suivant le procédé décrit plus haut. L'émission polarisée des composantes synchrotron et poussière thermique est modélisée suivant le même principe que dans le modèle précédent.

Rayonnement de freinage La modélisation de l'émission libre-libre n'est plus basée sur la mesure de l'émission H_α , mais sur l'extraction d'un modèle de l'émission libre-libre des données WMAP à une fréquence de référence ν_0 . La séparation de l'émission libre-libre des autres processus d'émission dans le domaine des longueurs d'onde d'observation de WMAP est facilitée par le fait que son indice spectral soit relativement constant et bien défini (voir chapitre 2.1.3). Le modèle utilisé ici est celui obtenu dans la bande K ($\nu_0 = 23 \text{ GHz}$) par l'application de la méthode MEM aux données 3 ans de l'expérience WMAP (Hinshaw *et al.*, 2007). L'émission est alors extrapolée à d'autres fréquences en utilisant un indice spectral constant $\beta_f = -2.17$:

$$T_B^{\text{ff}}(\nu) = T_B^{\text{ff}}(23\text{GHz}) \left(\frac{\nu}{23\text{GHz}} \right)^{\beta_f}. \quad (3.14)$$

La carte de l'émission libre-libre à 23 GHz est présentée figure 3.4.

Émission rotationnelle de la poussière Dans ce modèle, l'émission anormale corrélée à la poussière (voir section 2.1.4) est donc attribuée à l'émission rotationnelle des PAH suivant le mécanisme proposé par Draine et Lazarian (1998). Les PAH du milieu interstellaire ne sont chauffés par l'absorption de photons de lumière stellaire que de façon sporadique (de l'ordre d'une interaction par mois). Ils se trouvent donc préférentiellement dans un état de basse énergie et sont en effet susceptibles de contribuer significativement à l'émission à grande longueur d'onde (10-100 GHz).

L'émissivité des PAHs interstellaires a été calculée par Draine et Lazarian (1998) pour une large variété de phases du milieu interstellaire (voir section 2.1.1), ce qui permet de calculer l'émission rotationnelle à partir de la colonne de densité de l'hydrogène. L'émissivité utilisée ici est celle dérivée pour le milieu neutre tiède (warm neutral medium WNM en anglais, voir Draine et Lazarian 1998, table 1) et la colonne de densité de l'hydrogène est dérivée de la carte d'extinction $E(B-V)$ (Schlegel *et al.*, 1998).

Cette composante est supposée non polarisée car les petits grains ne devraient pas présenter un alignement significatif sur les lignes de champ magnétique (Lazarian et Draine, 2000; Martin, 2007).

Synchrotron En comparaison du précédent modèle du synchrotron, l'indice spectral est désormais calculé en tenant compte de la présence de l'émission de la poussière en rotation à 23 GHz. Les modèles précédents de l'émission libre-libre et anormale, ainsi que le modèle de l'émission thermique de la poussière, sont soustraits des données WMAP dans la bande K pour fournir une carte de l'émission synchrotron à 23 GHz. Cette carte est utilisée pour obtenir l'indice spectral de l'émission synchrotron suivant la formule (3.5). La carte d'indice spectral obtenue par cette méthode est comparée à la carte d'indice spectral précédente sur la figure 3.5.

La diminution notable de la fraction de l'émission en température attribuée au synchrotron, permet de reproduire les niveaux d'émission observés en polarisation en utilisant une fraction de polarisation intrinsèque $f_p^S = 0.19$ plus proche de celle attendue. La figure 3.5, qui offre une comparaison des cartes d'indices spectraux obtenues pour les différents modèles montre que la prise en compte de l'émission anormale atténue grandement l'aplatissement apparent de l'indice spectral dans le plan galactique.

mamd2008

Ce modèle améliore sensiblement la correspondance entre les simulations et les observations en polarisation. Il s'appuie principalement sur le travail publié dans Miville-Deschênes *et al.* (2008). Nous avons étendu ce travail à la modélisation de l'émission de la poussière en contraignant son intensité de polarisation moyenne par la mesure effectuée par WMAP à 94 GHz.

Émission libre-libre L'émission libre-libre est modélisée en suivant une approche composite mettant à profit à la fois les mesures de l'émission H_α et de l'émission libre-libre par WMAP. La correction de l'extinction de l'émission H_α par les poussières étant d'autant plus incertaine que l'épaisseur optique de l'extinction est grande, l'estimation de l'émission libre-libre à partir de la mesure de l'émission H_α (Dickinson *et al.*, 2003) présentée dans la description du modèle bmp_3comp_v1.1 n'est utilisée que dans les régions les plus diffuses où l'extinction est limitée ($E(B - V) < 2$). Dans les régions où l'extinction est plus forte, la modélisation de l'émission libre-libre repose, comme pour le modèle mamd_dickinson_4comp, sur la séparation des composantes des données WMAP par la méthode MEM. Le modèle de l'émission libre-libre ainsi obtenu est extrapolé en fréquence suivant la loi d'émission donnée par l'équation (2.9) en supposant, comme précédemment une température électronique $T_e = 7000$ K.

Émission synchrotron Le rayonnement synchrotron est reproduit suivant le modèle n°4 proposé par Miville-Deschênes *et al.* (2008). L'émission polarisée à 23 GHz mesurée par WMAP est supposée être largement dominée par l'émission synchrotron polarisée. Lorsque le niveau de signal sur bruit est suffisant, la mesure de l'émission polarisée fournit donc potentiellement un excellent modèle de l'émission synchrotron. L'indice spectral du rayonnement synchrotron est dérivé à partir d'une estimation composite de l'émission synchrotron à 23 GHz en température obtenue de la façon suivante :

- Dans les régions où le niveau de signal sur bruit en polarisation est faible (< 3), l'intensité de l'émission synchrotron à 23 GHz est estimée comme précédemment, après soustraction des modèles de l'émission libre-libre et anormale. Le modèle de l'émission anormale utilisé est celui présenté dans le modèle précédent.
- Dans les régions où le niveau de signal sur bruit en polarisation est suffisant, l'intensité de l'émission synchrotron à 23 GHz est reconstruite à partir de la mesure de l'intensité de polarisation et d'un modèle de la fraction de polarisation.

En effet, à partir d'une mesure de l'intensité polarisée $P_s = \sqrt{Q_S^2 + U_S^2}$, l'intensité totale s'écrit en reprenant les notations de l'équation (3.12) :

$$T_\nu^S(\xi) = \frac{P_s(\xi)}{f_p^S g^S(\xi)}. \quad (3.15)$$

La fraction de polarisation intrinsèque du rayonnement synchrotron f_p^S est liée à l'indice spectral de la distribution des électrons cosmiques et a une valeur approximative de 0.75. La fraction de polarisation géométrique g^S reste à déterminer.

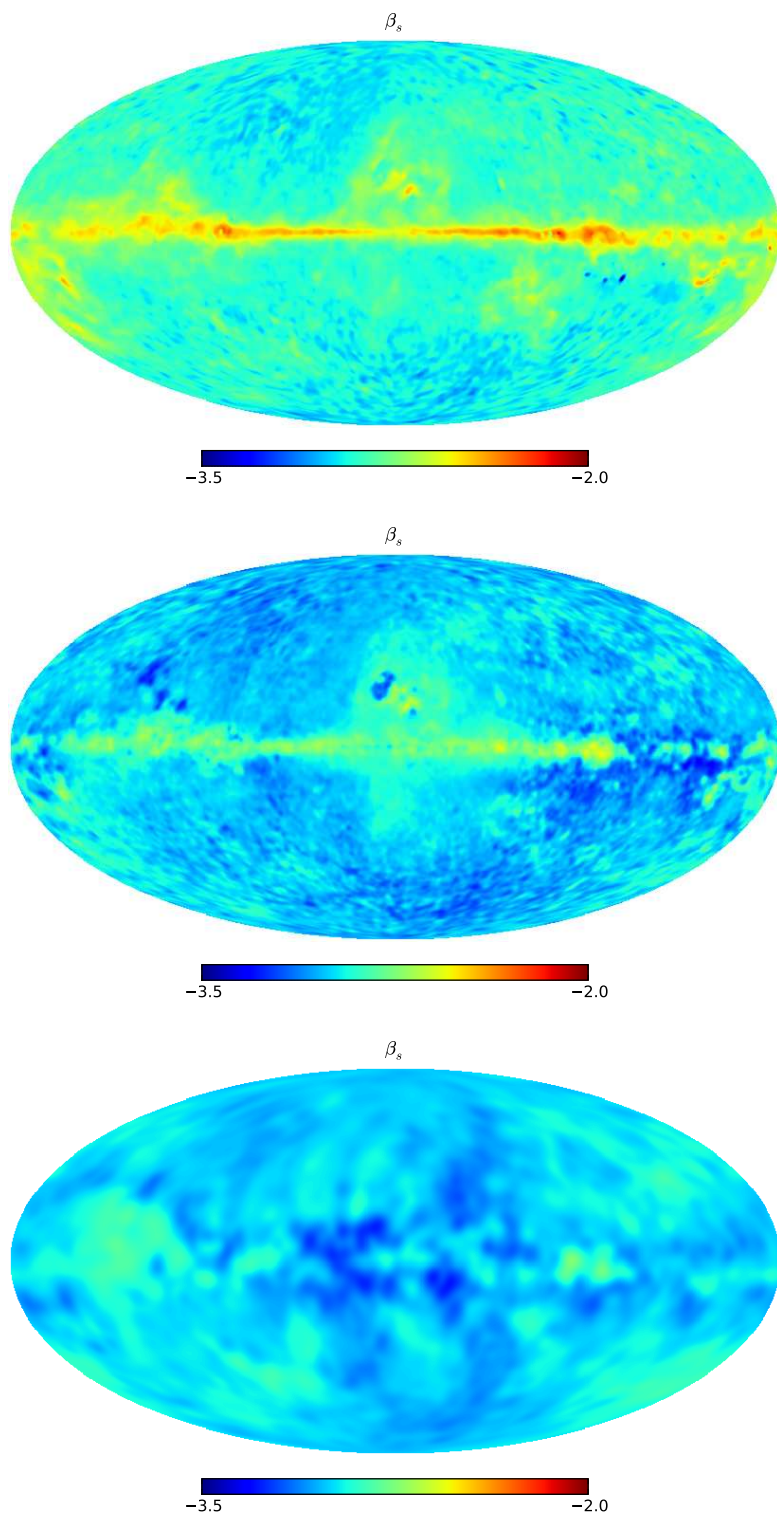


FIGURE 3.5 – Carte de l'indice spectral du synchrotron pour différents modèles. De haut en bas bmp_3comp_v1.1, mamd_dickinson_4comp, mamd2008. Le modèle à 3 composantes se distingue par un fort aplatissement de l'indice spectral dans le plan galactique. Les modèles prenant en compte l'émission anormale de la poussière présentent une distribution de l'indice spectral plus homogène.

Pour ce faire, Miville-Deschênes *et al.* (2008) ont proposé une modélisation de la structure à grande échelle du champ magnétique de la galaxie par une spirale bi-symétrique. L'amplitude du champ magnétique en un point de coordonnée cylindrique (r, θ, z) dans un repère ayant pour origine le centre galactique, et pour direction privilégiée la direction centre galactique-soleil s'écrit donc :

$$B(r, \theta, z) = B_0(r) \cos(\theta - \frac{1}{\tan p} \ln \frac{r}{r_0}) \cos(\chi), \quad (3.16)$$

avec p l'angle d'attaque de la spirale, et $\chi = \chi_0 \tanh(z/1\text{kpc})$ décrivant la composante verticale du champ magnétique. Les paramètres utilisés dans le modèle sont $p = -8.5^\circ$, $r_0 = 11\text{kpc}$, $\chi_0 = 8^\circ$ et $B_0 = 3\mu\text{G}$. À cette structure à grande échelle se superpose une composante turbulente du champ magnétique, dont l'amplitude est fixée à $\sigma_{\text{turb}} = 1.7\mu\text{G}$.

La distribution de densité des rayons cosmiques est modélisée par un disque autour du centre galactique de la forme :

$$n_e = n_0 \exp(-r/h_r) \text{sech}^2(z/h_z), \quad (3.17)$$

avec $h_r = 5\text{ kpc}$ et $h_z = 1\text{ kpc}$. Le modèle simplifié de l'émission synchrotron est alors calculé par intégration numérique le long de la ligne de visée :

$$\hat{T}^S(\nu) = \epsilon_S(\nu) \int_l n_e B_\perp^{(1+s)/2} dl \quad (3.18)$$

$$\hat{Q}^S(\nu) = f_p^S \epsilon_S(\nu) \int_l n_e B_\perp^{(1+s)/2} \cos 2\phi \sin \alpha dl \quad (3.19)$$

$$\hat{U}^S(\nu) = f_p^S \epsilon_S(\nu) \int_l n_e B_\perp^{(1+s)/2} \sin 2\phi \sin \alpha dl \quad (3.20)$$

où $\epsilon_S(\nu)$ est l'émissivité du synchrotron à la fréquence ν . On en déduit le modèle de la fraction de polarisation $\hat{g}^S = \sqrt{\hat{Q}^2 + \hat{U}^2} / (f_p^S \hat{T})$, qui permet de reconstruire l'intensité de l'émission synchrotron dans les zones où la polarisation est bien mesurée.

La carte composite de l'émission à 23 GHz obtenue permet alors de calculer la carte de l'indice spectral du synchrotron présentée en figure 3.5. Cette carte permet d'extrapoler le signal d'intensité mesuré à 408 MHz (figure 3.2), ainsi que le signal de polarisation mesuré à 23 GHz (figure).

Émission de la poussière en rotation Un modèle de l'émission anormale à 23 GHz est obtenu en soustrayant des données WMAP les modèles du rayonnement de freinage et du synchrotron précédemment établis. Cette carte, visible sur la figure est ensuite extrapolée en utilisant la loi d'émission de Draine et Lazarian (1998) pour le milieu neutre chaud.

Émission polarisée de la poussière Il n'existe pas à l'heure actuelle de mesure sensible de la polarisation de la poussière sur une fraction significative du ciel. Au mieux, les expériences ARCHEOPS et WMAP ont détecté cette polarisation et placé des contraintes sur son niveau moyen dans le plan galactique. Il n'est donc pas possible de s'appuyer sur des observations pour modéliser cette émission comme cela a pu être fait pour le synchrotron.

Un modèle similaire à celui décrit pour le synchrotron est mis en place pour la poussière. La distribution de densité de la poussière à grande échelle est également modélisée sous la forme d'un disque fin :

$$n_d = n_0 \exp(-r/h_r) \text{sech}^2(z/h_z), \quad (3.21)$$

avec $h_r = 3\text{ kpc}$ et $h_z = 100\text{ pc}$. L'intégration numérique de l'émission de la poussière le long de la ligne de visée permet d'obtenir un modèle simple de sa fraction de polarisation \hat{g}^D et de son angle de polarisation $\hat{\gamma}^D$. La principale limitation de cette démarche est de ne pas inclure de variabilité à des échelles angulaires inférieures à quelques degrés, et les grandeurs obtenues de la sorte ne peuvent pas être directement utilisées pour produire une extrapolation valable des données de température.

Par ailleurs, la fraction de polarisation g^S et l'angle de polarisation γ^S réels du rayonnement synchrotron sont mesurés par WMAP. De manière à rendre compte correctement de la variabilité de la polarisation à petite échelle tout en conservant une différence de comportement entre le

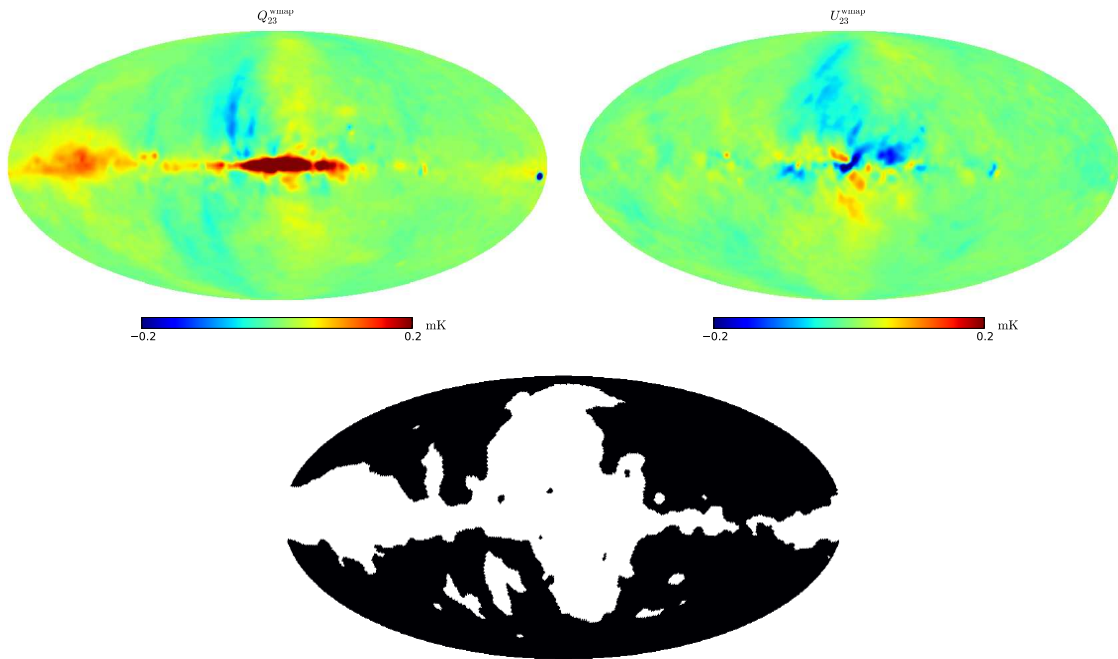


FIGURE 3.6 – Mesure de l'émission polarisée du ciel à 23 GHz par la sonde WMAP. La zone blanche sur le masque correspond à une mesure de la polarisation avec un niveau de signal sur bruit supérieur à 3.

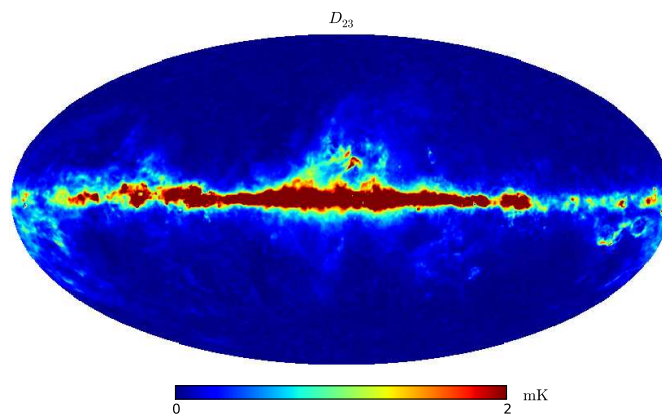


FIGURE 3.7 – Émission anormale de la poussière à 23 GHz extraite du modèle 4 proposé par Miville-Deschênes *et al.* (2008).

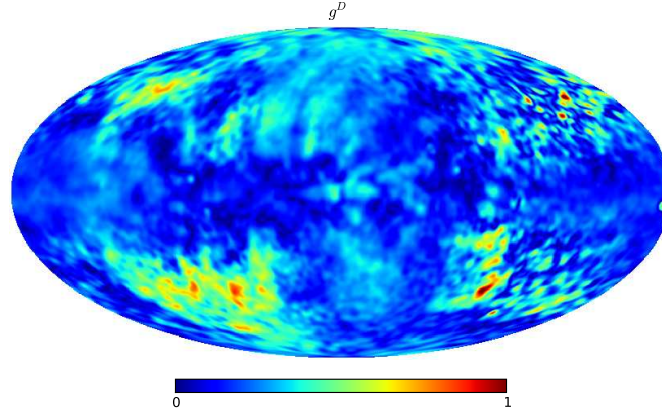


FIGURE 3.8 – Carte de dépolarisation géométrique pour l'émission thermique de la poussière.

synchrotron et la poussière, on forme donc les grandeurs suivantes :

$$\tilde{g}^D = \frac{\hat{g}^D}{\hat{g}^S} g^S \quad (3.22)$$

$$\tilde{\gamma}^D = \hat{\gamma}^D + \Delta\gamma^S \quad (3.23)$$

où $\Delta\gamma^S$ est la carte des fluctuations de l'angle de polarisation du synchrotron à une échelle inférieure à 5° . Ces grandeurs sont utilisées pour extrapoler le modèle de température de la poussière à la polarisation en suivant l'équation (3.12). La fraction de polarisation intrinsèque de la poussière est par ailleurs fixée à $f_p^D = 0.12$ de manière à ajuster le niveau de polarisation simulé à celui mesuré par WMAP. Cette valeur est par ailleurs compatible avec les limites supérieures mesurées par ARCHEOPS (Ponthieu *et al.*, 2005). Elle est également compatible avec les valeurs prédites par les modèles d'émission des grains (Draine et Fraisse, 2009).

La carte de la dépolarisation géométrique g^D ainsi produite est visible sur la figure 3.8.

mamd2008_with_synch_curvature

Ce dernier modèle est une modification mineure du modèle précédent. La loi d'émission du synchrotron est modifiée de la façon suivante :

$$X_\nu^S(\xi) = X_{\nu_0}^S(\xi) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\beta_s(\xi) + C(\xi) \log(\nu/\nu_0)}, \quad (3.24)$$

où $X = \{T, Q, U\}$, et C introduit une courbure de l'indice spectral du synchrotron avec la fréquence, dépendante de la position sur le ciel. Physiquement, un raidissement de la loi d'émission du synchrotron est attendu à haute fréquence en raison du vieillissement de la distribution énergétique des électrons. Cette modification a été introduite pour tester la robustesse des méthodes de séparation de composantes à cette caractéristique sous l'impulsion de Clive Dickinson. Elle est par exemple exploitée au chapitre 5.

Remarques sur les modèles galactiques

La différence principale entre les modèles est l'attribution de l'émission anormale au synchrotron ou à la poussière. Plusieurs faits observationnels tendent actuellement à favoriser l'émission rotationnelle des PAHs (voir par exemple Miville-Deschênes 2009) :

- Compte tenu de la forte polarisation intrinsèque du rayonnement synchrotron (75%), l'attribution de la totalité de l'émission anormale au synchrotron nécessite l'existence d'un puissant mécanisme de dépolarisation pour expliquer la faible fraction de polarisation observée. Le principal mécanisme de dépolarisation à cette fréquence étant la variation de l'orientation du

champ magnétique le long de la ligne, cette hypothèse nécessite un niveau élevé de turbulence dans le champ magnétique, incompatible avec l'hypothèse d'équipartition de l'énergie entre les composantes régulières et turbulentes du champ magnétique soutenue par plusieurs observations (Miville-Deschênes *et al.*, 2008).

- L'émission résiduelle obtenue en soustrayant des observations les modèles d'émission du synchrotron (obtenu par la polarisation) et du rayonnement de freinage, est fortement corrélée avec l'émission de la poussière dans l'infrarouge, notamment celle des plus petits grains et son comportement est en accord avec l'émission des PAHs en rotation (Ysard *et al.*, 2009).
- Les mesures de l'expérience ARCADE (Kogut *et al.*, 2009) à 3, 8 et 10 GHz contraignent l'indice spectral du synchrotron à des fréquences proches de celles de l'observation du CMB. L'extrapolation de ces mesures à 23 GHz indique l'existence d'une émission résiduelle contribuant pour $40 \pm 10\%$ de l'émission totale dans le plan galactique.

L'impact sur la modélisation du synchrotron de l'inclusion de l'émission rotationnelle de la poussière est un raidissement sensible de son indice spectral, notamment dans le plan galactique, comme illustré sur la figure 3.5.

Les différences concernant le rayonnement de freinage sont moindres et peuvent être considérées comme représentatives de l'incertitude sur notre connaissance de cette émission. L'émission thermique des grains est extrapolée de la même façon pour tous les modèles, néanmoins, l'ajout de fluctuations aléatoires à petite échelle permet, si besoin est, d'introduire un minimum de variabilité dans cette modélisation.

Concernant la polarisation, l'accord avec les données (principalement les cartes obtenues par WMAP) est nettement amélioré par le modèle *mamd2008*. Il reste toutefois insatisfaisant pour la polarisation de l'émission des grains comme nous le montrerons en conclusion de ce chapitre.

3.3.4 Sources ponctuelles

Un modèle complet des sources ponctuelles a été développé pour la collaboration PLANCK principalement par Joaquin Gonzalez-Nuevo, Marcella Massardi et Gianfranco de Zotti. Son intégration au sein du PSM nous a permis de participer à sa validation et à son amélioration. Un modèle minimaliste destiné à reproduire les propriétés de polarisation des sources a également été introduit à cette occasion. Ce modèle regroupe plusieurs sous-composantes, modélisées de façon relativement indépendante :

- les radio-sources ;
- les sources infrarouges ;
- le fond de source infrarouge.

Dans cette section, nous présentons indépendamment la modélisation de chacune de ces composantes avant de traiter quelques détails d'implémentation communs à ces différentes sources.

Une quatrième catégorie, particulière, constituée par les régions galactiques compactes sera traitée en section 3.3.6.

Radio sources

Comme présenté en section 2.2.1, peu de relevés profonds des radio sources sont disponibles dans le domaine de fréquence du PSM. Le modèle des radio sources s'appuie donc sur des relevés à des fréquences plus faibles, dont les caractéristiques principales sont résumées en table 3.3. La couverture spatiale de ces différents relevés est illustrée par la figure 3.9.

Une extrapolation précise des flux mesurés à une fréquence différente par le PSM nécessiterait de connaître le comportement spectral de la source. Or celui-ci peut être complexe (voir par exemple Sadler *et al.* 2006) de telle sorte qu'avec les données actuellement disponibles, une telle extrapolation ne peut être réalisée individuellement pour chaque source. Il est toutefois possible d'approximer le comportement spectral des sources par des lois de puissance $S_\nu = S_{\nu_0}(\nu/\nu_0)^{-\alpha}$ sur un intervalle de fréquence réduit, et de procéder à une extrapolation qui respecte globalement le comportement attendu de la population de sources. De manière générale le flux des sources radio dans le PSM est modélisé par 3 indices spectraux $\alpha_{<20}$, α_{20-100} et $\alpha_{>100}$, utilisés respectivement pour extrapoler le flux mesuré à basse fréquence jusqu'à 20 GHz, puis le flux obtenu à 20 GHz jusqu'à 100 GHz,

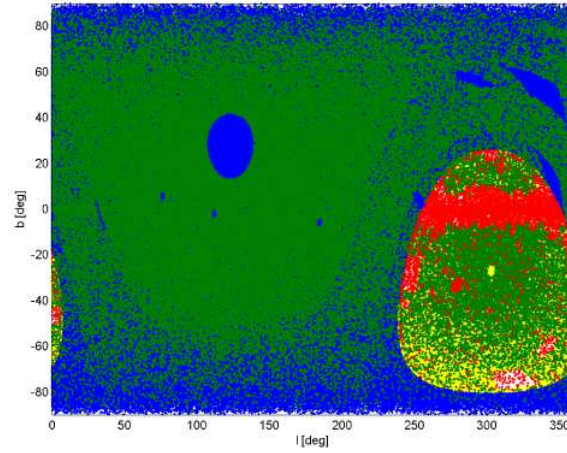


FIGURE 3.9 – Couverture spatiale des catalogues de sources ponctuelles radio obtenues par les relevés énumérés en table 3.3. Une source présente dans au moins un des relevés est représentée par un point à ces coordonnées galactiques, les zones non couvertes apparaissent en blanc. La couleur du point traduit les données disponibles pour une source. Vert : source mesurée à $\simeq 1$ GHz (NVSS ou SUMSS) et 4.85 GHz (GB6 ou PMN); Bleu : source mesurée à $\simeq 1$ GHz seulement (NVSS); Jaune : source mesurée à 4.85 GHz seulement (SUMSS); Rouge : source présente uniquement dans le catalogue PMN.

et enfin le flux obtenu à 100 GHz jusqu’aux fréquences supérieures. La loi d’émission des sources modélisées est ainsi non triviale et correspond par morceaux à des lois de puissance.

Pour les sources dont le flux est mesuré à deux fréquences distinctes (en vert sur la figure 3.9), il est possible de mesurer un indice spectral individuel

$$\alpha = -\log(S_{4.85\text{GHz}}/S_{\text{low}})/\log(4.85/\nu_{\text{inf}})$$

où ν_{inf} est 1.4 GHz dans la région couverte par NVSS, ou 0.843 GHz dans la région couverte par SUMSS. Cette mesure doit toutefois être corrigée de plusieurs sources d’erreurs, liées à la confusion des sources dans des relevés à des résolutions et des sensibilités différentes et reste entachée de larges erreurs de mesure. La distribution des indices spectraux mesurés reste ainsi plus large que celle attendue d’étude plus précises sur des échantillons réduits. Néanmoins cette mesure permet de séparer les sources en deux classes selon leur comportement spectral : les sources à spectre raide et les sources à spectre plat. Les distributions des indices spectraux de ces deux classes étant modélisées par des gaussiennes, les valeurs mesurées pour l’indice spectral moyen sont respectivement $\langle\alpha_{<20}^{\text{raide}}\rangle = 1.18$, $\langle\alpha_{<20}^{\text{plat}}\rangle = 0.16$. La largeur des distributions est fixée à $\sigma^{\text{raide}} = \sigma^{\text{plat}} = 0.3$, valeur constante avec les travaux de Ricci *et al.* (2006).

Chaque source présente dans un catalogue à basse fréquence est assignée à une des deux classes, et son indice spectral $\alpha_{<20}$ est tiré suivant la distribution correspondante. Lorsqu’une mesure de l’indice spectral est disponible, elle est utilisée pour déterminer à quelle population la source appartient (on considère que la source a un spectre raide si l’indice mesuré est supérieur à 0.5). Lorsque la source n’a été mesurée qu’à une fréquence, elle est affectée aléatoirement à l’une ou l’autre des populations en tenant compte des proportions mesurées de chaque population (Fomalont *et al.*, 1991).

Au delà de 20 GHz, l’indice spectral de chaque source est modifié d’une quantité $\delta\alpha = \alpha_{20-100} - \alpha_{<20}$. La distribution du changement de l’indice spectral $\delta\alpha$ a été mesuré pour les sources détectées dans les données WMAP (López-Caniego *et al.*, 2007). Cette distribution peut être approximée par une gaussienne de moyenne 0.29 (raidissement) et de dispersion 0.45. Le changement d’indice spectral des sources du modèle est tiré suivant cette distribution. Au-delà de 100 GHz, l’indice spectral des sources est à nouveau ajusté. Les sources dont l’indice spectral est exceptionnellement raide ou plat sont ramenées à un indice spectral médian.

Enfin, quelques zones du ciel ne sont pas couvertes par les relevés, et la sensibilité des relevés n’est pas homogène. La distribution sur le ciel des sources de chaque intervalle de flux a été homogénéisée

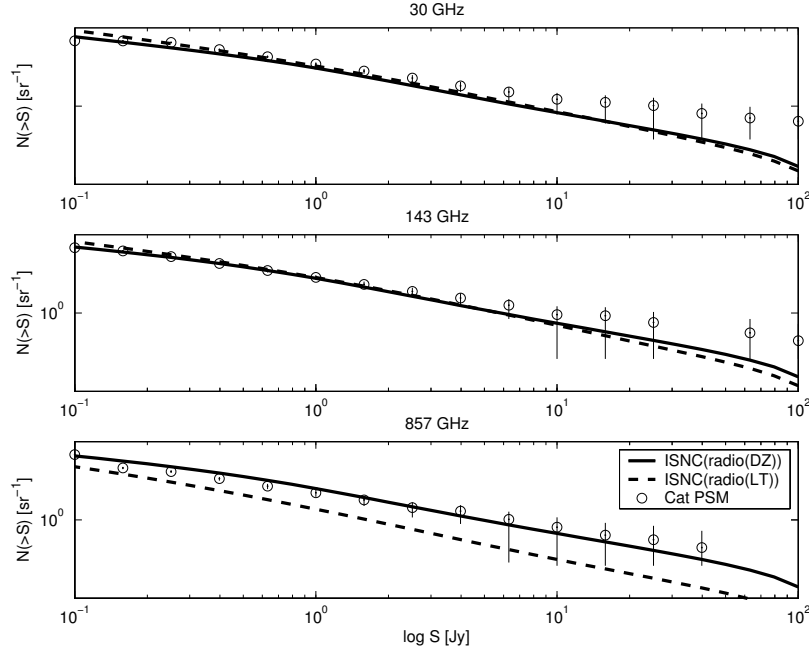


FIGURE 3.10 – Fonctions de comptage intégrées des radio sources à 30, 143 et 857 GHz. La ligne continue correspond au nombre de source prédit par le modèle (de Zotti *et al.*, 2005). Pour comparaison, le nombre de sources prédit par Toffolatti *et al.* (1998) est donné par la ligne discontinue.

en dupliquant aléatoirement des sources de même flux. De cette façon, une couverture complète du ciel est obtenue jusqu'à un flux de l'ordre de 20 mJy à 5 GHz. Les sources plus faibles ne contribuent pas de manière significative aux fluctuations. Les régions les moins bien couvertes se situent principalement dans le plan galactique, où l'effet des sources faibles est par ailleurs négligeable en comparaison des émissions diffuses galactiques. En dehors du plan galactique (latitude galactique supérieure à 10 degrés), la proportion de sources réelles est de 97% (95% pour l'ensemble du ciel). On peut donc espérer que les propriétés de corrélation des positions des sources radio seront correctement reproduites dans les cartes simulées par le PSM.

Une comparaison du nombre de sources simulées par le PSM et prédite par le modèle Toffolatti *et al.* (1998), et une version mise à jour de ce modèle (de Zotti *et al.*, 2005), tenant compte du déclin à grand redshift de la densité des sources est présentée sur la figure 3.10.

Pour finir, le signal polarisé des sources radio est reproduit en attribuant à chaque source un taux de polarisation et un angle de polarisation constant pour tout l'intervalle de fréquence. L'angle de polarisation est tiré suivant une distribution uniforme sur $[0 - 2\pi]$, et le degré de polarisation est tiré suivant les distributions effectivement observées (Ricci *et al.*, 2004) respectivement pour les sources à spectre plat et à spectre raide.

Sources infrarouges

Une extrapolation des lois d'émission de sources détectées par IRAS a été réalisée par Serjeant et Harrison (2005), en combinant les mesures effectuées par IRAS dans l'infrarouge lointain et SCUBA dans le domaine des longueurs d'ondes sub-millimétriques. De cette manière, les densités spectrales d'énergie des 15411 galaxies du catalogue PSC-z (Saunders *et al.*, 2000) ont été prédites entre 50 et 1300 μm .

Par ailleurs, une compilation incluant toutes les sources de l'infrarouge lointain contenues dans le catalogue de sources ponctuelles (PSC) et dans le catalogue des sources faibles (FSC) d'IRAS, a été mis à disposition de la communauté PLANCK par Dave Clements. L'extrapolation de ces sources infrarouges est faite suivant une loi de corps gris $\nu^b B(\nu, T)$, $B(\nu, T)$ désignant la loi de Planck pour un corps noir. Pour les sources détectées à une seule fréquence par IRAS, les valeurs de b et T utilisées sont les valeurs du spectre moyen de l'échantillon mesuré par Dunne *et al.* (2000), en

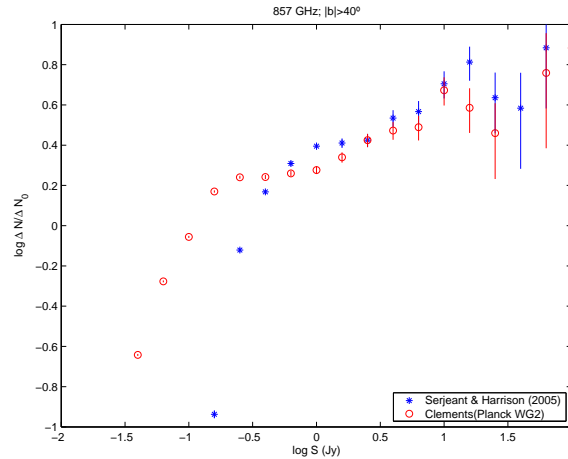


FIGURE 3.11 – Comparaison entre les comptages de sources de Serjeant et Harrison (2005) et le catalogue d’entrée du PSM à 857 GHz en dehors du plan galactique ($|b| > 40^\circ$).

l’occurrence $b = 1.3$ et $T = 35$ K. Pour les sources détectées à 60 et $100\mu\text{m}$, la valeur de l’indice $b = 1.3$ est conservée, mais la température est ajustée aux données.

Les deux échantillons ont ensuite été combinés, les sources présentes dans l’un et l’autre ont été incluses en conservant les flux dérivés par Serjeant et Harrison (2005).

Le catalogue obtenu est raisonnablement complet à haute latitude galactique jusqu’à ~ 80 mJy à 857 GHz (voir Fig. 3.11). En revanche, le PSC ne contient pas d’objets pour lesquels le risque de confusion avec des sources galactiques est élevé et le FSC est par ailleurs restreint aux régions en dehors du plan galactique. La densité des sources est donc fonction de la latitude galactique, et le plan galactique est moins bien couvert. D’autre part, la couverture du relevé IRAS n’est pas complète, et une bande représentant environ 4% du ciel est dépourvue de source. Pour résoudre ces deux problèmes, le même processus que pour les sources radio a été appliqué au catalogue de sources infrarouges, de façon à obtenir une distribution de sources homogène jusqu’à environ 80 mJy.

Fond de sources infrarouges

Comme signalé au chapitre 2.2.1, une autre contribution importante, et susceptible de dominer les fluctuations dans le domaine sub-millimétrique, provient des sources non résolues par l’instrument et formant le fond diffus infrarouge (Puget *et al.*, 1996). Ces galaxies sont interprétées comme des proto-galaxies, siège d’une intense formation d’étoiles. Le modèle adopté ici est celui présenté par Granato *et al.* (2004), qui rend compte correctement des décomptes obtenus par différents relevés dont SCUBA et MAMBO (voir par exemple Scott *et al.* 2006; Coppin *et al.* 2006). Ces sources sont également fortement agglomérées (Negrello *et al.*, 2004). Les effets d’agglomération sont modélisés suivant le modèle 2 de Negrello *et al.* (2004). La simulation de la distribution spatiale des sources est réalisée en utilisant la méthode présentée dans González-Nuevo *et al.* (2005). Une carte à une fréquence de référence $\nu_{\text{ref}} = 353$ GHz est ainsi produite, puis extrapolée aux autres fréquences ν_i , en utilisant une dépendance spectrale variable suivant le flux. L’indice spectral utilisé s’écrit $\alpha = -\log(S_{\text{ref}}/S_i)/\log(\nu_{\text{ref}}/\nu_i)$, où S_i est défini par $n(> S_i; \nu_i) = n(> S_{\text{ref}}; \nu_{\text{ref}})$. L’indice spectral est calculé par pas logarithmiques $\Delta \log(S_{\text{ref}}) = 0.1$.

Par ailleurs, l’importance de l’effet de lentille gravitationnelle sur les sources à grand redshift a été mis en évidence par Blain (1996). Ces sources sont modélisées dans le PSM suivant les distributions données par Perrotta *et al.* (2003) (voir Fig. 3.13). Les indices spectraux utilisés pour l’extrapolation sont obtenus de la même façon que pour les proto-galaxies.

Enfin, la fraction de polarisation des sources est tirée aléatoirement suivant une distribution correspondant au carré d’une variable gaussienne de déviation standard $\sigma = 0.01$. L’angle de polarisation est tiré suivant une distribution uniforme sur $[0 - 2\pi]$.

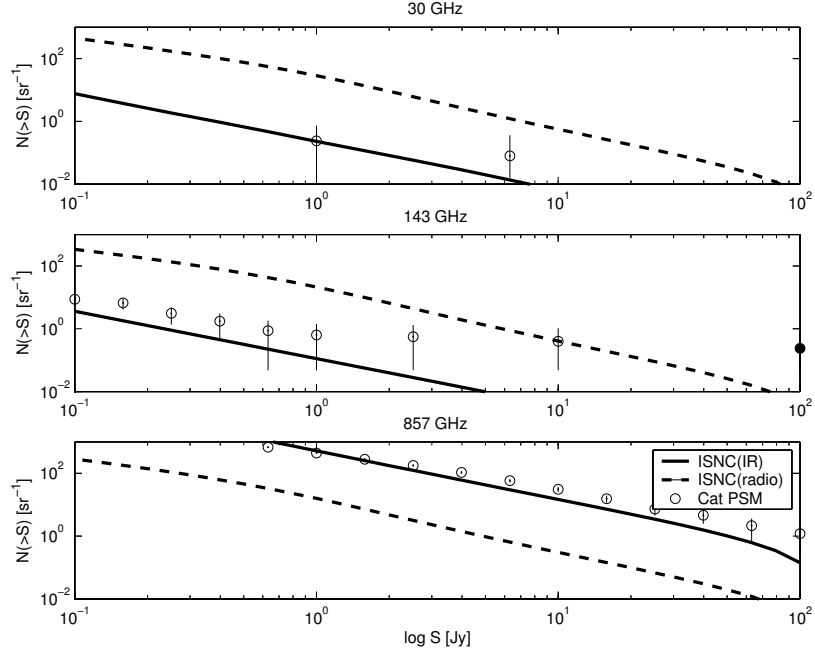


FIGURE 3.12 – Fonctions de comptage intégré des sources infrarouges à 30, 143 et 857 GHz. La ligne pleine correspond à un modèle du nombre de source infrarouge (Lapi *et al.*, 2006), tandis que la ligne discontinue correspond au modèle de Zotti *et al.* (2005) pour les radio sources.

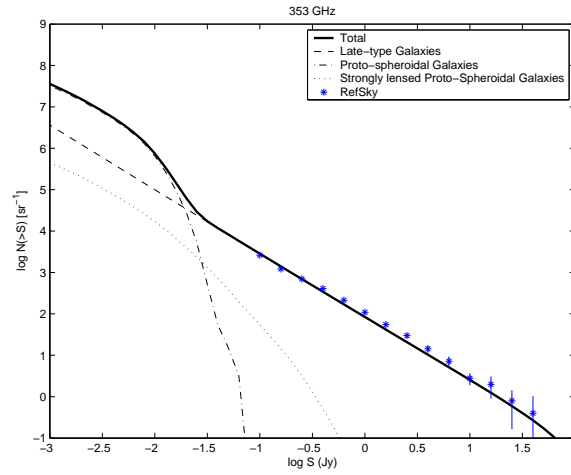


FIGURE 3.13 – Fonction de comptage des sources du PSM à 850 μm . Le nombre de sources total (trait plein) inclut les contributions des proto-galaxies non-lentillées (trait mixte) et lentillées (pointillés) ainsi que des galaxies évoluées (tirets). Les points illustrent la reconstruction de la fonction de comptage à partir des cartes simulées et offrent un test de consistance de la simulation.

Implémentation de la convolution des sources

Dans la mesure du possible, le PSM évite de manipuler des données mal échantillonnées. Pour les sources ponctuelles, cela signifie que la convolution des sources avec un lobe gaussien ramenant les cartes à une résolution finie doit être effectuée dans l'espace réel. De fait, la convolution d'une carte de sources, nécessairement mal échantillonnée puisque les sources sont ponctuelles, dans l'espace des harmoniques sphériques donnerait lieu à des artefacts. Pour les sources les plus fortes, ces artefacts peuvent contribuer significativement au signal. Une convolution dans l'espace pixel peut toutefois s'avérer coûteuse lorsque le nombre de sources devient grand et n'est pas nécessairement requise pour les sources les plus faibles qui donneront lieu à des artefacts très sous-dominants.

Le modèle des sources ponctuelles dans le PSM opère donc une distinction entre les sources selon leur flux. Pour une simulation donnée s'étendant sur un intervalle de fréquence limité, les sources dont le flux à une fréquence comprise dans cet intervalle dépasse un seuil prédéfini sont considérées comme fortes et sont rassemblées dans un catalogue. Les autres sources sont considérées comme faibles et sont incluses sous forme de carte dans la simulation. Ces cartes sont ensuite traitées comme le sont les cartes des composantes diffuses. Nous avons par ailleurs développé un outil permettant d'effectuer la convolution des sources avec un lobe instrumental idéalisé (gaussien) au sein du PSM. Le catalogue des sources fortes peut donc ensuite être utilisé par le PSM, ou par un outil extérieur, pour produire des cartes du nombre limité de sources fortes.

3.3.5 Effet Sunyaev-Zel'dovich

Quatre modèles de l'effet SZ thermique sont disponibles dans le PSM, et utilisent deux approches différentes :

- la première est basée sur un tirage aléatoire des amas suivant la fonction de masse (implémentée par `mazzotta_thermal` et `dmb_2001`),
- tandis que la seconde (implémentée par `nbody+hydro`) s'appuie sur les simulations numériques N-corps du Hubble Volume (A.E.Evrard, 2002) et des simulations hydrodynamiques du gaz des amas (Dolag *et al.*, 2005).

Le dernier modèle (`dddmb_2008`) utilise une approche hybride en combinant une simulation hydrodynamique plus profonde ($z = 0.25$) avec un tirage suivant la fonction de masse pour les amas à haut redshift.

Des cartes de l'effet SZ cinétique, consistantes avec les simulations de l'effet thermique, sont de plus disponibles à la fois pour deux des approches semi-analytiques (`dmb*`) et pour l'approche entièrement numérique. La polarisation de l'effet SZ liée au mouvement transverse des amas sur la ligne de visée (Sazonov et Sunyaev, 1999) est également implémentée dans le PSM pour les modèles `dmb*` de même que la contamination des amas par les sources radio et infrarouges qui est présentée en section 3.3.6.

Enfin, le satellite d'observation X ROSAT (Voges *et al.*, 1999) a fourni un catalogue d'amas et la mesure de leur luminosité. Le modèle `rosat_catalog` permet de convertir ce catalogue en une carte de l'effet SZ thermique contenant les amas connus. Ce catalogue peut également être utilisé pour contraindre les simulations des modèles `dmb*` en incluant les amas connus.

Tirage du catalogue d'après la fonction de masse

La première approche se base sur les travaux décrits dans Colafrancesco *et al.* (1997); Delabrouille *et al.* (2002), et s'appuie sur la connaissance *a priori* de la fonction de masse $N(M, z)$. Pour un modèle cosmologique donné (h , Ω_m , Λ , Ω_b , σ_8 fixés), la distribution des amas de galaxies dans le plan masse-redshift (M, z) est tirée aléatoirement selon une loi de Poisson dont la moyenne est fixée par la fonction de masse. Les coordonnées galactiques des amas sur la sphère (l, b) sont alors tirées aléatoirement selon une distribution uniforme. Il est clair qu'une telle approche ne reproduit pas la corrélation des structures. L'amplitude de l'effet Sunyaev-Zel'dovich est calculée, pour chaque amas tiré, suivant un modèle analytique du profil de densité électronique et une relation entre la masse et la température électronique de l'amas.

La vitesse intrinsèque des amas est tirée aléatoirement suivant une distribution gaussienne, de moyenne nulle et de déviation standard fixée par le spectre de puissance des fluctuations de densité (voir par exemple Peebles 1993). De même, cette méthode ne reproduit pas la corrélation entre les

mouvements des amas. Cette vitesse est utilisée pour calculer l'effet SZ cinétique ainsi qu'une partie de la polarisation induite par l'effet SZ.

L'effet SZ acquiert une polarisation dès lors que le rayonnement incident présente une anisotropie quadripolaire (Sazonov et Sunyaev, 1999). Les deux principales sources d'anisotropie à l'origine de l'effet SZ polarisé sont le quadrupôle local du CMB et le mouvement intrinsèque de l'amas. L'amplitude de ces deux effets est similaire et reste très faible. Pour le moment, seule l'émission polarisée liée au mouvement transverse de l'amas est implémentée dans le PSM.

La première implémentation de cette méthode que nous avons incluse dans le PSM est celle du modèle `mazzotta_thermal`. Une seconde implémentation, `dmb_2001` développée principalement par Jean-Baptiste Melin offre une plus grande flexibilité et incorpore des effets plus fins tels que l'effet SZ cinétique, la polarisation et la contamination des amas par les sources radio et infrarouges.

Les différentes fonctions de masse utilisables pour ce dernier modèle sont les fonctions de :

- Press-Schechter (Press et Schechter, 1974),
- Sheth-Tormen (Sheth et Tormen, 1999),
- Jenkins (Jenkins *et al.*, 2001),
- Evrard (Evrard *et al.*, 2002).

De même, les amas peuvent être dessinés suivant différents types de profils de densité électronique, le modèle beta ou un profil adapté aux observations récentes des satellites XMM (Croston *et al.*, 2008) ou Chandra :

$$n_e(x) \propto 1/(x^\gamma(1+x^\alpha)^{(\beta-\gamma)/\alpha})$$

avec $x = r/r_s$, $\alpha = 2.20$, $\beta = 5.00$, et $\gamma = 0.92$. Les profils peuvent être normalisés d'après une relation masse-température ou les données XMM (Pierpaoli *et al.*, 2003; Pratt *et al.*, 2009).

Enfin, comme signalé en introduction, il est possible d'inclure dans la simulation les amas connus du catalogue ROSAT (Voges *et al.*, 1999). Un sous ensemble du catalogue tiré aléatoirement selon la fonction de masse est ainsi remplacé par les amas connus. Les amas remplacés sont sélectionnés pour correspondre à la distribution masse-redshift du relevé ROSAT.

L'approche semi-analytique décrite ici ne permet toutefois pas de modéliser le faible effet Sunyaev-Zel'dovich dans les structures filamenteuses de la toile cosmique.

Simulations numériques de la matière noire et du gaz

Le PSM incorpore par ailleurs les résultats de simulations numériques, mises à disposition de la communauté PLANCK par Klaus Dolag, offrant l'avantage d'inclure des profils d'amas plus réalistes ainsi que la structure filamenteuse de la toile cosmique. En contrepartie, ces simulations étant particulièrement lourdes, une seule réalisation est mise à disposition. Il n'est donc pas possible d'utiliser ce modèle pour des simulations Monte Carlo.

La carte de SZ délivrée par ce modèle est obtenue par la combinaison d'une carte de l'univers local ($z < 0.025$) et d'une carte de l'univers à plus grand redshift ($z > 0.025$). La carte à faible redshift provient d'une simulation hydrodynamique du gaz de l'univers local (Dolag *et al.*, 2005). Cette simulation est contrainte pour reproduire la distribution de densité de l'univers local observée par le relevé de Galaxie IRAS 1.2-Jy.

La carte à plus grand redshift est obtenue à partir d'une simulation à N-corps de la matière noire dans le volume de Hubble. L'effet Sunyaev-Zel'dovich est reproduit en plaçant, à la position de chaque amas de la simulation, un profil d'amas compatible et de même masse obtenu d'une simulation hydrodynamique du gaz de baryons dans un volume beaucoup plus réduit (Schäfer *et al.*, 2006). Cette carte de l'effet SZ à grand redshift ne contient donc que les amas et n'inclut pas la structure filamenteuse.

Modèle hybride

Le modèle `ddmb_2008` combine les deux approches précédentes dans le but d'obtenir à la fois une forme réaliste pour les amas à bas redshift (probablement résolus) et une certaine variabilité de la simulation. Ceci permet par exemple d'adapter les paramètres cosmologiques aux mesures les plus récentes et de permettre son utilisation dans des applications type Monte Carlo.

L'univers à bas redshift est ainsi représenté par la simulation N-corps et hydrodynamique de l'univers local, contrainte par les observations de l'univers local, complétée par une simulation hy-

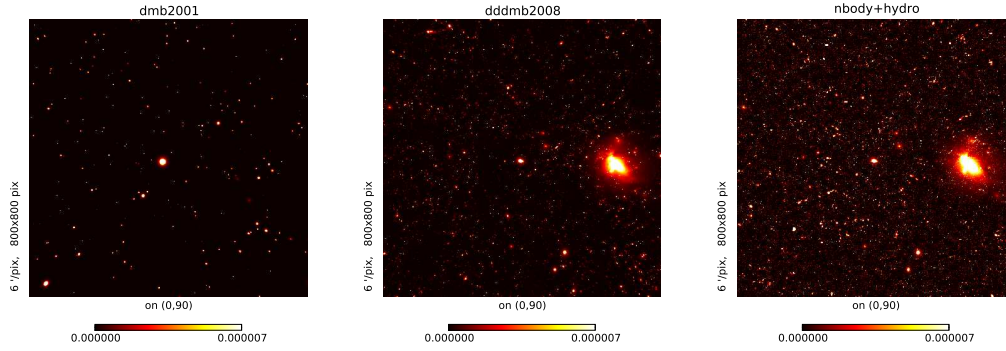


FIGURE 3.14 – Simulations de l’effet Sunyaev-Zel’dovich obtenues avec les trois principaux modèles du PSM. La zone présentée est centrée sur le pôle nord galactique et couvre une large région d’environ 80 degrés d’extension. Les paramètres cosmologiques utilisés pour les simulations `dmb_2001` et `ddmb_2008` sont ceux mesurés par WMAP, tandis que ceux utilisés lors de la simulation N-corps ne sont pas modifiables (notamment $\sigma_8 = 0.9$).

drodynamique plus profonde obtenue par Antonio da Silva pour $0.025 < z < 0.25$. Les amas pour $z > 0.25$ sont ensuite tirés suivant la méthode semi-analytique implémentée dans `dmb_2001`.

Commentaires sur les modèles

La figure 3.14 illustre les simulations des trois principaux modèles sur une large région centrée sur le pôle nord galactique. Le choix de la méthode à utiliser dépend des applications, et nous tentons de résumer succinctement ici les avantages et les inconvénients de chacune.

La simulation numérique offre une prise en compte correcte de la fonction de corrélation de la matière et de la vitesse propre des amas, de la structure des amas et de la physique du gaz, et pour l’univers proche et une cosmologie fixée, de la structure filamentaire de la toile cosmique. En revanche, le coût de calcul est tel qu’une seule réalisation avec une cosmologie fixée (par exemple, ici, $\sigma_8 = 0.9$) est disponible, et certains amas connus sont absents de la simulation.

L’approche semi-analytique est au contraire très flexible et permet de réaliser des simulations à la demande, avec des paramètres arbitraires. La plupart des amas connus peuvent être inclus dans la simulation. En contrepartie, la fonction de corrélation des amas et de leur vitesse propre n’est pas reproduite. La distribution du gaz dans l’amas est également modélisée de façon simplifiée.

3.3.6 Composantes à l’intersection de plusieurs modèles

Nous avons reporté ici la description des composantes dont l’émission est à l’intersection de plusieurs modèles et qui ont dû recevoir un traitement particulier en temps que tel.

Contamination du signal SZ par les sources radio et infrarouges des amas

Les sources radio sont préférentiellement associées à des galaxies primitives qui appartiennent à des amas, et constituent ainsi le contaminant principal du signal SZ. Une analyse détaillée de la corrélation entre les positions des amas et des sources radio est présentée par Massardi et De Zotti (2004), fournissant une estimation de la fonction de luminosité locale des radio sources dans les amas à 1.4 GHz. Leurs principales conclusions sont confirmées par des études plus récentes de Coble *et al.* (2007) et Kaneko (2006).

En s’appuyant sur ces résultats, Marcella Massardi a appliqué la procédure suivante pour réaliser une simulation de la contamination de l’effet SZ par les radio sources :

1. La fonction de luminosité locale à 1.4 GHz déterminée par Magliocchetti *et al.* (2002) avec une normalisation augmentée d’un facteur 3×10^3 , est utilisée afin d’estimer la densité des radio sources des amas qui ont une luminosité comprise entre $L_{\min} = 10^{28.5} \text{ erg s}^{-1}$ et L_{\lim} . Au delà de cette limite, les sources radio sont déjà simulées.

2. Pour les amas qui ont une taille angulaire supérieure à $5'$, donc résolus par PLANCK, les sources tirées aléatoirement suivant la fonction de luminosité sont distribuées avec une densité de surface proportionnelle à $[1 + (r/r_o)^2]^{-3\beta/2+1/2}$ avec $r_o = 0.7 \text{ Mpc}$ et $\beta = 1.65$. Pour les amas non résolus, la luminosité radio est déduite de l'intégration de la fonction de luminosité (sur l'intervalle de luminosité approprié) et de la multiplication de ce résultat par le volume de l'amas.
3. L'extrapolation aux fréquences plus élevées est obtenue en choisissant un rapport de nombre de sources à spectre plat sur nombre de sources à spectre raide égal à 0.35 à 1.4 GHz. La valeur moyenne des indices spectraux étant fixée à $\alpha_{\text{flat}} = 0.13$ et $\alpha_{\text{steep}} = 0.87$ respectivement.

Une simulation de l'émission infrarouge des galaxies dans les amas a également été implémentée par Étienne Pointecouteau et Jean-Baptiste Melin suivant la procédure :

- Le nombre de galaxies dans un amas est déterminé en fonction de la masse de l'amas suivant les relations obtenues dans Lin *et al.* (2004); Popesso *et al.* (2007).
- La luminosité des galaxies est tirée suivant la fonction de luminosité du modèle Lagache *et al.* (2003).
- Le flux infrarouge est calculé pour une distribution spectrale correspondant à la luminosité et au type de chaque galaxie.
- Enfin le flux infrarouge est réparti selon le profil de l'amas.

Sources galactiques et Régions HII

La séparation des régions d'émissions spécifiques de l'émission galactique diffuse est un problème délicat. Ce travail a été amorcé dans le PSM en commençant par extraire une sélection de régions HII ultra-compactes. 864 sources ont été sélectionnées dans le catalogue IRAS sur la base de leur couleur, comme spécifié dans Kurtz *et al.* (1994). Elles satisfont les critères suivants :

- Le flux à $100\mu\text{m}$ est supérieur à 100 Jy.
- Les flux sont correctement mesurés par IRAS dans les 3 canaux 100, 60 et $25\mu\text{m}$. Plus précisément, la qualité de la mesure est moyenne suivant la définition donnée dans Beichman *et al.* (1988).
- La latitude galactique est inférieure à 10 degrés.

Cette liste inclut toutes les régions HII ultra compactes du catalogue originel de Kurtz *et al.* (1994) qui ont également été observées par IRAS (48 objets) ainsi que 38 régions parmi les 53 décrites par Wood et Churchwell (1989).

Des correspondances en radio ont été recherchées dans les catalogues Gregory *et al.* (1996), Giveon *et al.* (2005) ainsi que dans le relevé NVSS. Le rayon d'association utilisé est d'une arcminute dans les 3 cas. En cas d'associations multiples, la source la plus brillante est sélectionnée. Il est à noter qu'aucun de ces catalogues ne couvre l'hémisphère sud, et que le travail dans cette région du ciel est toujours en cours.

Les flux attendus aux fréquences inférieures à 100 GHz sont estimés pour toutes les sources présentes à la fois dans le catalogue IRAS et dans un des catalogues radio. Le flux est extrapolé des relevés radio avec un indice spectral de -0.1 correspondant à celui de l'émission libre-libre. Lorsqu'une correspondance existe dans plus d'un catalogue, priorité est donnée au catalogue de Gregory *et al.* (1996), puis Giveon *et al.* (2005) et enfin NVSS. Pour les sources sans association en radio, le flux est considéré comme indéterminé.

Pour les fréquences supérieures à 100 GHz, les flux de toutes les sources est estimé à partir d'un ajustement des flux mesurés par IRAS à 100 et 60 microns à une loi de corps gris de la forme : $S = \nu^\beta B(\nu) = 2h/c^2 \nu^{\beta+3} (1/\exp(h\nu/kT) - 1)$ avec $\beta = 1.5$ (le choix de ce paramètre β est discuté dans Gear *et al.* (1988); Hoare *et al.* (1991); Maxia *et al.* (2001)). Lorsqu'une correspondance radio a été trouvée, le flux issu de l'ajustement est coadditionné au flux extrapolé. Cette manoeuvre s'avère nécessaire pour éviter les singularités dans les spectres des dites sources. Cependant, ceci peut conduire à une surestimation du flux aux fréquences proches de 100 GHz dans les cas où la correspondance radio n'est pas la bonne, mais l'impact devient négligeable au delà de 217 GHz, aux fréquences où les sources sont les plus visibles.

Parallèlement, ces sources ont été supprimées du modèle de l'émission diffuse en soustrayant leur contribution de la carte de poussière IRAS (voir 3.3.3).

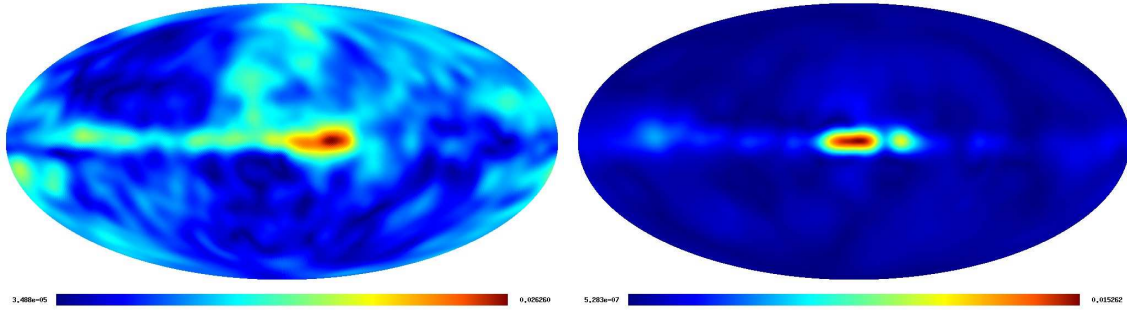


FIGURE 3.15 – Comparaison du modèle d’émission polarisée de la poussière (à droite) aux données WMAP à 94 GHz (à gauche). Les deux cartes représentent l’intensité de polarisation $P = \sqrt{Q^2 + U^2}$ et sont lissées à 10° . La plupart des fluctuations de la carte WMAP à haute latitude galactique peuvent être attribuées au bruit. Néanmoins, on observe que certaines structures du plan galactique ne sont pas reproduites par le modèle.

3.4 Perspectives

Le PSM est en constante évolution. Pour conclure ce chapitre, nous tentons de résumer l’ensemble des améliorations qui peuvent lui être apportées à court terme, c’est-à-dire avant l’avènement des données PLANCK. Certains de ces points sont déjà en développement pour la version suivante du PSM.

CMB

Dans sa version actuelle, le PSM ne tire pas complètement partie des mesures de fond diffus cosmologique disponibles. Les données de la cinquième année d’observation de l’expérience WMAP ont été publiées (Dunkley *et al.*, 2009a). De plus, des techniques de traitement de données plus avancées ont été appliquées à ces données (par exemple Delabrouille *et al.* 2009) rendant en partie obsolète la carte des fluctuations primordiales employée dans le PSM.

Polarisation de la poussière

La modélisation de la polarisation de la poussière est rendue relativement difficile par l’absence de contrainte observationnelle. Dans ce domaine, la mise à disposition des données PLANCK devrait apporter de grandes améliorations. Toutefois les données WMAP montrent déjà des insuffisances dans la modélisation effectuée. La figure 3.15 montre côte à côte l’intensité de polarisation de l’émission thermique de la poussière à 94 GHz prédite par le modèle et mesurée par WMAP. Bien que la mesure de WMAP soit fortement entachée par le bruit, on observe que les structures visibles dans le plan galactique ne sont pas reproduites correctement par le modèle.

Régions galactiques spécifiques

La plupart des régions compactes du plan galactique sont aujourd’hui modélisées de la même façon que l’émission diffuse. La qualité de la modélisation du PSM serait accrue par un traitement spécifique de ces régions pour la plupart des applications.

Prédiction des sources ponctuelles

Le modèle en place convient parfaitement à toutes les applications développées jusqu’à présent. Néanmoins une prédiction du flux des sources les plus brillantes, comme celles mesurées par WMAP pourrait se révéler intéressante, par exemple pour des applications de calibration des instruments.

Amélioration de l'observation

Le modèle instrumental implémenté dans la version présente du PSM est minimaliste. Sa plus importante limitation est de produire des observations à une fréquence pure alors que les instruments réels intègrent le rayonnement sur une bande de fréquence relativement large (de l'ordre de 30% de largeur relative). Il est clair que l'intégration dans la bande d'observation nécessite la connaissance des lois d'émission et gagnerait à être effectuée par le PSM. L'architecture de la version de développement du PSM a été modifiée de manière à faciliter cette opération.

3.5 Conclusion

La mise en œuvre du PSM a permis un certain nombre d'avancées dans le domaine de la simulation de l'émission du ciel entre 10 et 3000 GHz, tant en terme de modélisation des processus physiques que des applications envisagées. Par rapport à la situation préexistante où des modèles séparés des processus devaient être collectés et assemblés pour former un modèle complet, il offre notamment, en plus d'une facilité de réalisation des simulations :

- Une amélioration sensible de la cohérence des modélisations des différents processus.
- La prise en compte soigneuse d'un certain nombre de détails numériques susceptibles d'introduire des artefacts visibles dans les simulations.
- Une amélioration de la diffusion, de la validation, et de la traçabilité des simulations.
- La possibilité de produire des réalisations stockastiques représentatives des propriétés statistiques de l'émission à une résolution arbitrairement élevée, et non plus limitées par les observations disponibles.
- La possibilité de faire varier simplement la modélisation et les paramètres des modèles.

Il est ainsi utilisé de façon standard au sein de la communauté PLANCK, pour plusieurs applications :

- La réalisation des données simulées servant au test des méthodes de séparation de composantes.
- La simulation du ciel de référence, servant aux tests de l'ensemble de la chaîne de traitement de données (Keskitalo *et al.*, 2009).
- Une version particulière sert également à la vérification journalière des données de PLANCK.

La diffusion du code en dehors de la communauté fera par ailleurs l'objet d'une publication, et il est déjà utilisé occasionnellement pour des études annexes à l'expérience PLANCK (par exemple Betoule *et al.* 2009; Efstathiou *et al.* 2009).

Enfin, dans une perspective plus large, il constitue une base autour de laquelle le travail de modélisation des données à venir, notamment celles de PLANCK, peut s'organiser.

TABLE 3.1 – Modèles disponibles pour chaque composante dans la version 1.6.6.

Composante	Nom du modèle	Description	Simu	Préd
CMB	gaussian_cosmo	Tirage aléatoire de fluctuations gaussiennes suivant un spectre de puissance obtenu par CAMB.	X	
	gaussian_cl	Tirage aléatoire de fluctuations gaussiennes suivant un spectre de puissance fourni par l'utilisateur.	X	
	wmap_constrained	Tirage aléatoire de fluctuations gaussiennes dont la phase et l'intensité sont contraintes par la mesure effectuée par WMAP.	X	
	nongaussian_f_nl	Réalisations non gaussiennes du CMB caractérisées par le paramètre f_{NL} .	X	
	lenspix	Réalisations d'un CMB lentillé utilisant le code extérieur lenspix.	X	
	samplemap	Possibilité d'utiliser une carte quelconque de fluctuations pour des applications particulières.	X	
	wmap_3yr_ilc	Mesure du CMB par WMAP.		X
	no_cmb	CMB non inclus dans la simulation.	X	X
SZ	dmb_2001	Tirage aléatoire des amas suivant une fonction de masse, divers profils analytiques utilisables, contamination par les radio-sources possible.	X	
	ddmb_2008	Simulation hydro à bas redshift ($z < 0.25$), et tirage des amas suivant la fonction de masse à haut redshift.	X	
	nbody+hydro	Simulation N-corps du "Hubble Volume" + simulation hydrodynamique du gaz des amas.	X	
	mazzotta_thermal	Tirage aléatoire des amas suivant une fonction de masse.	X	
	rosat_catalog	Inclusion des amas du catalog Rosat suivant un profil analytique.		X
	no_sz	Effet SZ non inclus.	X	X
Objets compacts	psm_ps_multifreq	Extrapolation des sources de catalogue à $\nu < 5$ GHz et IRAS, réalisation aléatoire du fond infrarouge.	X	
	no_ps	Sources ponctuelles non incluses.	X	X
Galaxie	bmp_3comp_v1.1	3 composantes, synchrotron, libre-libre, poussière thermique. Non polarisé.	X	
	mamd_3comp_challenge2	Idem avec ajout de fluctuations à petite échelle et polarisation.		X
	mamd_dickinson_4comp	Modélisation de l'émission anormale par la poussière en rotation, ajout possible de fluctuations, polarisation.	X	X
	mamd2008	Synchrotron polarisé, libre-libre et poussière thermique et émission anormale d'après Miville-Deschênes <i>et al.</i> (2008, model 4). Ajout possible de fluctuations.	X	X
	"_with_synch_curvature	Modification mineure du précédent incluant une variation de l'indice spectral du synchrotron suivant la fréquence.	X	
	no_galaxy	Pas d'émission galactique.	X	X

TABLE 3.2 – Résolution des données ancillaires.

Composante	Carte	Résolution approximative	γ	α	β
Synchrotron	$S_{408 \text{ MHz}}$	1°	-3	0.05	1.0
	β_s	2°	-3	0.02	1.0
Libre-libre	$E(B - V)$	1°	-3	0.2	1.0
	$I_{H\alpha}$	1°	-2.6	0.1	1.1
Poussière	$D_{100 \text{ } \mu\text{m}}$	$9'$	-3	0.1	1.0
	$\mathcal{R}(100\mu\text{m}/240\mu\text{m})$	7°	-3	0.08	1.0

TABLE 3.3 – Caractéristiques principales des relevés grand-champ des sources ponctuelles radio utilisées dans le PSM.

Fréquence	Catalogue	$S_{lim}(\text{mJy})$	DEC	Résolution angulaire	
4.85 GHz	GB6	18	0 à +75	3.5'	Gregory et al. (1996)
	PMNE	40	-9.5 à +10	4.2'	Griffith et al. (1995)
	PMNT	42	-29 à -9.5	4.2'	Griffith et al. (1994)
	PMNZ	72	-37 à -29	4.2'	Wright et al. (1996)
	PMNS	20	-87.5 à -37	4.2'	Wright et al. (1994)
1.4 GHz	NVSS	2.5	-40 à +90	45''	Condon et al. (1998)
0.843 GHz	SUMSS	18	-50 à -30	45'' cosec($ \delta $)	Mauch et al. (2003)
		8	-90 à -50	45'' cosec($ \delta $)	

Chapitre 4

Estimation spectrale et needlets

Sommaire

4.1	Estimation du spectre de puissance du CMB	82
4.1.1	Modèle réaliste des observations	82
4.1.2	Vraisemblance du modèle	83
4.1.3	Pseudo-spectre	84
4.1.4	Approche pratique et motivations de l'ESN	85
4.2	Analyse en needlets	86
4.2.1	Analyse en needlets	86
4.2.2	L'estimateur spectral en needlets	88
4.2.3	Complexification du modèle d'observation	89
4.2.4	Implémentation	91
4.2.5	Localisation spatiale des needlets	92
4.3	Évaluation des performances de l'estimateur	92
4.3.1	Mise en place de simulations Monte-Carlo	94
4.3.2	Influence des paramètres de la méthode	96
4.3.3	Comparaison de l'ESN avec le pseudo-spectre	98
4.3.4	Fusion d'expériences	98
4.4	Discussion	100

Nous avons présenté dans les deux chapitres précédents les émissions qui se superposent au fond diffus cosmologique et compliquent son analyse. Le caractère non stationnaire de ces signaux fait apparaître l'intérêt d'une analyse localisée à la fois dans le domaine spatial et dans le domaine fréquentiel (voir la discussion 2.3). Par ailleurs, du côté instrumental, une couverture incomplète ou inhomogène est susceptible d'accroître l'intérêt des ondelettes pour l'analyse des mesures du fond diffus cosmologique. Les expériences au sol ou embarquées dans des ballons ne couvrent en effet qu'une fraction réduite du ciel (de quelques pour cent pour les observatoires terrestres à quelques dizaines de pour cent pour les vols ballon longue durée). Les expériences spatiales sont à même de balayer l'ensemble du ciel, néanmoins, la stratégie d'observation choisie ne fournit généralement pas une couverture homogène, ce qui peut conduire à une importante variabilité du niveau de bruit instrumental sur le ciel. L'utilisation de fonctions concentrées dans les deux domaines, telles que les ondelettes, est naturelle pour traiter ce type de difficultés.

Il existe différentes manières de définir des objets de type ondelettes sur la sphère (par exemple Starck *et al.* 2006; Sanz *et al.* 2006). Les needlets sont, une construction particulière d'ondelettes, dont les propriétés statistiques ont fait récemment l'objet d'études détaillées (Baldi *et al.*, 2009; Lan et Marinucci, 2008; Faÿ et Guillaou, 2008). Elles ont déjà été utilisées en cosmologie pour diverses applications telles que l'étude de l'effet Sachs-Wolfe intégré (Pietrobon *et al.*, 2006) et la recherche de non-gaussianités dans le CMB (Pietrobon *et al.*, 2009).

Le spectre des fluctuations du fond diffus cosmologique encode une grande partie de l'information cosmologique délivrée par les fluctuations primordiales (voir chapitre 1.2). Quelques études, telles que la recherche de non gaussianités ou de défauts topologiques, nécessitent une analyse des données

au-delà du spectre, néanmoins l'estimation du spectre de puissance conserve une importance primordiale. Dans ce chapitre, nous présentons une nouvelle approche de l'estimation spectrale, fondée sur l'analyse en needlets, proposée et étudiée par Faÿ et Guillaux (2008) (voir aussi Baldi *et al.* 2009), puis notre contribution pour caractériser et évaluer cette méthode dans des conditions représentatives des données actuelles (Faÿ *et al.*, 2008). Nous consacrons la première section de ce chapitre à la présentation du problème de l'estimation spectrale de manière générale. La seconde partie présente l'analyse en needlets et introduit les bases théoriques de l'estimateur spectral en needlets (ESN). Enfin, les performances de l'estimateur sont évaluées sur des simulations dans la dernière section. Nous concluons ce chapitre par une discussion des possibilités d'extension de l'estimateur pour le traitement des données à venir.

4.1 Estimation du spectre de puissance du CMB

4.1.1 Modèle réaliste des observations

Pour une mesure parfaite (sans bruit et à une résolution infinie) sur l'ensemble du ciel du signal s des fluctuations du fond diffus cosmologique, le meilleur estimateur de son spectre de puissance C_ℓ est le spectre empirique (appelé aussi pseudo-spectre). Rappelons son expression, introduite en section 1.2.3 :

$$\hat{C}_\ell = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m |a_{\ell m}|^2. \quad (4.1)$$

La variance de cet estimateur est appelée variance cosmique. Dans l'approximation de fluctuations gaussiennes, elle s'écrit :

$$\text{var}(\hat{C}_\ell) = \frac{2}{2\ell + 1} C_\ell^2. \quad (4.2)$$

Les mesures réelles, en revanche sont effectuées avec une résolution finie, sont échantillonnées, et affectées d'un bruit de mesure. En notant (ξ_k) pour $k = 1, \dots, N_{\text{pix}}$ une collection de pixels sur la sphère, un modèle possible des mesures x est :

$$x(\xi_k) = W(\xi_k) ((B * s)(\xi_k) + n(\xi_k)) \quad (4.3)$$

où B décrit la réponse de l'instrument, W est un masque binaire (contenant 0 ou 1) représentant la couverture de l'expérience, et n la contamination d'origine instrumentale. Ce modèle est simplifié, car il ne considère pas la contamination du signal s d'origine astrophysique. Nous faisons l'hypothèse que celle-ci a été traitée de manière à la rendre négligeable dans la zone observée \bar{W} . Cette hypothèse est raisonnable pour l'analyse des données de température. En polarisation en revanche, l'incertitude concernant l'estimation des contaminations astrophysiques devra être prise en considération pour l'estimation des paramètres. Le chapitre 5, consacré à la mesure du rapport tenseur sur scalaire à partir des modes de polarisation B en est une illustration. Nous considérons uniquement, dans ce chapitre, l'estimation du spectre de température, et conservons donc ce modèle.

Effet de la réponse instrumentale

Un traitement exact, dans le cas général, de la convolution du signal avec la réponse instrumentale doit prendre en compte la stratégie de balayage de l'instrument. Pour une réponse instrumentale axisymétrique, en revanche, le résultat est indépendant du balayage et la convolution peut être effectuée au niveau de la carte comme nous l'avons supposé en écrivant (4.3). La convolution avec une fonction axisymétrique s'exprime de façon simple par un produit dans l'espace des harmoniques sphériques : $\tilde{a}_{\ell m} = B_\ell a_{\ell m}$, où B_ℓ sont les coefficients du développement en fonctions de Legendre de la réponse instrumentale : $B(\xi) = \sum_\ell B_\ell L_\ell(\xi_0 \cdot \xi)$. L_ℓ est le polynôme de Legendre d'ordre ℓ (normalisé de telle sorte que $L_\ell(1) = \frac{2\ell+1}{4\pi}$). Le spectre du signal convolué est donc $\tilde{C}_\ell = B_\ell^2 C_\ell$. Le spectre originel peut être reconstitué par inversion jusqu'à une fréquence ℓ_{max} traduisant la résolution finie de l'instrument.

Échantillonnage des données

La pixellisation est en général choisie de manière à permettre l'intégration discrète (quadrature) des harmoniques sphériques jusqu'à un degré donné ℓ_{\max} :

$$\int_{\mathbb{S}} Y_{\ell m}(\xi) d\xi = \sum_{k=1}^{N_{\text{pix}}} \lambda_k Y_{\ell m}(\xi_k)$$

où l'on note λ_k les poids de quadrature associés à la pixellisation. La décomposition en harmoniques sphériques d'un signal à bande limitée x s'écrit alors :

$$a_{\ell m} = \sum_k \lambda_k x(\xi_k) Y_{\ell m}(\xi_k), \quad (4.4)$$

définition que l'on étend à tout signal échantillonné x_k .

Bruit instrumental

La mesure dans chaque pixel est affectée d'un bruit additif modélisé comme une variable aléatoire centrée n_k . Dans le cas général, la matrice de covariance du bruit de pixel à pixel est quelconque. Toutefois, en négligeant le bruit en $1/f$ dont la contribution est importante essentiellement à basse fréquence angulaire et qui peut être réduit à l'étape de fabrication de la carte, par exemple par des algorithmes de destriage (Delabrouille, 1998; Maino *et al.*, 2002a), le bruit instrumental peut être modélisé en première approximation comme décorrélé de pixel à pixel (\mathbf{N} est alors diagonale et l'on note $\text{diag } \mathbf{N} = (\sigma_k)$).

En utilisant la définition de la transformée en harmonique sphérique du signal discrétisé (4.4), on peut définir les moments multipolaires du bruit instrumental :

$$n_{\ell m} := \sum_k \lambda_k n_k Y_{\ell m}(\xi_k). \quad (4.5)$$

4.1.2 Vraisemblance du modèle

En supposant que le bruit de mesure et les fluctuations ont une distribution gaussienne, la vraisemblance de ce modèle reste :

$$p(\mathbf{x}|\mathcal{C}_\ell) = \frac{\exp((-1/2)\mathbf{x}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{x})}{(2\pi)^{N_{\text{pix}}/2} \sqrt{\det \mathbf{C}}} \quad (4.6)$$

avec \mathbf{C} la matrice de covariance du vecteur des données \mathbf{x} . La matrice de covariance inclut maintenant des contributions du signal et du bruit $\mathbf{C} = \mathbf{S}(\mathcal{C}_\ell) + \mathbf{N}$.

Numériquement, le spectre qui maximise la vraisemblance (4.6) est difficile à obtenir car la matrice de covariance totale n'est pas creuse. Dans le domaine des harmoniques sphériques, la décorrélation des modes d'un processus stationnaire permet de résoudre le problème exact en l'absence de bruit instrumental et de données manquantes. Ce n'est toutefois plus possible pour le modèle plus complexe, car le masque introduit une corrélation entre les modes, et le bruit instrumental n'est généralement pas un processus stationnaire. \mathbf{C} étant une matrice de $N_{\text{pix}} \times N_{\text{pix}}$ la complexité numérique croît donc comme N_{pix}^3 .

La maximisation de la vraisemblance n'est donc pas réalisable directement pour les expériences comme WMAP et PLANCK ($N_{\text{pix}} \sim 10^7$) sauf à une résolution réduite. Le schéma généralement employé utilise une approche hybride (Efstathiou, 2004). Les premiers multipoles du spectre sont estimés par la maximisation de la vraisemblance pour des cartes à une résolution dégradée. Diverses méthodes ont été développées pour calculer la vraisemblance du spectre à bas ℓ (voir par exemple Bond *et al.* 1998; Tegmark 1997). Le reste du spectre est obtenu par des méthodes sous optimales, généralement par la déconvolution du spectre empirique que nous détaillons dans le paragraphe suivant. L'estimateur spectral en needlets qui fait l'objet de ce chapitre est une alternative aux méthodes fondées sur la déconvolution du pseudo-spectre.

4.1.3 Pseudo-spectre

On montre facilement que les coefficients $\tilde{a}_{\ell m}$ du produit du signal $x_k = \sum_{\ell m} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\xi_k)$ par un masque quelconque $w_k = \sum_{\ell m} w_{\ell m} Y_{\ell m}(\xi_k)$ s'expriment par la relation de convolution :

$$\tilde{a}_{\ell m} = \sum_{\ell' m'} a_{\ell' m'} K_{\ell m \ell' m'}$$

où :

$$K_{\ell_1 m_1 \ell_2 m_2} = \sum_{\ell_3 m_3} w_{\ell_3 m_3} (-1)^{m_2} \sqrt{\frac{(2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1)(2\ell_3 + 1)}{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & -m_2 & m_3 \end{pmatrix}$$

où l'on a utilisé pour cette dernière équation, l'expression de l'intégrale sur la sphère du produit de trois harmoniques sphériques complexes en utilisant les symboles $3j$ de Wigner :

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbb{S}} Y_{\ell_1 m_1}(\xi) Y_{\ell_2 m_2}^*(\xi) Y_{\ell_3 m_3}(\xi) d\xi \\ &= (-1)^{m_2} \sqrt{\frac{(2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1)(2\ell_3 + 1)}{4\pi}} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ m_1 & -m_2 & m_3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

En utilisant les propriétés des symboles $3j$ de Wigner on en déduit alors (voir par exemple Hivon *et al.* 2002) la relation entre les espérances des pseudo-spectres des signaux masqués et non-masqués, notés \tilde{C}_ℓ et \hat{C}_ℓ respectivement :

$$\mathbf{E}(\tilde{C}_\ell) = \sum_{\ell'} \mathbf{E}(\hat{C}_{\ell'}) M_{\ell \ell'} \quad (4.7)$$

où la matrice de couplage des modes est :

$$M_{\ell_1 \ell_2} = (2\ell_2 + 1) \sum_{\ell_3} \frac{2\ell_3 + 1}{4\pi} \hat{w}_{\ell_3} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2,$$

en notant $\hat{w}_\ell = \sum_m |w_{\ell m}|^2$.

La matrice \mathbf{M} est généralement inversible dès lors que la portion de signal manquante est suffisamment faible (contrairement à la matrice \mathbf{K}). Lorsque que cette matrice est inversible, il est possible d'obtenir un estimateur non biaisé du spectre \mathcal{C}_ℓ . L'inversion n'est d'ailleurs pas strictement nécessaire, on pourra toujours considérer le pseudo-spectre comme un estimateur non biaisé du spectre original convolué par la matrice \mathbf{M} .

Il est ainsi possible d'appliquer aux données un masque de pondération quelconque w pour réaliser l'estimation spectrale. Une pondération uniforme des données disponibles ($w = W$) est un choix possible, mais de manière générale, on a intérêt à utiliser le masque qui fournit un estimateur avec la variance la plus faible possible. Les poids fournissant approximativement le meilleur estimateur peuvent être calculés simplement dans les deux régimes suivants : en l'absence de bruit, et lorsque le bruit est dominant.

Absence de bruit

Lorsque la matrice \mathbf{M} est inversible et en l'absence de bruit instrumental $\mathbf{E}(\hat{C}_\ell) = \mathcal{C}_\ell$, $\sum_{\ell'} M_{\ell \ell'}^{-1} \tilde{C}_{\ell'}$ est donc un estimateur non biaisé du spectre de puissance \mathcal{C}_ℓ .

Dans l'asymptotique des hauts ℓ la matrice de covariance de cet estimateur peut être approchée par :

$$\text{cov}(\tilde{C}_{\ell_1}, \tilde{C}_{\ell_2}) \approx 2\mathcal{C}_{\ell_1} \mathcal{C}_{\ell_2} \sum_{\ell_3} \frac{2\ell_3 + 1}{4\pi} \hat{w}_{\ell_3}^{(2)} \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2$$

et elle est minimisée pour une pondération uniforme, c'est-à-dire $w_k = W_k$. Efsthathiou (2004) a de plus montré que dans ce régime (signal dominant, hauts ℓ), cet estimateur est statistiquement équivalent à l'estimateur du maximum de vraisemblance. Par la suite, nous ferons référence à cet estimateur en utilisant l'acronyme PCLU (pour pseudo-CI uniforme).

Bruit dominant

En présence de bruit l'estimateur précédent est biaisé par la contribution du bruit au spectre empirique, que l'on déduit de l'équation (4.5) :

$$\hat{n}_\ell = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m |n_{\ell m}|^2.$$

L'espérance de cette quantité se calcule simplement :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\hat{n}_\ell) &= \mathbf{E} \left(\frac{1}{2\ell + 1} \sum_{k,k'} \lambda_k \lambda_{k'} n_k n_{k'} L_\ell(\xi_k \cdot \xi_{k'}) \right) \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_k \lambda_k^2 \sigma_k^2. \end{aligned}$$

On appellera parfois abusivement cette quantité le spectre du bruit, noté \mathcal{N}_ℓ .

Dans le cas particulier d'un bruit homogène, tel que $\sigma_k = \sigma$, et en supposant $\lambda_k = \frac{4\pi}{N_{\text{pix}}}$ on a :

$$\mathbf{E}(n_{\ell m} n_{\ell' m'}) = \frac{4\pi\sigma^2}{N_{\text{pix}}} \delta_{\ell, \ell'} \delta_{m, m'}.$$

En présence de bruit instrumental, le pseudo-spectre du signal a pour espérance :

$$\mathbf{E}(\tilde{C}_\ell) = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} \mathcal{C}_{\ell'} + \mathcal{N}_\ell$$

avec, en supposant un bruit décorrélé : $\mathcal{N}_\ell = \frac{1}{4\pi} \sum_k \sigma_k^2 \lambda_k^2 w_k^2$. Un estimateur non biaisé de \mathcal{C}_ℓ est dans ce cas obtenu par $\tilde{C}_\ell^w = \sum_{\ell'} M^{-1}_{\ell\ell'} (\tilde{C}_{\ell'} - \mathcal{N}_{\ell'})$. Dans un régime dominé par le bruit, Efstathiou (2004) a montré que la variance de cet estimateur est approximativement équivalente à celle de l'estimateur du maximum de vraisemblance lorsque l'on utilise les poids $w_k = \frac{1}{\sigma_k^2}$.

Nous nommerons par la suite cet estimateur PCLW, où W (weighted en anglais) fait référence à la pondération du signal.

4.1.4 Approche pratique et motivations de l'ESN

L'approche généralement employée est de combiner différents estimateurs : le spectre aux grandes échelles angulaires est estimé sur une carte de résolution réduite en maximisant la vraisemblance du modèle, tandis que les échelles angulaires plus faibles reçoivent un traitement sous optimal (bien que proche). Par exemple, pour l'analyse des données collectées par les 3 premières années d'observation de WMAP (Hinshaw *et al.*, 2007) la vraisemblance des premiers multipoles $\ell < 30$ du spectre de WMAP a été calculée sur des cartes de résolution réduite. Le spectre pour $\ell > 30$ est calculé à partir des spectres croisés en utilisant une pondération uniforme jusqu'à $\ell = 500$ et une pondération $1/\sigma^2$ au-delà.

Dans ce chapitre nous présentons une approche alternative à la déconvolution du spectre empirique pour l'estimation du spectre à hauts ℓ . Cette approche met à profit les propriétés de concentration spatiale des needlets pour traiter le problème des données manquantes et de l'inhomogénéité du bruit instrumental. La méthode s'adapte dans chaque échelle au rapport signal sur bruit local et implémente ainsi de façon optimisée une transition entre les deux régimes traités auparavant par deux approches différentes.

De manière générale, le caractère localisé des needlets à la fois dans le domaine spatial et dans le domaine spectral permet une adaptation naturelle aux conditions locales de signal sur bruit. L'estimateur peut ainsi être utilisé pour incorporer les données de plusieurs expériences présentant des couvertures et des caractéristiques hétérogènes.

4.2 Analyse en needlets

Les needlets sont des fonctions axisymétriques sur la sphère bénéficiant d'une localisation parfaite et librement ajustable dans le domaine fréquentiel, ce qui les rend facilement utilisables à des fins d'estimation spectrale. Par ailleurs, le caractère axisymétrique des fonctions simplifie le calcul des coefficients de needlets du signal (produits scalaires du signal et des ondelettes) puisqu'il se résume à une opération de filtrage dans le domaine des harmoniques sphériques.

Dans cette section, nous présentons les needlets dans un cadre général, puis rappelons la définition de l'ESN ainsi que son application au traitement d'observations complexes. Plusieurs paramètres de l'implémentation pratique de l'ESN ne sont pas fixés par la théorie. Nous consacrons la fin de cette section à la discussion de ces paramètres, qui seront évalués numériquement dans la section suivante.

4.2.1 Analyse en needlets

Pour définir les needlets, nous considérons une décomposition du domaine spectral en bandes de fréquences (ou échelles) caractérisées par la collection de fonctions fenêtres $h_\ell^{(j)}$. Le support de chaque fonction fenêtre est borné, en particulier, on note $\ell_{\max}^{(j)}$ la fréquence maximum.

Remarquons que cette définition est indépendante de la pixellisation choisie. De fait, on utilisera généralement une pixellisation $\xi_k^{(j)}, k = 1, \dots, N_{\text{pix}}^{(j)}$ adaptée à chaque échelle, c'est à dire qui permet l'intégration discrète des fonctions jusqu'à la fréquence $2\ell_{\max}^{(j)}$ (avec les poids de quadrature associés $\lambda_k^{(j)}, k = 1, \dots, N_{\text{pix}}^{(j)}$).

Les needlets sont les fonctions axisymétriques définies comme :

$$\psi_k^{(j)}(\xi) = \sqrt{\lambda_k^{(j)}} \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}^{(j)}} h_\ell^{(j)} L_\ell(\xi \cdot \xi_k^{(j)}), \quad (4.8)$$

Pour une échelle donnée j , ces fonctions sont identiques à un facteur multiplicatif près et à la rotation près, plaçant leur centre $\xi_k^{(j)}$ en un point de référence (le pôle nord par exemple). Un choix adapté de la fonction fenêtre $h_\ell^{(j)}$ permet d'obtenir une bonne localisation de la needlet autour de son centre $\xi_k^{(j)}$. La figure 4.1 donne un exemple de choix de fonctions fenêtres réalisant un découpage du domaine spectral, et illustre le profil spatial des needlets associées à trois bandes de fréquence moyenne croissante. L'optimisation des fonctions fenêtres est abordée à la section 4.2.5.

Par abus de langage, les "coefficients de needlets" d'un champ X sur la sphère sont alors définis par :

$$\gamma_k^{(j)} := (\lambda_k^{(j)})^{-1/2} \langle X, \psi_k^{(j)} \rangle$$

où $\langle \cdot, \cdot \rangle$ représente le produit scalaire usuel pour les fonctions de carré intégrable sur la sphère. Leur calcul découle d'une simple opération de filtrage dans le domaine des harmoniques sphériques par la fonction fenêtre $\{h_\ell^{(j)}\}_j$ comme illustré sur le schéma suivant :

$$\{X(\xi_k)\}_{k=1, \dots, N_{\text{pix}}} \xrightarrow{\text{SHT}} a_{\ell m} \xrightarrow{\times} h_\ell^{(j)} a_{\ell m} \xrightarrow{\text{SHT}^{-1}} \{\gamma_k^{(j)}\}_{k=1, \dots, N_{\text{pix}}^{(j)}}. \quad (4.9)$$

Pour compléter notre présentation, et bien que cette propriété ne soit pas utilisée dans le cas de l'estimation spectrale, signalons enfin qu'un signal à bande limitée peut être reconstruit à partir de ses coefficients de needlets. En notant $\tilde{h}_\ell^{(j)} = h_\ell^{(j)} / \sum_{j'} (h_\ell^{(j')})^2$ les fonctions fenêtres de synthèse, la synthèse est schématisée par :

$$\{\gamma_k^{(j)}\}_{k=1, \dots, N_{\text{pix}}^{(j)}} \xrightarrow{\text{SHT}^{-1}} h_\ell^{(j)} a_{\ell m} \xrightarrow{\times} \tilde{h}_\ell^{(j)} h_\ell^{(j)} a_{\ell m} \xrightarrow{\text{SHT}} X^{(j)} \quad (4.10)$$

qui fournit une décomposition du signal de départ en champs filtrés à différentes échelles, $X^{(j)}$. Le signal de départ est ensuite reconstitué par $X(\xi) = \sum_j X^{(j)}(\xi)$. Remarquons que dans le cas général, les filtres d'analyse et de synthèse diffèrent.

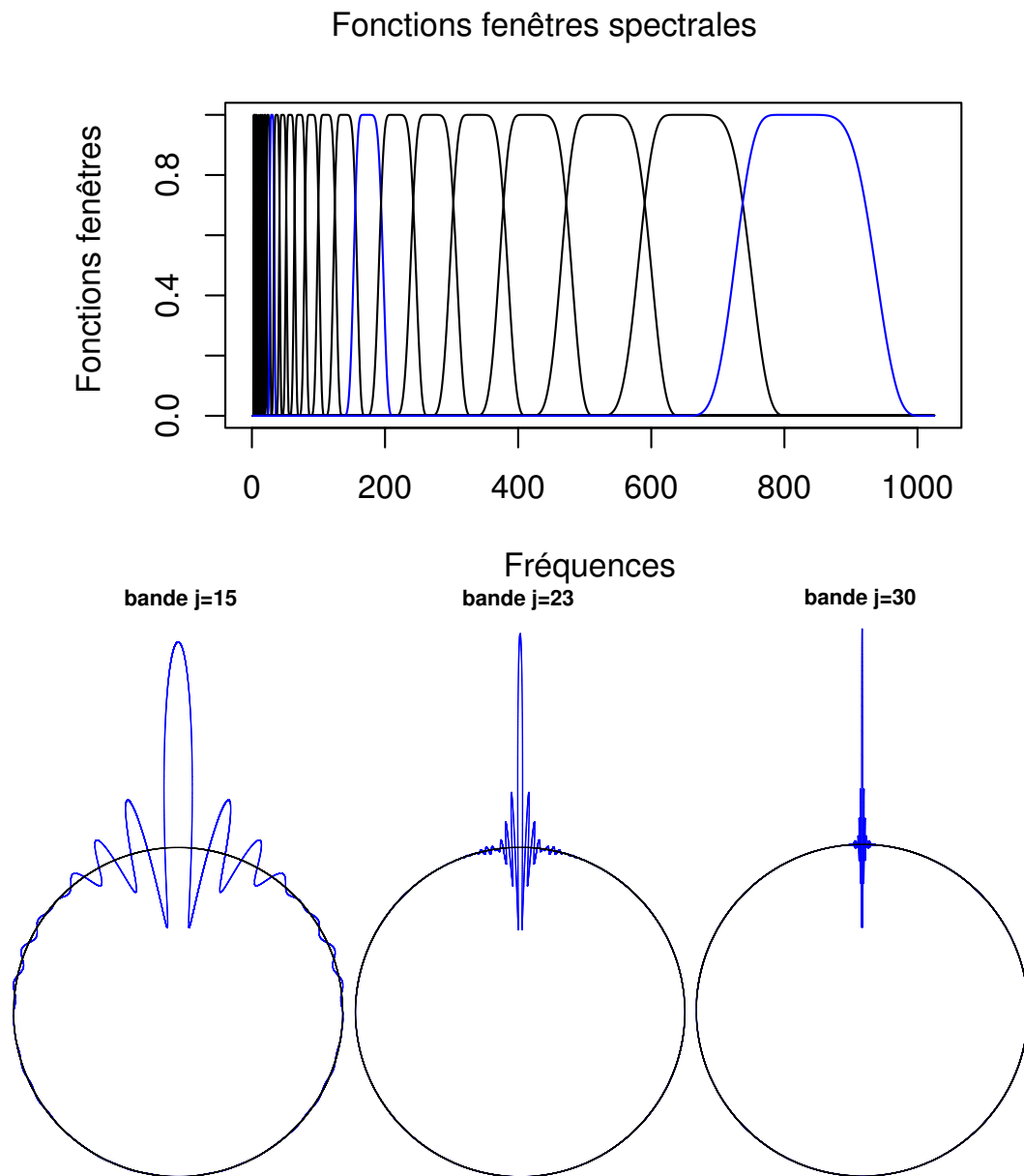


FIGURE 4.1 – Famille de fonctions fenêtre et profil spatial de trois des needlets associées (adapté de Faÿ et Guilloux 2008).

4.2.2 L'estimateur spectral en needlets

Distribution des coefficients de needlets d'un champ stationnaire

L'estimateur spectral en needlets est fondé sur les propriétés statistiques des coefficients de needlets d'un processus stationnaire centré sur la sphère X (tel que le CMB). Comme précédemment, on note \mathcal{C}_ℓ son spectre de puissance angulaire, de telle sorte que l'on a : $\mathbf{E}(X(\xi)X(\xi')) = (4\pi)^{-1} \sum_\ell \mathcal{C}_\ell L_\ell(\xi \cdot \xi')$. Les coefficients needlets d'un tel champ sont des variables aléatoires centrées, et :

$$\text{cov}[\gamma_k^{(j)}, \gamma_{k'}^{(j')}] = \sum_{\ell \geq 0} h_\ell^{(j)} h_\ell^{(j')} \mathcal{C}_\ell L_\ell(\xi_k^{(j)} \cdot \xi_{k'}^{(j')}). \quad (4.11)$$

En particulier la variance des coefficients de needlets est :

$$\text{var}[\gamma_k^{(j)}] = C^{(j)}, \quad (4.12)$$

où l'on a posé :

$$C^{(j)} := (4\pi)^{-1} \sum_{\ell \geq 0} \left(h_\ell^{(j)}\right)^2 (2\ell + 1) \mathcal{C}_\ell. \quad (4.13)$$

Distribution des coefficients de needlets du bruit

Pour le modèle déjà retenu d'un bruit centré indépendant de pixel à pixel, mais éventuellement non stationnaire de variance σ_k^2 , les coefficients de needlets sont centrés. Si l'on suppose de plus que les poids de quadrature sont uniformes (ce qui est approximativement le cas pour la pixellisation HEALPix : $\lambda_k \approx 4\pi/N_{\text{pix}}$) et que les variations de σ sont suffisamment faibles, alors :

$$\text{cov}[\gamma_k^{(j)}, \gamma_{k'}^{(j')}] \simeq \int_{\mathbb{S}} \sigma^2(\xi) \psi_k^{(j)}(\xi) \psi_{k'}^{(j')}(\xi) d\xi. \quad (4.14)$$

Nous noterons donc :

$$n_k^{(j)}(\sigma) := \left(\int_{\mathbb{S}} \sigma^2(\xi) |\psi_k^{(j)}(\xi)|^2 d\xi \right)^{1/2} \quad (4.15)$$

la déviation standard des coefficients de needlets du bruit. Notons que dans le cas particulier d'un bruit homogène on a simplement : $n_k^{(j)} = \left(\frac{\sigma^2}{N_{\text{pix}}} \sum_{\ell \geq 0} (2\ell + 1) \left(h_\ell^{(j)}\right)^2 \right)^{1/2}$.

Estimation du spectre lissé

L'estimation spectrale à l'aide des needlets part de l'observation suivante : pour n'importe quelle suite de poids $w_k^{(j)}$ vérifiant :

$$\sum_{k=1}^{N_{\text{pix}}^{(j)}} w_k^{(j)} = 1, \quad (4.16)$$

la quantité :

$$\widehat{C}^{(j)} := \sum_{k=1}^{N_{\text{pix}}^{(j)}} w_k^{(j)} \left(\gamma_k^{(j)} \right)^2 \quad (4.17)$$

est un estimateur non-biaisé (d'après l'équation (4.12)) de $C^{(j)}$ pour une observation non contaminée et complète du processus stationnaire X . Or $C^{(j)}$ n'est autre qu'une version lissée (moyennée par la fonction $(h_\ell^{(j)})^2$) du spectre \mathcal{C}_ℓ du processus.

Pour des observations bruitées, il faut soustraire l'espérance de la contribution du bruit pour obtenir l'estimateur non-biaisé :

$$\widehat{C}^{(j)} := \sum_k w_k^{(j)} \left\{ \left(\gamma_k^{(j)} \right)^2 - \left(n_k^{(j)} \right)^2 \right\}. \quad (4.18)$$

Les poids $w_k^{(j)}$ peuvent ensuite être ajustés sous la contrainte (4.16) de manière à minimiser l'erreur quadratique moyenne $\mathbf{E} \left(\widehat{C}^{(j)} - C^{(j)} \right)^2$.

On peut résoudre ce problème de minimisation en faisant l'hypothèse simplificatrice que les coefficients de needlets sont décorrélés. En pratique les coefficients de needlets sont faiblement dépendants pour des fonctions fenêtres bien choisies (Baldi *et al.* (2009) ont montré qu'ils sont asymptotiquement indépendants pour $j \rightarrow \infty$). Sous cette hypothèse les poids minimisant l'erreur quadratique sont donnés par :

$$w_k^{(j)}(\overline{C}^{(j)}) := \left(\overline{C}^{(j)} + \left(n_k^{(j)} \right)^2 \right)^{-2} \left[\sum_{k'} \left(\overline{C}^{(j)} + \left(n_{k'}^{(j)} \right)^2 \right)^{-2} \right]^{-1} \quad (4.19)$$

où $\overline{C}^{(j)} = C^{(j)}$. Cette quantité n'est pas connue *a priori*, mais peut être remplacée dans un premier temps par une estimation approchée $C_0^{(j)}$ de $C^{(j)}$ obtenue par exemple en utilisant des poids $w_k^{(j)}$ constants. Notons que dans l'approximation d'indépendance entre les coefficients du bruit, l'estimateur spectral correspond au maximum de vraisemblance dans le domaine des coefficients de needlets. Si nécessaire, l'estimateur pourra être amélioré de manière itérative en utilisant l'estimation plus précise de $C^{(j)}$ obtenue à l'étape précédente pour définir les poids. En pratique, l'estimateur est robuste vis à vis du spectre *a priori* $\overline{C}^{(j)}$ comme vérifié dans la section 4.3.2, de telle sorte qu'il y a peu de gain à affiner l'estimation de $\overline{C}^{(j)}$.

En comparaison, l'obtention d'une pondération optimale des pixels pour l'estimateur PCL nécessiterait le calcul de $\mathbf{C}^{-1} = (\mathbf{S} + \mathbf{N})^{-1}$, ou d'une approximation, ce qui n'est pas faisable en pratique dans le régime intermédiaire où aucun des deux termes ne domine. Une pondération heuristique par $w_k \propto \frac{1}{(\sigma_k)^2 + \sigma_k^2}$ a été utilisée pour l'estimation du spectre de puissance des données WMAP (Hinshaw *et al.*, 2003) mais a été abandonnée dans le traitement des données 5 ans.

C'est un des avantages des needlets de permettre une répartition naturelle des poids adaptée à chaque échelle en présence de bruit inhomogène.

4.2.3 Complexification du modèle d'observation

Dans cette section nous rappelons comment l'estimateur en needlets peut être adapté à des modèles d'observations plus complexes, incluant des données manquantes, une réponse instrumentale non idéale, et la combinaison de données provenant de plusieurs expériences. Certains de ces développements sont fondés sur des approximations dont la validité sera vérifiée numériquement en section 4.3.2.

Réponse instrumentale

L'impact exact de la réponse instrumentale (voir section 4.1.1) sur les $C^{(j)}$ dépend du spectre du signal. Néanmoins, pour des fonctions fenêtres $h_\ell^{(j)}$ suffisamment étroites et en supposant que la réponse fréquentielle de l'instrument est suffisamment lisse de telle sorte qu'elle varie peu dans la bande, l'effet de la réponse instrumentale $B^{(j)}$ sur les coefficients de needlets dans la bande (j) peut être approché par :

$$(B^{(j)})^2 := (4\pi)^{-1} \sum_{\ell \geq 0} (2\ell + 1) (h_\ell^{(j)})^2 B_\ell^2. \quad (4.20)$$

On a alors :

$$\text{var} \left[\frac{\gamma_k^{(j)}}{B^{(j)}} \right] \simeq C^{(j)}, \quad k = 1, \dots, N_{\text{pix}}^{(j)}. \quad (4.21)$$

En pratique, les bandes sont choisies de telle sorte que cette approximation soit suffisamment bonne.

Données manquantes

Contrairement aux coefficients du développement en harmoniques sphériques qui sont nécessairement biaisés par l'application d'un masque étendu au signal, les bonnes propriétés de localisation des

needlets permettent d'espérer que les coefficients calculés loin du masque soient peu affectés par sa présence. L'estimateur spectral en needlets est fondé sur cette approximation. On sélectionne donc un ensemble $\mathcal{K}^{(j)}$ de coefficients de needlets, que l'on pense peu biaisés par le masque. L'estimation spectrale est effectuée sur cet ensemble de coefficients, tandis que les autres ne sont pas considérés.

En pratique, le critère retenu pour sélectionner les coefficients est le suivant : on considère que le coefficient $\gamma_k^{(j)}$ est fiable si l'effet du masque sur la norme \mathbb{L}^2 de la needlet $\psi_k^{(j)}$ correspondante est inférieur à un niveau de référence, fixé par un paramètre ajustable $t^{(j)}$. Plus formellement, on définit l'ensemble des coefficients retenus au niveau $t^{(j)}$ par :

$$\mathcal{K}_{t^{(j)}}^{(j)} := \left\{ k = 1, \dots, N_{\text{pix}}^{(j)} : \frac{\|W\psi_k^{(j)}\|_2^2}{\|\psi_k^{(j)}\|_2^2} \geq t^{(j)} \right\}. \quad (4.22)$$

Le choix du paramètre $t^{(j)}$ résulte d'un compromis entre le biais et la variance de l'estimateur. Le nombre de coefficients retenus diminue lorsque $t^{(j)} \rightarrow 1$ ce qui augmente la variance de l'estimateur. En contrepartie les coefficients retenus et donc l'estimation seront moins affectés par le masque. En pratique $t^{(j)} \sim 0.95$ constitue un choix raisonnable. Une étude de l'impact du choix de ce paramètre est présentée dans Faÿ *et al.* (2008) et rappelée en section 4.2.4.

Les propriétés de localisation des needlets vis à vis du critère (4.22) sont étudiées en détail dans Guillaux *et al.* (2009). Quelques éléments sont par ailleurs donnés en section 4.2.5.

Fusion d'expériences

Complétons enfin notre présentation de l'estimateur spectral en needlets en étendant le modèle d'observation à plusieurs expériences présentant des caractéristiques différentes en termes de sensibilités, résolutions et couvertures. De fait, les contraintes imposées aux expériences CMB diffèrent selon la plate-forme d'observation utilisée (télescope au sol, embarqué en ballon ou dans une plate-forme spatiale), de telle sorte que les données de diverses expériences sont complémentaires. La grande couverture du ciel accessible aux expériences spatiales permet de limiter la variance cosmique sur le spectre à grande échelle, tandis que la sensibilité et la résolution accrue d'expériences libérées des contraintes spatiales permettent une meilleure mesure du spectre à haute fréquence angulaire.

À titre d'illustration, la mesure effectuée par l'expérience WMAP est limitée par la variance cosmique jusqu'à $\ell \simeq 530$ (Nolta *et al.*, 2009). Au-delà, la mesure peut être améliorée en incorporant des données obtenues par d'autres expériences, telles que ACBAR (Reichardt *et al.*, 2009) ou Boomerang (Jones *et al.*, 2006).

En indiquant par e les grandeurs relatives à chaque expérience, le modèle des coefficients de needlets des observations $\gamma_{k,e}^{(j)}$ s'écrit :

$$\gamma_{k,e}^{(j)} = B_e^{(j)} \gamma_k^{s(j)} + \gamma_{k,e}^{n(j)}, \quad (4.23)$$

où $\gamma_k^{s(j)}$ sont les coefficients de needlets du CMB et $\gamma_{k,e}^{n(j)}$ les coefficients de needlets du bruit pour chaque expérience.

Comme précédemment, on ne retient, pour chaque expérience, que les coefficients tels que $k \in \mathcal{K}_{e,t_j}^{(j)}$ que l'on pense peu affectés par la couverture partielle du ciel. La covariance des coefficients de needlets du bruit affectant une expérience est donnée par l'équation (4.15). Par ailleurs, les coefficients de needlets du bruit sont indépendants d'une expérience à une autre. Pour chaque pixel $k \in \mathcal{K}^{(j)} = \cup_e \mathcal{K}_{e,t_j}^{(j)}$, on forme donc un coefficient de needlets agrégé $\tilde{\gamma}_k^{(j)}$ par la combinaison des coefficients de needlets corrigés de la réponse instrumentale :

$$\tilde{\gamma}_k^{(j)} = \sum_e \omega_{k,e}^{(j)} \frac{\gamma_{k,e}^{(j)}}{B_e^{(j)}}. \quad (4.24)$$

Les poids affectés à chaque expérience sont calculés en tenant compte du rapport local du signal au bruit, et en vérifiant $\sum_e \omega_{k,e}^{(j)} = 1$:

$$\omega_{k,e}^{(j)} := \left(\frac{B_e^{(j)}}{n_k^{(j)}(\sigma_e)} \right)^2 \mathbf{1}_{k \in \mathcal{K}_{e,t_j}^{(j)}} \left(\tilde{n}_k^{(j)} \right)^2 \quad (4.25)$$

avec,

$$\tilde{n}_k^{(j)} := \left[\sum_e \left(\frac{B_e^{(j)}}{n_k^{(j)}(\sigma_e)} \right)^2 \mathbf{1}_{k \in \mathcal{K}_{e,t_j}^{(j)}} \right]^{-1/2} \quad (4.26)$$

où $\mathbf{1}_{k \in \mathcal{K}_{e,t_j}^{(j)}}$ est la fonction indicatrice de l'ensemble $\mathcal{K}_{e,t_j}^{(j)}$. On applique ensuite l'estimateur spectral sur les coefficients agrégés :

$$\hat{C}^{(j)} = \sum_{k \in \mathcal{K}^{(j)}} \tilde{w}_k^{(j)} \left(\bar{C}^{(j)} \right) \left\{ \left(\tilde{\gamma}_k^{(j)} \right)^2 - \left(\tilde{n}_k^{(j)} \right)^2 \right\}. \quad (4.27)$$

avec, comme précédemment :

$$\tilde{w}_k^{(j)} := \left(\bar{C}^{(j)} + \left(\tilde{n}_k^{(j)} \right)^2 \right)^{-2} \left[\sum_{k' \in \mathcal{K}^{(j)}} \left(\bar{C}^{(j)} + \left(\tilde{n}_{k'}^{(j)} \right)^2 \right)^{-2} \right]^{-1} \quad (4.28)$$

définissant ainsi l'estimateur agrégé. Le gain apporté par cet estimateur par rapport aux estimateurs exploitant séparément les données des expériences est illustré section 4.3.4.

4.2.4 Implémentation

La méthode générale, présentée précédemment, peut être particularisée par le choix de certains paramètres. Nous rappelons ici les trois points principaux :

- Choix des bandes spectrales utilisées. Pour le cas spécifique de l'estimation spectrale, celui-ci résulte en partie du compromis suivant : des bandes spectrales étroites offrent une meilleure résolution et permettent de garder sous contrôle des approximations telles que celles de la section 4.2.3 ; en contrepartie une localisation parfaite ne peut pas être obtenue simultanément dans le domaine spatial et spectral, or les performances de l'estimateur, en terme d'adaptation aux conditions locales et de rejection des données manquantes dépendent d'une bonne localisation spatiale des needlets. En pratique, on choisira des bandes spectrales adaptées au problème, c'est-à-dire offrant une résolution spectrale suffisante pour les instruments considérés. La forme des fonctions fenêtres de chaque bande spectrale peut ensuite être choisie de manière à optimiser la concentration spatiale des needlets. Cette optimisation a fait l'objet d'une étude approfondie par Guilloux *et al.* (2009). Nous rappellerons quelques résultats de cette étude en conclusion de cette section (4.2.5).
- Sélection des coefficients de needlets utilisables pour l'estimation spectrale.
- Obtention d'une estimation *a priori* du spectre \bar{C} pour définir les poids optimaux. La section 4.3.2 étudie la robustesse de l'estimateur vis à vis de cette estimation.

Chacun de ces points influe sur la performance effective de l'estimateur et a fait l'objet d'une étude numérique qui sera présentée dans la section suivante. La performance d'un estimateur $\hat{C}^{(j)}$ de $C^{(j)}$ est mesurée par son erreur quadratique moyenne :

$$\text{EQM}(\hat{C}^{(j)}) = \mathbf{E} \left(\hat{C}^{(j)} - C^{(j)} \right)^2.$$

Avec une couverture partielle du ciel (notons f_{ciel} la fraction du ciel mesurée), la variance cosmique de l'estimateur idéal sur le ciel complet ne peut être atteinte. Aux petites échelles, on peut obtenir une approximation de la limite inférieure atteignable sur un ciel incomplet en divisant la variance cosmique par le facteur f_{ciel} :

$$f_{\text{ciel}}^{-1} V_{\text{cosmique}} = \frac{2}{f_{\text{ciel}}} \sum (h_\ell^{(j)})^4 (2\ell + 1) \mathcal{C}_\ell^2.$$

On peut comparer l'EQM d'un estimateur à cette limite inférieure pour la variance. En revanche, on ne peut pas comparer directement l'EQM de deux estimateurs utilisant des fonctions fenêtres différentes, car il n'estime alors pas les mêmes $C^{(j)}$. On compare alors les erreurs quadratiques moyennes normalisées par la variance cosmique :

$$\frac{\text{EQM}(\hat{C}^{(j)})}{f_{\text{ciel}}^{-1} V_{\text{cosmique}}^{(j)}}. \quad (4.29)$$

4.2.5 Localisation spatiale des needlets

L'optimisation de la concentration spatiale des needlets pour une bande spectrale fixée est traitée en détail dans Guilloux *et al.* (2009). Pour cette étude, le critère de concentration retenu est de minimiser la norme \mathbb{L}^2 de la needlet hors d'une calotte polaire $\Omega_{\theta^{(j)}} = \{\xi : \theta \leq \theta^{(j)}\}$:

$$C_{\Omega}(b_{\ell}) = 1 - \frac{\int_{\Omega_{\theta^{(j)}}} \left| \sum_{\ell=\ell_{\min}^{(j)}}^{\ell_{\max}^{(j)}} h_{\ell}^{(j)} L_{\ell}(\xi) \right|^2 d\xi}{\int_{\mathbb{S}} \left| \sum_{\ell=\ell_{\min}^{(j)}}^{\ell_{\max}^{(j)}} h_{\ell}^{(j)} L_{\ell}(\xi) \right|^2 d\xi}. \quad (4.30)$$

D'autres critères pourraient être utilisés, néanmoins celui-ci présente l'avantage d'être générique et facilement optimisé. La minimisation de ce critère se résume à la résolution d'un problème aux valeurs propres. En notant :

$$D_{\ell, \ell'} = \frac{8\pi^2}{\sqrt{(2\ell+1)(2\ell'+1)}} \int_{\cos \theta_0}^1 L_{\ell}(z) L_{\ell'}(z) dz,$$

et

$$\bar{\mathbf{h}} = \left(\sqrt{\frac{2\ell_{\min}+1}{8\pi^2}} h_{\ell_{\min}}, \dots, \sqrt{\frac{2\ell_{\max}+1}{8\pi^2}} h_{\ell_{\max}} \right),$$

on peut écrire le critère sous la forme :

$$C_{\Omega}(b_{\ell}) = 1 - \frac{\bar{\mathbf{h}}^t \mathbf{D} \bar{\mathbf{h}}}{\|\bar{\mathbf{h}}\|^2}. \quad (4.31)$$

Le minimum est atteint pour les vecteurs propres correspondant à la plus grande valeur propre de \mathbf{D} . Ces fonctions sur la sphère portent le nom de prolate spheroidal wave functions (PSWF) (Simons *et al.*, 2006; Guilloux *et al.*, 2009) par analogie avec les fonctions de \mathbb{R} étudiées par Slepian et Pollak (1960). Le calcul de la matrice \mathbf{D} peut toutefois s'avérer coûteux numériquement pour les valeurs élevées de ℓ . Elle peut être obtenue efficacement en utilisant des relations de récurrence sur les fonctions de Legendre (voir par exemple Wandelt *et al.* 2001). Pour les besoins de l'étude numérique présentée plus loin, nous avons réalisé une implémentation rapide en langage C de cette méthode.

La figure 4.2 montre les concentrations de needlets optimisées pour différentes ouvertures. On note que les prolates n'ont une concentration optimale que pour l'ouverture choisie. Il n'existe donc pas de needlet universellement bonne et l'ouverture qui doit être choisie pour une échelle donnée n'est pas évidente. On peut utiliser une règle empirique, par exemple :

$$\theta_0^{(j)} = \left(\frac{\ell_{\min} + \ell_{\max}}{2} \right)^{-1/2}$$

et explorer l'influence de ce paramètre. La figure 4.3 illustre les fonctions fenêtres de trois familles de prolates différentes, obtenues respectivement en utilisant les ouvertures $\theta_0^{(j)}$, $2\theta_0^{(j)}$ et $4\theta_0^{(j)}$. Une quatrième famille de needlets (dite Top-Hat) définie par des fonctions fenêtres correspondant à l'indicatrice de chaque bande est également incluse pour comparaison.

4.3 Évaluation des performances de l'estimateur

Notre contribution essentielle à ce travail a été la mise en place de simulations Monte Carlo pour évaluer les performances de la méthode d'estimation présentée à la section précédente. L'objectif poursuivi est double : permettre, d'une part, d'évaluer l'influence des paramètres libres de la méthode, rappelés au paragraphe 4.2.4, sur la qualité de l'estimateur, et d'autre part, d'évaluer la qualité de l'estimateur sur des données représentatives des données CMB aujourd'hui disponibles.

Dans cette section, nous détaillons dans un premier temps le travail effectué pour mettre en place les réalisations Monte Carlo. Nous présentons ensuite les résultats d'une évaluation succincte de l'influence des paramètres. Nous avons également comparé l'ESN aux estimateurs de type pseudo-spectre, et évalué le bénéfice d'une analyse jointe de données complémentaires.

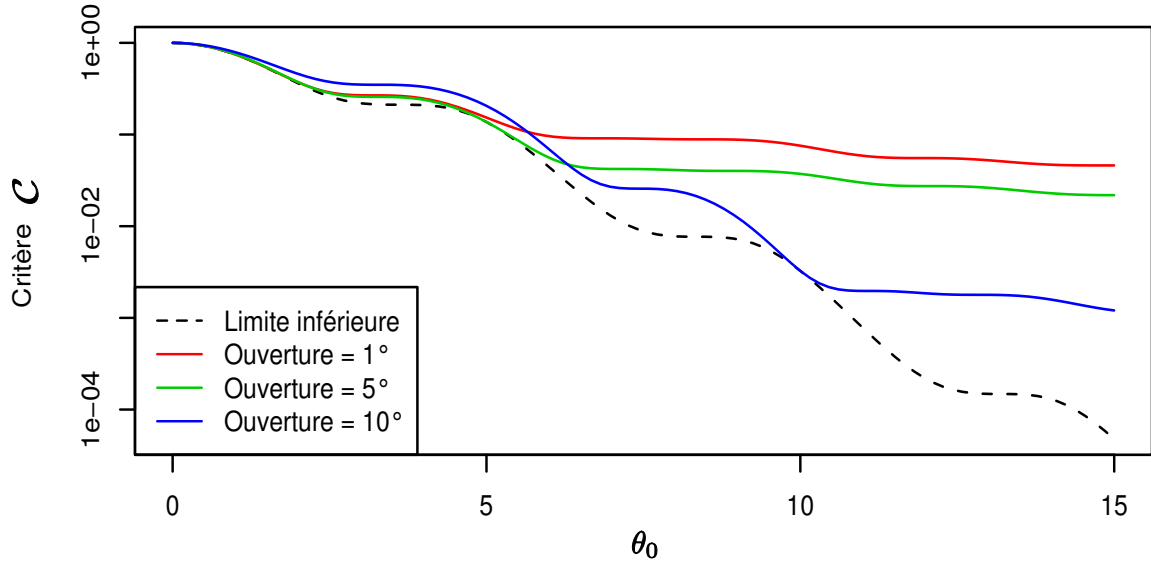


FIGURE 4.2 – Localisation en norme \mathbb{L}^2 de 3 needlets de type PSWF dans la bande $33 \leq \ell \leq 64$, optimisées pour des ouvertures θ_0 différentes. La ligne discontinue présente le minimum atteignable pour chaque ouverture. Adapté de Guilloux *et al.* (2009).

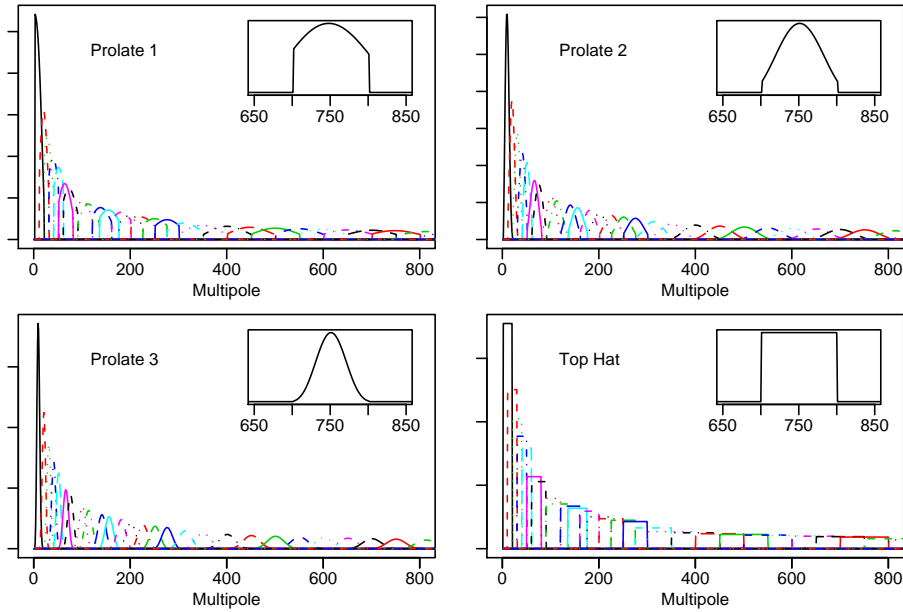


FIGURE 4.3 – Familles de prolates utilisées pour l'estimation spectrale et comparées numériquement en figure 4.6. Les 3 premières familles, dites prolates, sont les solutions du problème d'optimisation (4.31) pour différentes ouvertures. La dernière est incluse pour comparaison. Toutes les familles sont définies sur les mêmes bandes et normalisées suivant la relation $(4\pi)^{-1} \sum (h_\ell^{(j)})^2 (2\ell + 1) = 1$. De cette façon, pour un spectre angulaire plat $C_\ell = C_0$ on a $C^{(j)} = C_0$ pour chaque bande. La forme des fonctions de la 26^{ème} bande est détaillée dans les graphes en inclusion.

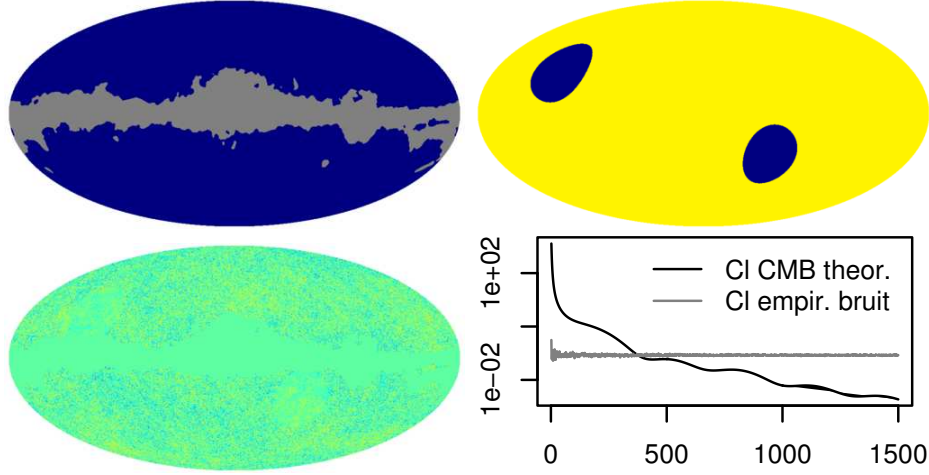


FIGURE 4.4 – Modèle simplifié représentatif d’une mesure incomplète du ciel et affecté d’un bruit inhomogène. De gauche à droite et de haut en bas : masque utilisé, variation de la déviation standard du bruit de pixel, un exemple de carte simulée et comparaison du spectre de puissance empirique du bruit avec le spectre du CMB. Le masque s’apparente au masque Kp0 utilisé pour l’analyse des données WMAP. La déviation standard du bruit dans un pixel est de $75\mu\text{K}$ dans les deux zones circulaires et de $300\mu\text{K}$ ailleurs.

4.3.1 Mise en place de simulations Monte-Carlo

Comme mentionné en section 4.2.4, la qualité d’un estimateur peut être évaluée par son erreur quadratique moyenne. Un calcul analytique de celle-ci n’est pas aisé dans le cas général, on a donc recours à une étude Monte Carlo pour estimer cette grandeur.

Nous avons utilisé un premier modèle schématique, représentatif d’un ciel masqué et d’une couverture inhomogène, pour étudier l’influence des paramètres de la méthode et comparer la qualité de l’estimateur obtenu aux estimateurs de type PCL. Un second modèle, représentatif des données obtenues par les expériences ACBAR, BOOMERANG et WMAP, a été utilisé pour évaluer les performances de l’estimateur agrégé. Enfin nous avons mis en place une machine de calcul pour mener à bien cette étude.

Modèle schématique

La figure 4.4 présente les éléments principaux du modèle simplifié utilisé pour évaluer les performances de l’estimateur sur les données masquées d’une expérience avec un bruit inhomogène. Le CMB est modélisé par un processus gaussien stationnaire dont le spectre est donné par le meilleur ajustement du modèle Λ -CDM aux données WMAP. L’inhomogénéité du bruit instrumental est schématisée par la présence de deux zones circulaires (représentant approximativement les pôles écliptiques) mieux couvertes, où le rapport signal à bruit est de 1.5 contre 0.4 sur le reste du ciel. Les données sont masquées par le masque Kp0 introduit pour l’analyse des données WMAP.

Ce modèle est ainsi approximativement représentatif des données acquises par WMAP à l’exception de la réponse instrumentale, qui est ici supposée parfaite à toutes les échelles. En raison de sa stratégie de balayage, l’inhomogénéité du bruit instrumental de l’expérience PLANCK sera plus importante que ce qui est supposé dans ce modèle.

Modèle pour la fusion d’expériences

Pour les besoins de l’évaluation de l’estimateur agrégé, nous avons par ailleurs utilisé un modèle incluant toute la complexité du modèle des observations (4.3), c’est-à-dire un bruit instrumental inhomogène, des couvertures spatiales incomplètes et différentes pour chaque expérience, ainsi que des résolutions instrumentales différentes. Nous réalisons $E = 6$ cartes d’observations du fond diffus cosmologique, représentatives des données collectées par les expériences WMAP (Bennett *et al.*,

TABLE 4.1 – Principaux paramètres des expériences à fusionner. Les résolutions des instruments sont reportées en minutes d'arc, n_{side} décrit la finesse de la pixellisation HEALPix, le bruit des expériences BOOMERANG et ACBAR est supposé homogène. Les niveaux reportés ici correspondent à la variation standard du bruit par pixel (en $\mu\text{K CMB}$) et sont représentatifs des caractéristiques typiques de ces instruments.

Expérience	Résolution	n_{side}	Niveau de bruit	f_{ciel}
WMAP Q	31'	512	Voir Carte 4.5	78.57 %
WMAP V	21'			
WMAP W	13'			
BOOM S	10'	1024	17.5 μK	2.80 %
BOOM D			5.2 μK	0.65 %
ACBAR	5'	2048 ¹	14.5 μK	1.62 %

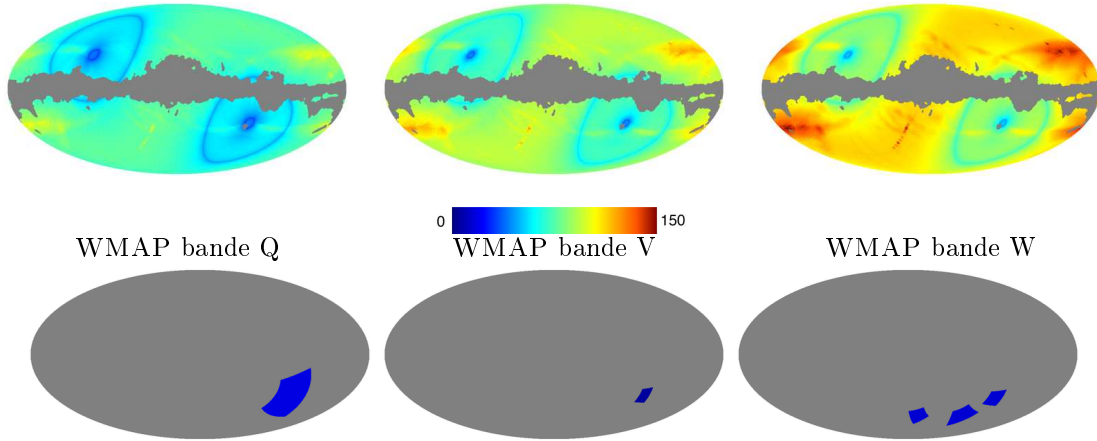


FIGURE 4.5 – Haut : Déviation standard du bruit de pixel pour l'expérience WMAP. Bas : Couvertures supposées des expériences BOOMERANG et ACBAR. Le bruit instrumental est supposé homogène sur les couvertures retenues pour ces deux expériences. Les caractéristiques de ces trois expériences sont résumées en table 4.1.

2003b; Hinshaw *et al.*, 2007), ACBAR (Reichardt *et al.*, 2009) et BOOMERANG (Masi *et al.*, 2006; Runyan *et al.*, 2003). Les caractéristiques instrumentales supposées pour ces expériences sont reprises dans la table 4.1 et la figure 4.5. Notons que le bruit instrumental pour les deux relevés BOOMERANG (notés BOOMERANG-S et BOOMERANG-D pour les relevés grand-angles et profonds respectivement) et pour le relevé ACBAR retenu est supposé homogène sur toute la couverture. Enfin, nous utilisons le masque galactique Kp0 introduit pour l'analyse des données WMAP.

Définition des fenêtres spectrales

Pour les applications proposées, estimation du spectre du CMB dans des données semblables à celles disponibles actuellement, nous avons retenu les bandes décrites dans la table 4.2 adaptées aux pics du CMB.

Pour ce choix de bandes, l'erreur commise par l'approximation (4.21) est inférieure à 1% pour toutes les bandes inférieures à $j = 27$ pour WMAP et $j = 39$ pour ACBAR.

Mise en oeuvre d'un cluster de calcul

Le temps de calcul d'une telle étude est dominé par le développement des simulations en coefficients de needlets. Celui-ci nécessite l'analyse en harmoniques sphériques des données jusqu'à la fréquence angulaire maximum de l'étude (ici $\ell_{\text{max}} = 2000$) puis la synthèse des coefficients de needlets pour chaque bande spectrale. Une réalisation Monte Carlo pour l'étude de l'estimateur agrégé sur les 6 expériences et dans les 39 bandes spectrales, nécessite ainsi de l'ordre de 200 syn-

TABLE 4.2 – Bandes spectrales utilisées dans cette étude pour la décomposition en coefficients de needlets. Les coefficients sont calculés au centre des pixels définis par la pixellisation HEALPix pour des résolutions $\mathbf{nside}^{(j)}$ adaptées à la fréquence angulaire maximale $\ell_{\max}^{(j)}$ de chaque bande. La dernière ligne donne l’ouverture de la calotte sphérique utilisée pour optimiser la concentration des needlets (voir section 4.2.5).

Bande (j)	1	2	3	4	5	...	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	...	36	37	38	39
$\ell_{\min}^{(j)}$	2	11	21	31	41	...	401	451	501	551	601	651	701	751	801	876	...	1426	1501	1626	1751
$\ell_{\max}^{(j)}$	20	30	40	50	60	...	500	550	600	650	700	750	800	875	950	1025	...	1625	1750	1875	2000
$\mathbf{nside}^{(j)}$	16	16	32	32	32	...	256	512	512	512	512	512	512	512	512	1024	...	1024	1024	1024	1024
$\theta_0^{(j)}$	69	50	41	36	32	...	10.7	10.2	9.7	9.3	8.9	8.6	8.3	8.0	7.7	7.4	...	5.8	5.6	5.4	5.2

thèses de signal à partir de coefficients d’harmoniques sphériques. La synthèse des premières bandes spectrales est toutefois relativement peu coûteuse si l’on exploite la possibilité de décimer les coefficients de needlets redondants aux grandes échelles. Néanmoins, en supposant que cette opération de base requiert un temps de l’ordre de la minute sur une machine classique et qu’un minimum de 400 réalisations sont nécessaires pour obtenir une estimation significative de l’EQM de l’estimateur, on constate que le temps de calcul pour mener à bien une estimation pour un jeu de paramètres donné est de l’ordre du mois.

L’utilisation d’une machine de calcul parallèle est particulièrement adaptée à cette étude et nous profitons de cette occasion pour décrire succinctement l’architecture matérielle que nous avons mis en place pour conduire les calculs nécessaires à l’analyse de données du CMB. Son objectif est de permettre le prototypage de méthodes de traitements de données telles que celles présentées dans ce chapitre. Elle doit donc être en mesure de traiter des volumes de données équivalents à celui des cartes des futures expériences CMB et éventuellement des données pour certaines applications spécifiques. L’enveloppe budgétaire disponible étant relativement limitée pour une machine de ce type, nous avons retenu des solutions minimisant les coûts. L’architecture est donc celle d’un cluster de noeuds de calcul reliés sur un réseau local de type Gigabit ethernet.

Le calcul de la transformée en harmoniques sphériques des cartes d’observations et son inverse est le plus limitant pour les opérations courantes sur les cartes. Il est intéressant d’effectuer le calcul simultané de plusieurs cartes de manière à mutualiser le calcul des harmoniques sphériques. Les codes disponibles bénéficient d’une parallélisation pour les machines à mémoire partagée. Les noeuds de calcul sont donc des machines à mémoire partagée dimensionnées pour permettre le calcul simultané de la transformée en harmoniques sphériques de plusieurs cartes à haute résolution. Une carte dans la pixelisation HEALPix à la résolution $\mathbf{nside}=4096$ représente par exemple 1,5 Go de données en double précision, et PLANCK dispose de 4 canaux susceptibles de fournir des cartes à cette résolution. Les machines disposent donc de 16 Go de mémoire vive et de 2 processeurs quad-core.

La plupart des autres applications ont une densité de calcul faible comparée au volume de données et le facteur limitant devient la bande passante vers l’espace de stockage. La mise en œuvre d’un espace de stockage centralisé (de type NAS) en conservant une bande passante importante et des temps d’accès faibles nécessite le recours à un matériel moins courant et plus cher (réseau haute performance type infiniband en lieu et place du réseau Gigabit ethernet disponible pour le grand public). Nous avons donc choisi d’inclure l’espace de stockage au sein des machines de calcul puis de l’agréger en utilisant le système de fichier distribué GlusterFS. Chaque noeud est ainsi doté de deux disques standards de 750 Go. Cette solution met à disposition pour un coût très réduit un large espace de stockage doté d’une bande passante agrégée importante.

Nous avons pu acquérir 11 noeuds de ce type permettant ainsi de disposer au total de 88 unités de calcul. Les principales caractéristiques de la machine sont résumées en table 4.3. Le temps de calcul nécessaire à l’étude Monte Carlo décrite précédemment sur cette machine est ainsi ramené à moins d’une journée.

4.3.2 Influence des paramètres de la méthode

Chacun des points discutés au paragraphe 4.2.4 a été évalué sur 400 réalisations Monte Carlo reposant sur le modèle de la figure 4.4.

TABLE 4.3 – Caractéristiques principales de la machine de prototypage du groupe ADAMIS.

Processeurs	22 Intel Xeon E5345 (88 coeurs)
Puissance crête	1.2 TFlops
Mémoire vive totale	176 Go
Bande passante mémoire totale	230 Go/s
Espace de stockage agrégé	12 To
Bande passante disque (taux de transfert soutenu)	1.5 Go/s
Communication inter-noeuds	Deux Gigabit ethernet

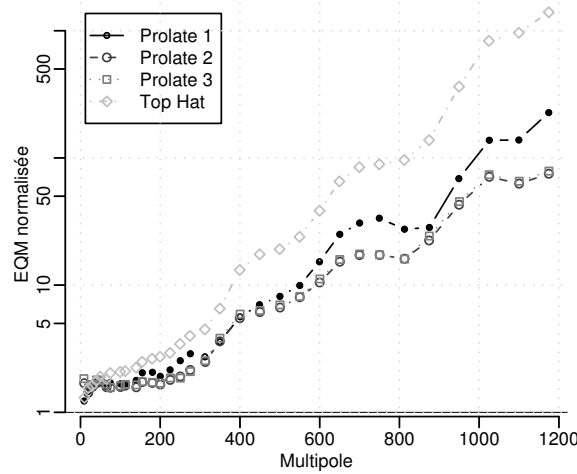


FIGURE 4.6 – Comparaison de l'erreur quadratique normalisée de l'estimation spectrale en needlets pour les quatre familles de fonctions fenêtres présentées en Figure 4.3.

Concentration des needlets

Les erreurs quadratiques moyennes normalisées obtenues en utilisant les quatre familles définies au paragraphe 4.2.5 sont comparées en figure 4.6. La performance des needlets Top-Hat non optimisée est notablement moindre que celle des autres familles. La seconde famille semble produire les meilleurs résultats et sera donc utilisée par la suite.

Optimisation du paramètre de réjection

La comparaison des résultats obtenus pour trois valeurs du seuil $t^{(j)} \equiv t$ pour $t = 0.9, 0.95$ et 0.98 est présentée sur la Figure 4.7. Aux grandes échelles ($\ell \leq 100$), un choix trop conservateur tel que $t = 0.98$ accroît sensiblement la variance de l'estimateur car de nombreuses needlets sont contaminées à ce niveau et ne sont pas retenues pour l'estimation. Dans ce régime dominé par la variance cosmique, conserver un plus grand nombre de coefficients (par exemple $t = 0.9$) est préférable. Toutefois, aux échelles suffisamment grandes pour permettre une estimation par la maximisation exacte de la vraisemblance, l'ESN n'a pas lieu d'être utilisé. Aux petites échelles, les résultats obtenus pour $t = 0.95$ et $t = 0.98$ sont pratiquement équivalents, montrant que l'estimateur est relativement peu sensible à ce choix.

Définition des poids

Enfin nous vérifions que la dégradation de la performance de l'estimateur due à la connaissance imprécise du spectre *a priori* reste faible. Les résultats obtenus en utilisant $\bar{C}^{(j)} = 0.9C^{(j)}$ et $\bar{C}^{(j)} = 1.1C^{(j)}$ sont comparés aux résultats obtenus pour la meilleure valeur possible $\bar{C}^{(j)} = C^{(j)}$. La différence relative entre les résultats, présentée sur la figure 4.8, n'excède pas 1%. Une estimation approximative de $C^{(j)}$ comme celle fournie par l'utilisation de poids uniformes sera généralement suffisante pour définir un estimateur pratiquement optimal. Nous ne considérerons donc pas cette

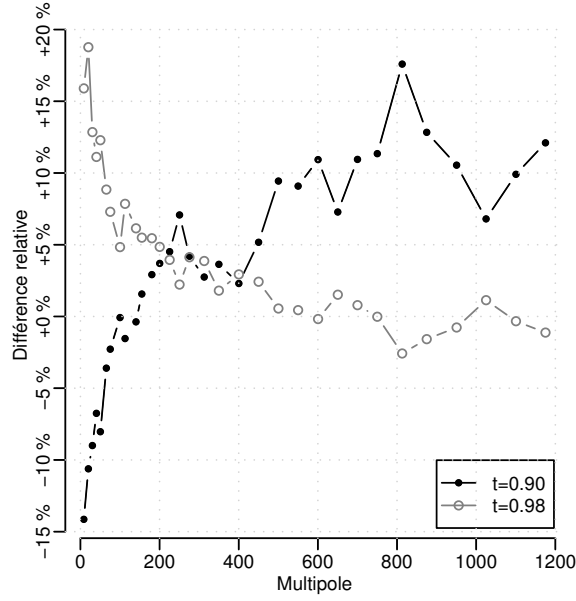


FIGURE 4.7 – Différence relative entre l’erreur quadratique normalisée de l’estimation spectrale en needlets pour différents seuils de contamination des coefficients.

limitation par la suite.

4.3.3 Comparaison de l’ESN avec le pseudo-spectre

Nous avons comparé l’estimateur spectral en needlets au pseudo-spectre sur le modèle simple décrit précédemment. Pour le pseudo-spectre, les deux pondérations correspondent aux régimes asymptotiques décrits en introduction de ce chapitre. Les résultats de la comparaison sont présentés en figure 4.9.

Les performances de l’ESN sont comparables aux petites et grandes échelles à la meilleure des deux autres méthodes. La transition entre les deux régimes est ainsi implémentée de façon naturelle et quasi-optimale par le ESN en fonction des caractéristiques du bruit et du masque. Notons que les résultats à grande échelle pourraient être améliorés en optimisant les fonctions fenêtres (par exemple l’angle d’ouverture des prolates), de manière à élargir la zone d’optimalité du ESN.

Comme noté en introduction de ce chapitre, la matrice de covariance complète des grandeurs estimées est nécessaire pour la propagation des erreurs à l’estimation des paramètres cosmologiques. En l’absence de bruit et pour une couverture complète du ciel, cette matrice serait tri-diagonale car les bandes retenues ne se chevauchent que deux à deux. La présence du masque induit une corrélation entre les bandes spectrales qui est toutefois réduite ici par la sélection des coefficients dans $\mathcal{K}_{t(j)}^{(j)}$.

La figure 4.10 montre la matrice de corrélation des $\hat{C}^{(j)}$ obtenue par la simulation Monte-Carlo.

4.3.4 Fusion d’expériences

Nous examinons maintenant les capacités de l’ESN en terme d’analyse jointe de données de différentes expériences. Comme mentionné précédemment, l’analyse jointe est rendue nécessaire car aucune expérience ne permet d’effectuer une mesure optimale sur tout le ciel pour toutes les fréquences angulaires. Les données de l’expérience WMAP sont ainsi avantageusement complétées par les données d’expériences hautes résolutions. De même pour PLANCK, l’analyse pourra bénéficier de données complémentaires, en température ou en polarisation telles celles d’ACT (Fowler *et al.*, 2007) ou SPT (Ruhl *et al.*, 2004).

L’exploitation jointe des données disponibles se limite, jusqu’à présent, à choisir, pour un domaine de fréquence donné, la meilleure mesure disponible. Une meilleure utilisation des données est faite si

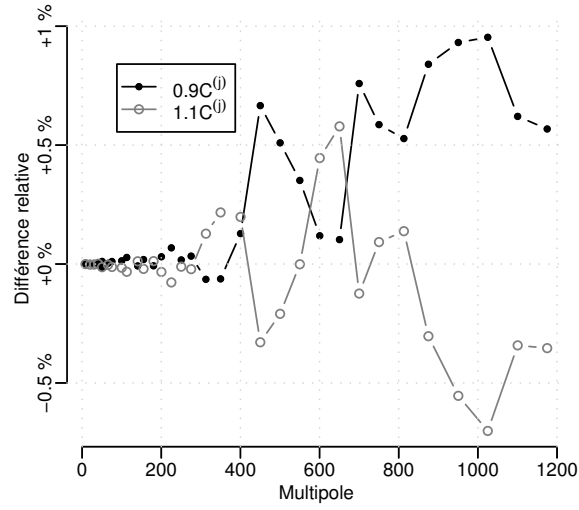


FIGURE 4.8 – Robustesse de l'estimateur spectral en needlets par rapport à la valeur *a priori* du spectre $\overline{C}^{(j)}$.

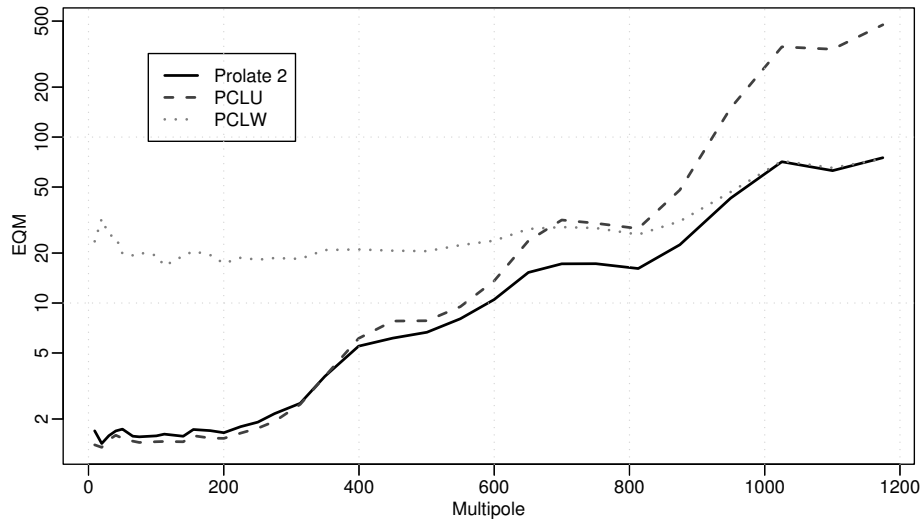


FIGURE 4.9 – Comparaison de l'erreur quadratique moyenne du pseudo-spectre (dans les deux régimes asymptotiques) et de l'estimateur en needlets.

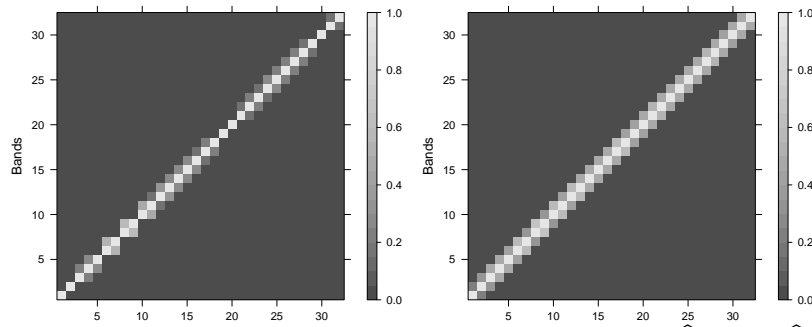


FIGURE 4.10 – Valeur absolue de la matrice de corrélation du vecteur $(\hat{C}^{(1)}, \dots, \hat{C}^{(32)})$, pour deux familles de needlets (PSWF à gauche et Top-Hat à droite). La matrice est obtenue par la réalisation de 400 simulations Monte-Carlo du modèle décrit en figure 4.4.

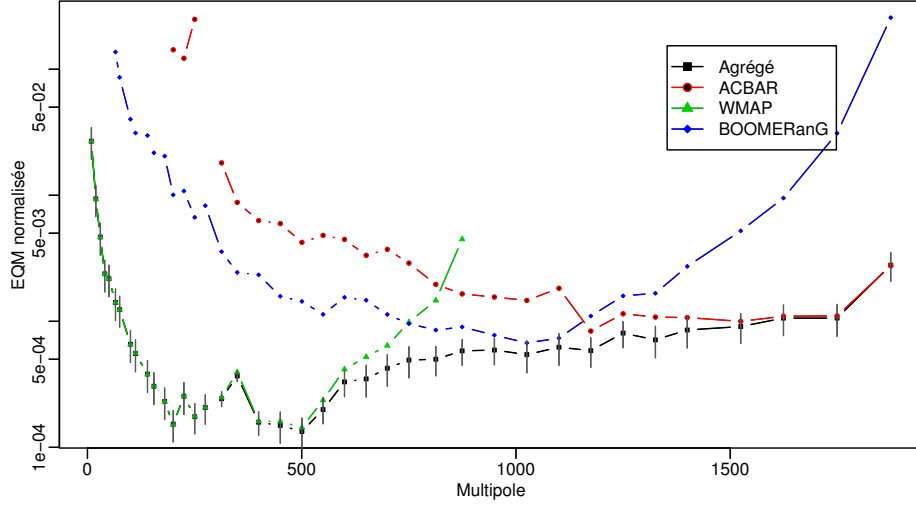


FIGURE 4.11 – Erreur quadratique moyenne de l’estimateur spectral agrégé comparée aux erreurs obtenues séparément pour chaque expérience.

une méthode est en mesure de combiner les observations complémentaires de manière optimale. Dans cette section, nous illustrons par une étude Monte-Carlo, le bénéfice de l’utilisation de l’estimateur spectral agrégé proposé à la section 4.2.3.

La figure 4.5 présente les cartes des poids $\omega_{k,e}^{(26)}$ (la 26^{ème} bande correspond à $700 < \ell \leq 800$, voir l’équation 4.25). Ces poids appartiennent à $[0,1]$ et pour toute position k la somme des poids pour toutes les expériences est égale à 1. Les régions où les coefficients de needlets sont bien mieux observés dans une expérience que dans les autres apparaissent en rouge. On note également qu’en dehors des zones couvertes par ACBAR ou BOOMERANG, l’essentiel de l’information dans la bande 26 provient du canal W de WMAP. Dans ces zones en revanche, les coefficients de needlets de WMAP sont numériquement négligés dans la combinaison (4.24).

La figure 4.11 montre le bénéfice obtenu de la fusion des différentes expériences par rapport à une estimation séparée. L’erreur quadratique moyenne de l’estimateur agrégé est uniformément inférieure à celle des estimateurs séparés grâce à la combinaison des informations de chaque expérience avec des poids adaptés aux conditions locales de rapport signal sur bruit. Le gain est décisif dans les régions du spectre où deux expériences contribuent dans des proportions similaires.

4.4 Discussion

Nous avons présenté dans ce chapitre, une application des needlets à l’estimation du spectre de puissance du fond diffus cosmologique à petite échelle angulaire. Son principal attrait est une adaptation simple aux conditions locales de bruit. Ceci permet un gain de performance par rapport aux estimateurs de type pseudo-spectre pour un coût de calcul comparable. En effet, l’obtention des coefficients de needlets nécessite le calcul d’une transformation en harmoniques sphériques et de j_{\max} transformations inverses où j_{\max} désigne le nombre de bandes spectrales. Les poids $w_k^{(j)}$, $\tilde{w}_k^{(j)}$ et $\omega_{k,e}^{(j)}$ sont obtenus par de simples opérations sur les cartes. Au total, la complexité est de l’ordre de $N_{\text{pix}}^{3/2}$ opérations par bandes.

Dans la forme présentée ici, la méthode nécessite une connaissance exacte des caractéristiques du bruit pour être non biaisée. Il est toutefois possible de contourner ce problème en utilisant uniquement les spectres de puissance croisés d’expériences supposées indépendantes. De cette façon, pour tout pixel k suffisamment éloigné du masque des expériences e et e' , $e \neq e'$, on a :

$$\mathbf{E}[\gamma_{k,e}^{(j)} \gamma_{k,e'}^{(j)}] = B_e^{(j)} B_{e'}^{(j)} C^{(j)}.$$

L'estimateur non biaisé est alors donné par :

$$\hat{C}_{\text{cross}}^{(j)} = \sum_{k \in \mathcal{K}^{(j)}} w_k^{(j)} \sum_{e \neq e'} w_{k,ee'}^{(j)} \left(B_e^{(j)} B_{e'}^{(j)} \right)^{-1} \gamma_{k,e}^{(j)} \gamma_{k,e'}^{(j)}. \quad (4.32)$$

Les poids $w_k^{(j)}$ dépendent toujours d'une estimation préliminaire du spectre et du niveau local du bruit, mais cette estimation peut rester imprécise sans introduire de biais.

Enfin, signalons qu'une extension de cette approche à la mesure de la polarisation E et B du fond diffus cosmologique est possible (Geller et Marinucci, 2008). La même situation que celle observée en température, où les données de plusieurs type d'expériences étaient complémentaires, est susceptible de se reproduire pour la polarisation. Les difficultés liées aux traitements d'observations partielles du ciel sont par ailleurs accrues par la forte disparité de niveau des modes E et B. Une approche similaire à celle décrite ici pourrait donc se révéler particulièrement fructueuse dans ce cadre.

Chapitre 5

Séparation des composantes diffuses, application à la détection des modes B

Sommaire

5.1	Problématique de la détection des modes B	103
5.2	Répartition spatiale des principaux avant-plans	104
5.3	Mesure des modes B en présence des avant-plans	105
5.3.1	Mesurer r	106
5.3.2	SMICA	108
5.3.3	Modèle adapté à la mesure de r	109
5.3.4	Modèle adapté à la mesure du spectre de puissance	110
5.3.5	Pipeline pour la prédiction des performances	111
5.3.6	Sélection de modèle et choix du masque	111
5.4	Application à des cas particuliers d'expériences	112
5.4.1	PLANCK	114
5.4.2	EPIC	115
5.4.3	Expériences avec une couverture partielle	116
5.4.4	Mesure du spectre de puissance	117
5.5	Variation du modèle des avant-plans	117
5.5.1	Impact des contaminants aux petites échelles	117
5.5.2	Variation du modèle des avant-plans diffus	120
5.6	Discussion	122

5.1 Problématique de la détection des modes B

L'inflation constitue le principal paradigme théorique évoqué pour décrire les premiers moments de l'univers. Elle apporte notamment une explication naturelle aux problèmes de causalité et de platitude de notre univers ainsi qu'une origine quantique aux structures gravitationnelles que nous observons aujourd'hui. En dépit de ces succès, l'inflation reste motivée par une approche phénoménologique. Une détection des fluctuations de type tenseur ouvrirait une fenêtre sur la physique de l'inflation. En particulier une mesure du rapport de puissance des modes tenseurs et scalaires r apporterait des contraintes sur l'échelle d'énergie de l'inflation, qui contraint à son tour la physique la gouvernant.

La contribution des fluctuations de type tenseur aux anisotropies du fond diffus cosmologique est détectable principalement à grande échelle. Pour une amplitude des modes tenseurs faible (les contraintes expérimentales actuelles donnent $r < 0.22$) cette contribution est noyée dans la variance cosmique des modes scalaires et indétectable en température. En revanche, les fluctuations

tensorielles sont les seules susceptibles de créer un champ de polarisation de type B. Une détection des modes B du fond diffus cosmologique constituerait donc une signature remarquable du fond d'ondes gravitationnelles.

À ce titre, les modes B représentent donc le meilleur espoir de détection des modes tenseurs, et l'intérêt expérimental se tourne vers l'observation du signal de polarisation du CMB. La quête de l'observation des modes B est toutefois entravée par de nombreuses difficultés. Le signal à détecter peut être (si détectable) extrêmement faible et le premier défi consiste à atteindre des sensibilités instrumentales très élevées (de l'ordre de 10^{-8}K à une échelle de 7°). Les futurs instruments dédiés à ces mesures (entre autres Crill *et al.* 2008; Sagiv *et al.* 2009; Baumann *et al.* 2009; De Bernardis *et al.* 2009) devraient atteindre des sensibilités suffisantes, généralement par l'utilisation de larges matrices de bolomètres (à l'exception de QUIET, Samtleben et la collaboration QUIET 2008, qui fait usage de radiomètres), pour apporter des contraintes significatives sur les modèles d'inflation (détection de $r \sim 0.01$).

Le second problème est causé par les diverses sources astrophysiques d'émission polarisée qui viennent se superposer au signal primordial. Le niveau de polarisation de type B attendu de ces émissions d'avant-plan est en général bien supérieur à celui du fond diffus cosmologique, de sorte que la mesure du rapport tenseur sur scalaire ne sera possible que si la contribution du signal primordial peut être efficacement séparée de ces contributions parasites.

La nécessité de pouvoir mener à bien cette *séparation de composantes* a un impact fort sur la conception des futurs instruments, et guide en particulier, le choix des bandes de fréquences et en partie la stratégie de balayage. On se propose, dans ce chapitre, d'obtenir une information quantitative de l'impact des avant-plans sur la mesure du rapport tenseur sur scalaire r pour différents types de missions sur la base d'un modèle du ciel polarisé.

La mesure des modes B présente d'autres difficultés importantes, liées par exemple aux mélanges des modes de polarisation E et B en raison d'une couverture partielle du ciel ou d'effets instrumentaux systématiques. Dans cette étude, nous nous concentrons sur les difficultés liées aux avant-plans astrophysiques et les modèles des instruments utilisés sont idéalisés. Nous renvoyons le lecteur à des études spécifiques de ces autres sujets (par exemple Kaplan et Delabrouille (2002); Challinor *et al.* (2003); Hu *et al.* (2003); Rosset *et al.* (2007)).

Prédire l'impact réel des avant-plans sur la mesure du rapport tenseur sur scalaire est une question délicate, tant les particularités de l'émission polarisée de ces derniers restent mal connues. Notre démarche est basée sur le travail présenté au chapitre 3, néanmoins, les incertitudes sur le modèle des avant-plans restent grandes, et ne pourront être levées avant les premières mesures précises du satellite PLANCK. Pour que la démarche soit valable, il importe que les résultats soient peu, ou pas, dépendants des spécificités du modèle utilisé dans les simulations. Ceci interdit l'usage de méthodes reposant sur un modèle précis de la physique des émissions. Dans le cas contraire, alors que nos simulations correspondraient parfaitement au modèle présumé, les données réelles pourraient présenter des écarts donnant lieu à une dégradation significative des résultats. On s'appuiera donc sur une méthode de séparation aveugle des composantes. La description de cette méthode de séparation de composantes fait l'objet de la section 5.3.2, et suit un bref rappel du problème que présentent les avant-plans pour la mesure des modes B (Sect. 5.2). Les résultats obtenus sont présentés en section 5.4, tandis que la section 5.5 est consacrée à tester la robustesse de notre méthode aux erreurs de modèle.

5.2 Répartition spatiale des principaux avant-plans

Le chapitre 2 donne une revue de l'ensemble des processus d'émission contribuant à la contamination du signal du fond diffus cosmologique. Pour le cas particulier de la détection des modes B primordiaux qui contribuent au signal de polarisation du CMB à grande échelle, les deux principales sources de contamination attendues sont l'émission polarisée des gros grains du milieu interstellaire partiellement alignés dans le champ magnétique, et le rayonnement synchrotron. Comme détaillé dans le chapitre 2, les autres processus d'émission diffuse d'origine galactique, tels que l'émission anormale et l'émission libre-libre ne devraient être que marginalement polarisés. Toutefois, étant donné la grande sensibilité des instruments et la faiblesse du signal primordial, la contribution supplémentaire, si faible soit-elle, de ces processus pourrait éventuellement compliquer encore la

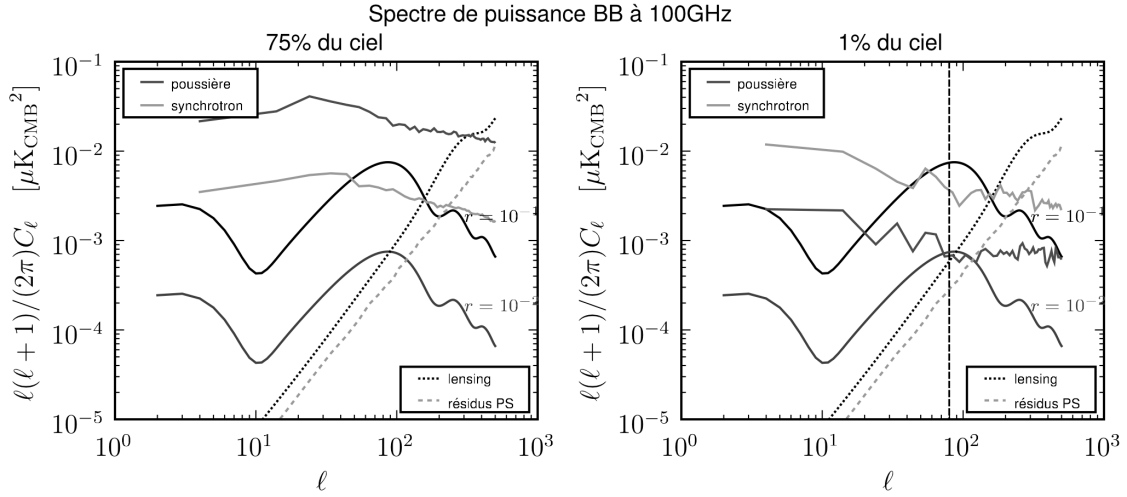


FIGURE 5.1 – Niveau d’émission des principaux avant-plans à 100 GHz sur 75% du ciel (excluant le plan galactique) et dans une région sélectionnée pour son faible niveau d’émission galactique ($\sim 1\%$ du ciel). Dans le deuxième cas, seul les multipoles élevés $\ell \gtrsim 80$ sont mesurables en pratique.

mesure des modes B. Aux plus petites échelles, s’ajoute une contribution provenant des sources extragalactiques et des modes B résultants du lentillage des modes E.

Les contributions extragalactiques constituent une contamination isotrope sur le ciel. La contamination galactique, en revanche, se concentre essentiellement dans le plan galactique et il existe, à haute latitude galactique, des zones relativement moins contaminées. La figure 5.1 illustre les niveaux de contamination attendus pour ces différents processus sur la majorité du ciel, en n’excluant que le plan galactique, ainsi que sur une portion réduite et peu contaminée du ciel. Les niveaux présentés sont ceux prédits par le modèle *mamd_2008*, décrit au chapitre 3. Ces deux figures sont représentatives du problème de l’analyse des données pour deux stratégies d’observation complémentaires : celle d’une expérience observant tout le ciel, et celle d’une expérience se concentrant sur une région sélectionnée du ciel.

Bien que la fréquence 100 GHz soit proche d’une zone de fréquence où l’émission totale des avant-plans galactiques est réduite (c.f. chapitre 2), ceux-ci constituent la majeure partie de la contamination aux grandes échelles angulaires, où le signal primordial est le plus intense. En conséquence, nous consacrons le corps de ce chapitre à leur étude en négligeant dans un premier temps les autres contaminants. La contamination liée aux effets de lentille du fond diffus cosmologique (lensing) et aux sources ponctuelles, se concentre essentiellement aux plus petites échelles, et risquerait d’affecter sensiblement les expériences observant une portion réduite du ciel. Leur traitement relève de méthodes spécifiques, néanmoins nous tenterons de vérifier de façon simple en section 5.5.1 s’ils sont susceptibles de modifier les conclusions de l’étude menée en les négligeant.

5.3 Mesure des modes B en présence des avant-plans

Comme introduit succinctement lors de la présentation des avant-plans au chapitre 2, plusieurs approches sont envisageables pour effectuer la séparation des composantes diffuses (voir Delabrouille et Cardoso 2004 pour une revue). Une partie d’entre elles s’appuient sur une modélisation explicite des processus d’émission (Tegmark *et al.* 2000; Eriksen *et al.* 2006, voir aussi Dunkley *et al.* 2009b pour une application aux données polarisées de WMAP). Pour cette classe de méthodes, une contribution, éventuellement significative, à l’erreur d’estimation lors du traitement de données réelles, pourrait provenir de l’écart entre le modèle et la réalité de l’émission. Il est clair que, sans connaissance précise des détails de l’émission polarisée, il est difficile d’évaluer, sur des simulations, l’amplitude de cette erreur de modélisation. Une telle approche n’est donc pas souhaitable pour notre étude.

Une seconde classe de méthodes, permettent au contraire d'obtenir une séparation des sources sur des critères statistiques, sans faire d'hypothèse *a priori* sur les processus d'émissions. Ces méthodes sont donc qualifiées d'aveugles et s'appuient généralement sur les techniques d'analyse en composantes indépendantes (ACI)¹, développées pour des applications diverses (séparations de signaux acoustiques, imagerie médicale, etc ...). Dans le modèle le plus simple, l'ACI considère des observations multiples d'un mélange linéaire de composantes indépendantes et tente d'identifier les composantes à partir des observations sans *a priori* sur le mélange. Si toutes les composantes du modèle sont gaussiennes et indépendamment distribuées (iid), cette opération n'est pas possible de manière aveugle. En revanche, tout écart au modèle de composantes gaussiennes iid, tel que la non-gaussianité, la non-stationnarité ou la corrélation spatiale des composantes, peut être exploité pour obtenir une séparation aveugle des composantes. Plusieurs applications de ces principes au problème de la séparation des composantes dans les observations CMB ont été développées, notamment Maino *et al.* (2002b); Delabrouille *et al.* (2003).

Dans cette étude, nous nous appuyons sur une évolution de la méthode SMICA (Cardoso *et al.*, 2008). La première partie de cette section introduit le problème de la mesure de r en présence de contaminants dont la contribution statistique est connue. La deuxième partie présente la méthode SMICA, dont les principes sont inspirés de l'analyse en composantes indépendantes. Cette méthode a été appliquée avec succès à l'extraction du fond diffus cosmologique de données simulées et réelles (Patanchon *et al.*, 2005; Leach *et al.*, 2008). Les troisième et quatrième parties détaillent l'application de la méthode SMICA au problème présenté en 5.3.1.

5.3.1 Mesurer r

Les contraintes déjà établies par les données disponibles nous enseignent que la contribution des modes tenseurs est faible par rapport aux modes scalaires. Dans ce régime, peu de contraintes sont apportées par le signal de température (et de polarisation de type E) à la mesure du rapport tenseur sur scalaire r . Réciproquement, le signal de polarisation de type B est faible et apporte peu de contraintes sur les autres paramètres cosmologiques (à l'exception notable de l'indice spectral des modes tenseurs n_t , pour les modèles où ce dernier n'est pas fixé). Dans ce qui suit, on va donc traiter le problème de façon découplée, en supposant connus les autres paramètres cosmologiques (notamment la profondeur optique de la réionisation τ) et en utilisant uniquement le signal de polarisation de type B. La détermination de r en levant cette hypothèse est par exemple étudiée plus avant dans Colombo *et al.* (2008). Pour des raisons de clarté, on n'utilisera pas de notation spécifique, mais il est sous-entendu que l'on se réfère toujours au signal de polarisation de type B.

Observation à une fréquence donnée

Dans le contexte énoncé, on modélise l'observation $x_\nu(\xi)$ du ciel à une fréquence ν et dans une direction ξ , comme la somme des contributions du signal primordial x_ν^{cmb} et de contaminations diverses n_ν , soit :

$$x_\nu(\xi) = x_\nu^{\text{cmb}}(\xi) + n_\nu(\xi). \quad (5.1)$$

En supposant que les contaminations ne sont pas corrélées avec le signal du fond diffus cosmologique, le spectre de puissance de type B des observations s'écrit :

$$\mathcal{C}_\ell = r\mathcal{S}_\ell + \mathcal{N}_\ell,$$

en notant \mathcal{S}_ℓ la forme du spectre des modes B du CMB et \mathcal{N}_ℓ le spectre des contaminations. En négligeant les éventuels mélanges de modes dus aux effets d'une couverture partielle du ciel, et en supposant que la contamination peut être modélisée par un processus gaussien, la fonction de log-vraisemblance du modèle par rapport au spectre mesuré $\hat{\mathcal{C}}_\ell$ s'écrit :

$$-2 \ln \mathcal{L} = \sum_\ell (2\ell + 1) f_{\text{ciel}} \left[\ln \left(\frac{\mathcal{C}_\ell}{\hat{\mathcal{C}}_\ell} \right) + \frac{\hat{\mathcal{C}}_\ell}{\mathcal{C}_\ell} \right] + \text{const.} \quad (5.2)$$

où f_{ciel} désigne la fraction du ciel observé.

1. Une approche basée sur la notion de parcimonie est également développée dans Bobin *et al.* (2008)

La plus faible variance d'un estimateur de r est alors donnée par l'inverse de l'information de Fisher $\mathcal{I} = -\mathbf{E} \left(\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial r^2} \right)$ qui prend la forme :

$$\sigma_r^{-2} = \sum_{\ell=\ell_{\min}}^{\ell_{\max}} \frac{2\ell+1}{2} f_{\text{ciel}} \left(\frac{\mathcal{S}_\ell}{r\mathcal{S}_\ell + \mathcal{N}_\ell} \right)^2. \quad (5.3)$$

Observations multi-fréquences

Lorsque des mesures dans plusieurs canaux sont disponibles, les observations peuvent être combinées de façon à minimiser leur contamination. Formons le vecteur des observations $\mathbf{x}(\xi)$ contenant les observations dans F canaux, et notons \mathbf{A}_{cmb} le vecteur représentant la loi d'émission du fond diffus cosmologique aux fréquences correspondantes. Enfin dénotons \mathbf{x}^{cont} le vecteur contenant la contamination dans chaque canal. Le modèle (5.1) devient :

$$\mathbf{x}(\xi) = x^{\text{cmb}} \mathbf{A}_{\text{cmb}} + \mathbf{x}^{\text{cont}}(\xi). \quad (5.4)$$

Dans l'espace des harmoniques sphériques, cela se traduit par :

$$\mathbf{a}_{\ell m} = a_{\ell m}^{\text{cmb}} \mathbf{A}_{\text{cmb}} + \mathbf{a}_{\ell m}^{\text{cont}}. \quad (5.5)$$

On considère alors les matrices de covariance spectrale (de dimension $F \times F$) contenant les auto et inter spectres des données :

$$\mathbf{R}_\ell = \mathbf{E} \left(\mathbf{a}_{\ell m} \mathbf{a}_{\ell m}^\dagger \right).$$

Le fond diffus cosmologique étant considéré comme non corrélé avec la contamination, on obtient :

$$\mathbf{R}_\ell = \mathbf{R}_\ell^{\text{cmb}} + \mathbf{N}_\ell, \quad (5.6)$$

où la contribution du fond diffus cosmologique s'écrit :

$$\mathbf{R}_\ell^{\text{cmb}}(r) = r \mathcal{S}_\ell \mathbf{A}_{\text{cmb}} \mathbf{A}_{\text{cmb}}^\dagger \quad (5.7)$$

et où \mathbf{N}_ℓ est la contribution des contaminations. Si cette contribution est connue, il est possible de combiner toute l'information concernant le fond diffus cosmologique dans une seule carte filtrée. Dans l'espace des harmoniques sphériques, l'opération de filtrage s'écrit :

$$\tilde{a}_{\ell m} = \mathbf{W}_\ell \mathbf{a}_{\ell m} = a_{\ell m}^{\text{cmb}} + \mathbf{W}_\ell \mathbf{a}_{\ell m}^{\text{cont}},$$

avec :

$$\mathbf{W}_\ell = \frac{\mathbf{A}_{\text{cmb}}^\dagger \mathbf{N}_\ell^{-1}}{\mathbf{A}_{\text{cmb}}^\dagger \mathbf{N}_\ell^{-1} \mathbf{A}_{\text{cmb}}}. \quad (5.8)$$

Ceci nous ramène au cas d'une carte unique contaminée par un bruit caractérisé par :

$$\mathcal{N}_\ell = \mathbf{E} (|\mathbf{W}_\ell \mathbf{a}_{\ell m}^{\text{cont}}|^2) = \left(\mathbf{A}_{\text{cmb}}^\dagger \mathbf{N}_\ell^{-1} \mathbf{A}_{\text{cmb}} \right)^{-1}. \quad (5.9)$$

La nature de cette contamination est discutée en détails au paragraphe suivant.

Discussion

La première source de contamination des données est le bruit instrumental. Il peut être raisonnablement modélisé par un processus gaussien, mais, suivant les expériences, ce processus ne sera pas nécessairement isotrope. La stratégie de balayage de PLANCK par exemple, sera à l'origine de variations sensibles du niveau de bruit sur le ciel, les régions autour des pôles écliptiques bénéficiant d'un temps d'intégration plus long. Si tel est le cas, le filtre (5.8) ne produira pas un résultat optimal. Nous ignorerons cette complication dans cette étude et nous nous en tiendrons à une modélisation simple de l'instrument : pour un détecteur f (ou une matrice de détecteurs) de température de

bruit équivalent (NET en anglais) s_f (en $\mu K\sqrt{s}$), et une durée de mission de t_s secondes, le bruit est modélisé par un processus gaussien isotrope dont le spectre de puissance n_ℓ^f est donné par :

$$n_\ell^f = \frac{4\pi s^2}{B_{\ell,f}^2 t_s} \mu K^2,$$

où $B_{\ell,f}$ est la fonction de transfert du faisceau instrumental pour le détecteur considéré. En supposant le bruit indépendant de capteur à capteur on obtient :

$$\mathbf{N}_\ell = \mathbf{R}_\ell^{\text{bruit}} = \text{diag} \left(n_\ell^f \right), \quad (5.10)$$

que l'on peut utiliser pour obtenir une carte unique de contamination à l'aide du filtre (5.8). En faisant l'hypothèse que le bruit instrumental est l'unique contaminant, on peut donc utiliser (5.3) pour obtenir un premier chiffre $\sigma_r^{\text{bruit-seul}}$, représentatif de la performance théorique de l'instrument.

Ce premier chiffre est très optimiste car les divers avant-plans, décrits dans la section 5.2, contribuent également à la contamination du signal. Si l'on suppose leur contribution statistique \mathbf{R}^{ap} parfaitement connue, il est possible d'effectuer la même opération que précédemment, en tenant compte cette fois de cette contamination supplémentaire :

$$\mathbf{N}_\ell = \mathbf{R}^{\text{bruit}} + \mathbf{R}^{\text{ap}}. \quad (5.11)$$

Le filtre (5.8) effectue alors un compromis pour minimiser la contamination totale liée aux avant-plans et au bruit.

En réalité, la contribution des avant-plans n'est pas connue et doit être obtenue à partir des données. Il est donc nécessaire de modéliser cette contribution et d'en estimer les paramètres en même temps que r . Les incertitudes supplémentaires sur la contribution des avant-plans se répercutent sur la précision avec laquelle r est mesurée. Dans la section 5.3.3, nous présenterons un modèle générique de la contribution statistique des avant-plans, qui ne s'appuie pas sur des hypothèses particulières concernant la physique de l'émission et peut approximer de façon satisfaisante une large variété de processus.

5.3.2 SMICA

Nous décrivons ici la méthode de façon générique. Son application au problème présenté précédemment et à l'estimation du paramètre d'intérêt r fait l'objet de la section 5.3.3. Les observations multi-fréquences de l'émission du ciel peuvent être modélisées comme un mélange additif de diverses sources non corrélées. Suivant ce modèle, le vecteur des observations $\mathbf{x}(\xi)$ dans une direction du ciel ξ s'écrit :

$$\mathbf{x}(\xi) = \sum_{c=1}^C \mathbf{x}^c(\xi) \quad (5.12)$$

où C désigne le nombre de composantes considérées. L'objet de la séparation de sources est d'identifier les contributions des différentes composantes \mathbf{x}^c . L'identification se base nécessairement sur une différence de comportement des composantes (c.f. Sect. 2.3). Dans ce qui suit nous exploitons leur diversité spectrale pour les distinguer. Nous considérons donc de nouveau les données projetées dans l'espace des harmoniques sphériques :

$$\mathbf{a}_{\ell m} = \sum_{c=1}^C \mathbf{a}_{\ell m}^c, \quad (5.13)$$

puis établissons un modèle paramétrique des matrices de covariance spectrale $\mathbf{R}_\ell^c(\theta)$ de chaque composante, où θ^c désigne l'ensemble des paramètres libres du modèle. L'hypothèse de non corrélation entre les composantes se traduit par le modèle suivant des matrices de covariance des données :

$$\mathbf{R}_\ell(\theta) = \sum_{c=1}^C \mathbf{R}_\ell^c(\theta^c). \quad (5.14)$$

Les paramètres libres du modèle sont ensuite ajustés pour en maximiser la fonction de vraisemblance. Si tous les processus peuvent être modélisés par des processus gaussien stationnaires, nous obtenons :

$$-2 \ln \mathcal{L} = \sum_{\ell} (2\ell + 1) f_{\text{ciel}} K \left(\hat{\mathbf{R}}_{\ell}, \mathbf{R}_{\ell}(\theta) \right) + \text{const.} \quad (5.15)$$

où $\hat{\mathbf{R}}_{\ell}$ est l'estimateur de \mathbf{R}_{ℓ} :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\ell} = \frac{1}{2\ell + 1} \frac{1}{f_{\text{ciel}}} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \mathbf{a}_{\ell,m} \mathbf{a}_{\ell,m}^{\dagger} \quad (5.16)$$

et où $K(\cdot, \cdot)$ est une mesure de la divergence entre deux matrices définies positives :

$$K(\hat{\mathbf{R}}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \left[\text{trace}(\mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{R}}) - \log \det(\mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{R}}) - F \right]. \quad (5.17)$$

L'expression (5.15) correspond à l'extension de (5.2) au cas de données multi-fréquences.

Pour des raisons numériques, nous considérons généralement des statistiques moyennées sur un petit intervalle de fréquence $\mathcal{D}_q = \{\ell_q^{\min}, \dots, \ell_q^{\max}\}$:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_q &= \frac{1}{w_q} \sum_{\ell \in \mathcal{D}_q} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \mathbf{a}_{\ell,m} \mathbf{a}_{\ell,m}^{\dagger} \\ \mathbf{R}_q &= \frac{1}{w_q} \sum_{\ell \in \mathcal{D}_q} (2\ell + 1) \mathbf{R}_{\ell}, \end{aligned} \quad (5.18)$$

avec w_q le nombre de modes indépendants contenus dans \mathcal{D}_q . Ceci permet de réduire la taille du vecteur de paramètres et donc de la matrice de Fisher, tout en manipulant des matrices estimées $\hat{\mathbf{R}}_q$ basées sur un plus grand nombre de modes. Toutefois, la largeur du domaine doit rester suffisamment faible pour que l'on puisse raisonnablement supposer que tout $\ell \in \mathcal{D}_q$, $\mathbf{R}_{\ell} \approx \mathbf{R}_q$. En pratique, les résultats sont peu sensibles à la taille des domaines spectraux, et des largeurs de 5 à 10 multipoles constituent un bon compromis.

Enfin, la matrice d'information de Fisher (FIM) $\mathbf{I}_{i,j}(\theta)$ correspondant à la vraisemblance (5.15) pour le vecteur des paramètres du modèle s'écrit :

$$\mathbf{I}_{i,j}(\theta) = \frac{1}{2} \sum_q w_q \text{trace} \left(\frac{\partial \mathbf{R}_q(\theta)}{\partial \theta_i} \mathbf{R}_q^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}_q(\theta)}{\partial \theta_j} \mathbf{R}_q^{-1} \right). \quad (5.19)$$

Si les hypothèses du modèle sont correctes, la plus faible variance possible (borne de Cramer-Rao) sur l'estimation d'un paramètre en marginalisant sur l'ensemble des autres paramètres est donnée par l'entrée correspondante de l'inverse de la FIM :

$$\sigma_i^2 = \mathbf{I}_{i,i}^{-1}. \quad (5.20)$$

5.3.3 Modèle adapté à la mesure de r

Dans cette section, on explicite la modélisation des matrices de covariance spectrale, qui correspond au besoin de notre étude. Nous considérons un modèle à 3 composantes correspondant au CMB, aux avant-plans et au bruit, notées respectivement cmb, ap et bruit.

Pour la composante cmb, nous conservons les hypothèses de la section 5.3.1, qui ont conduit au modèle de l'équation (5.7). Le seul paramètre libre du modèle de cette composante est donc $\theta^{\text{cmb}} = \{r\}$, notre paramètre d'intérêt. De même, nous conservons le modèle du bruit instrumental (5.10). La modélisation de la composante bruit ne fait donc appel à aucun paramètre libre. La contribution de l'émission des avant-plans est modélisée, de façon générique, comme la combinaison de D sources corrélées :

$$\mathbf{R}_{\ell}^{\text{ap}} = \mathbf{A} \mathbf{\Sigma}_{\ell} \mathbf{A}^{\dagger} \quad (5.21)$$

où \mathbf{A} représente la matrice de mélange (de taille $F \times D$) et $\mathbf{\Sigma}_{\ell}$ est la matrice de covariance spectrale (de taille $D \times D$) des sources. Ce modèle constitue une généralisation du modèle de mélange linéaire

de sources indépendantes, adopté habituellement dans une ACI. Examinons succinctement en quoi il améliore la prise en compte des avant-plans dans notre analyse. En réalité, les deux hypothèses du modèle simple, qui sont que l'émission totale est le résultat d'un mélange linéaire de sources d'une part, et que ces sources sont indépendantes d'autre part, n'est pas vérifié par les avant-plans galactiques. Les différents processus d'émission dans la galaxie sont, au contraire, fortement corrélés (du fait entre autre de la structure de la galaxie). De plus, leur loi d'émission est susceptible de varier sur le ciel de sorte que le modèle linéaire ne tient pas non plus. L'utilisation de sources corrélées résout bien sûr la première limitation et offre également une solution au second problème, ce que l'on peut illustrer de la façon suivante. Considérons par exemple un modèle de l'émission synchrotron avec un indice spectral variable :

$$S_\nu(\xi) = S_0(\xi) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\beta(\xi)}.$$

Autour de la fréquence ν_0 , il est possible d'approximer l'émission synchrotron en développant au premier ordre les variations de l'indice spectral $\beta(\xi) = \langle \beta \rangle + \delta\beta(\xi)$:

$$S_\nu(\xi) \approx S_0(\xi) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\langle \beta \rangle} + S_0(\xi) \delta\beta(\xi) \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\langle \beta \rangle}.$$

Cette représentation fait appel à deux sources corrélées (S_0 et $S_0\delta\beta$), mélangées linéairement selon deux lois d'émissions différentes. Ceci est une approximation possible (pas nécessairement la meilleure) de l'émission synchrotron par un modèle de type (5.21) avec $D = 2$.

De manière plus générale, il est clair que le modèle (5.21) permet de représenter exactement les statistiques spectrales de n'importe quelle émission observée dans un nombre F de canaux si $D = F$. Pour une émission parfaitement cohérente d'un canal à l'autre (loi d'émission constante sur le ciel), il reste possible de représenter exactement ses statistiques spectrales avec $D = 1$. À l'inverse, pour une émission complètement incohérente, le modèle (5.21) devient une approximation dès lors que $D < F$, et la qualité de cette approximation décroît avec D . On peut donc considérer le rang de la matrice de covariance du modèle des avant-plans D comme représentatif du degré d'incohérence des avant-plans.

Par ailleurs, il est clair que $D < F$ est nécessaire pour que le modèle soit contraint. Il est possible qu'un jeu d'observations ne puisse pas être bien représenté par un modèle contraint, ce qui s'interpréterait comme le fait que le nombre de canaux d'observation est insuffisant pour contraindre toutes les composantes constituant l'émission.

Notons enfin que la paramétrisation (5.21), choisie car naturelle, est redondante, puisqu'il est toujours possible d'échanger une matrice inversible entre \mathbf{A} et les matrices de covariance, sans modifier \mathbf{R}^{ap} .

Pour résumer, le modèle des matrices de covariance spectrale des observations, prenant en compte le CMB, les émissions d'avant-plan et le bruit instrumental, est donc :

$$\mathbf{R}_\ell = r\mathcal{S}_\ell \mathbf{A}_{\text{cmb}} \mathbf{A}_{\text{cmb}}^\dagger + \mathbf{A} \mathbf{\Sigma}_\ell \mathbf{A}^\dagger + \mathbf{R}_\ell^{\text{bruit}} \quad (5.22)$$

La vraisemblance (5.15) du modèle est alors optimisée par rapport aux paramètres libres $\theta = \theta^{\text{cmb}} \cup \theta^{\text{ap}} = \{r, \mathbf{A}, \mathbf{\Sigma}_1, \dots, \mathbf{\Sigma}_Q\}$. Notons que lorsque \mathbf{R}^{ap} est connu, la vraisemblance (5.15) ne dépend plus que du spectre angulaire du CMB, et est égale à une constante près à la vraisemblance (5.2). Notre approche englobe donc la méthode de filtrage des cartes présentée en introduction.

5.3.4 Modèle adapté à la mesure du spectre de puissance

Il est également possible de relâcher l'hypothèse de la connaissance *a priori* de la forme du spectre des fluctuations, de manière à élargir les objectifs scientifiques (par exemple à la détermination de l'indice spectral des modes tenseurs n_t). Le modèle (5.22) est alors modifié en ce sens :

$$\mathbf{R}_\ell = \mathcal{C}_\ell \mathbf{A}_{\text{cmb}} \mathbf{A}_{\text{cmb}}^\dagger + \mathbf{A} \mathbf{\Sigma}_\ell \mathbf{A}^\dagger + \mathbf{R}_\ell^{\text{bruit}} \quad (5.23)$$

où les \mathcal{C}_ℓ constituent des paramètres du modèle². De même que précédemment, la matrice de Fisher fournit une estimation de la matrice de covariance des erreurs sur ces paramètres.

2. Rappelons qu'en pratique, les statistiques sont moyennées sur un petit intervalle de fréquence. Les paramètres réellement estimés sont donc les \mathcal{C}_q , moins bruités que les \mathcal{C}_ℓ .

5.3.5 Pipeline pour la prédiction des performances

Nous nous proposons d'explorer l'impact des avant-plans diffus sur la mesure de r pour différents types d'instruments. La liste suivante résume les principales étapes du schéma adopté et appliqué à chaque expérience :

- Simulation de l'émission polarisée du ciel pour une valeur donnée de r aux fréquences centrales et à la résolution de l'instrument.
- Simulation du bruit de l'instrument (processus gaussien stationnaire).
- Décomposition de chaque carte ainsi obtenue en modes E et B dans l'espace des harmoniques sphériques.
- Synthèse dans l'espace réel des modes B.
- Masquage dans l'espace réel des zones les plus brillantes. Le masque utilisé correspond soit à la couverture effective de l'instrument pour les expériences se concentrant sur une seule zone du ciel, soit aux zones les plus brillantes du plan galactique pour les expériences couvrant la totalité du ciel. Le masque est construit avec des transitions adoucies pour limiter les effets de mélange de modes (voir l'annexe C).
- Les statistiques décrites dans l'équation 5.18 sont calculées sur les cartes masquées.
- Les paramètres libres du modèle décrit en section 5.3.3 sont ajustés pour maximiser la vraisemblance des données. La forme du spectre du CMB utilisée dans le modèle est corrigée de l'effet du masque, en utilisant la matrice de mélange des modes du masque (Hivon *et al.*, 2002).
- Les barres d'erreur sur les paramètres sont déduites de la matrice d'information de Fisher du modèle.

Quelques paramètres de ce pipeline doivent être ajustés en fonction des expériences. Les principaux sont : l'intervalle des fréquences angulaires utilisées dans l'analyse $[\ell_{\min}, \ell_{\max}]$, la dimension D de la composante modélisant les avant-plans, et pour les expériences couvrant la totalité du ciel, la taille du masque.

En pratique, ℓ_{\min} est fixé par la couverture du ciel disponible. En effet, lorsque la couverture du ciel est partielle, seuls les modes concernant des échelles inférieures à la taille de la zone peuvent être reconstruits de façon satisfaisante (c.f. chapitre 4, de façon formelle, la matrice de mélange des modes devient singulière). Par ailleurs, la puissance du signal astrophysique diminue avec la fréquence angulaire et devient peu significative par rapport au bruit aux plus petites échelles. En conséquence nous limitons l'analyse à un ℓ_{\max} dépendant de la sensibilité et de la résolution de l'instrument. Les choix du masque et de la valeur de D sont liés et explicités au paragraphe suivant.

5.3.6 Sélection de modèle et choix du masque

La qualité de l'ajustement du modèle aux données peut être évaluée par la valeur de sa vraisemblance (5.15). Dans l'hypothèse où les observations sont effectivement des représentations du modèle, l'espérance de la vraisemblance maximum est égale au nombre de degrés de liberté du modèle. En tenant compte des redondances dans la paramétrisation, le nombre réel de degrés de liberté k du modèle (5.22) est $k = 1 + F \times D + QD(D + 1)/2 - D^2$.

Ainsi la qualité de l'approximation évoquée à la section 5.3.3 peut être évaluée en comparant la valeur de la vraisemblance à son espérance. La procédure permettant de sélectionner D est donc la suivante³ :

- On commence par réaliser un essai d'ajustement avec une valeur de D faible. La poussière et le synchrotron formant deux composantes nettement distinctes, il est clair qu'une valeur minimale de $D = 2$ sera requise dès lors que la couverture spectrale de l'instrument sera suffisante.
- Si la vraisemblance du modèle ajusté n'atteint pas son espérance, on recommence en augmentant graduellement la valeur de D jusqu'à la première valeur permettant d'obtenir un ajustement correct.

Intuitivement, on conçoit que l'ajustement devient satisfaisant lorsque le résidu de l'émission qui n'est pas correctement modélisé est inférieur au niveau de bruit des observations. Or l'accroissement de la profondeur optique de l'émission dans le plan galactique la rend à la fois plus complexe et plus

3. On pourrait également s'appuyer sur un critère statistique de sélection de modèle, tel que le critère d'information de Bayes, pour sélectionner la valeur de D . Dans notre cas, celui-ci s'écrirait $BIC = -2 \ln \mathcal{L} + k \ln \sum_q w_q$.

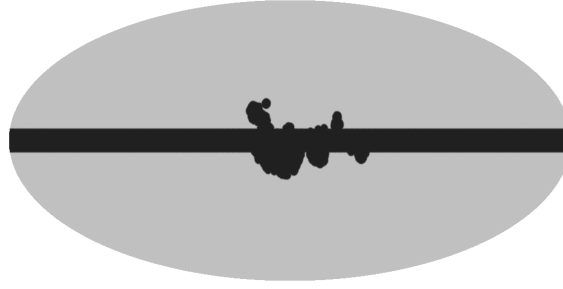


FIGURE 5.2 – Masque d’analyse utilisé pour les observations EPIC. Ce masque couvre 13% du ciel ($f_{\text{ciel}} = 0.87$)

intense, de telle sorte qu’il n’est pas possible de modéliser complètement les observations dans cette zone au niveau du bruit avec un modèle contraint. Il est donc nécessaire d’utiliser un masque du plan galactique. La réduction de la couverture spatiale augmente toutefois l’erreur d’estimation due à la variance cosmique. On choisira donc, pour une valeur de D donnée, le masque qui maximise la couverture spatiale tout en conservant un bon ajustement.

Le masque utilisé pour l’analyse des données EPIC est présenté sur la figure 5.2. Il est basé sur une coupure de 10 degrés de large du plan galactique. Une coupure additionnelle est obtenue en appliquant un seuil sur le niveau d’émission à la fréquence centrale de l’instrument. Le seuil peut être ajusté pour obtenir la couverture souhaitée. Les deux coupures sont ensuite combinées et les bords du masque obtenus sont adoucis pour limiter les effets de mélange de modes.

5.4 Application à des cas particuliers d’expériences

Cette section présente l’application de la méthode aux expériences suivantes :

- La mission spatiale PLANCK, lancée en mai 2009. Quoique n’ayant pas été conçue originellement pour la détection des modes B, PLANCK pourrait produire une première détection des modes tenseurs si leur amplitude est suffisamment élevée ($r \sim 0.1$).
- Trois versions de la sonde spatiale EPIC : une conception minimisant les coûts (intitulée LC pour low-cost), puis deux versions plus ambitieuses (EPIC-CS et EPIC-2m).
- Une expérience typique de ce qui peut être réalisée depuis le sol. Les caractéristiques de cette expérience sont inspirées de celle de l’instrument *Clover*.
- Une mission spatiale alternative (dite “ciel profond”), disposant des mêmes performances en terme de sensibilité que l’instrument EPIC-CS, mais concentrant son temps d’intégration à cartographier une région du ciel réduite et peu contaminée par les avant-plans diffus.

Nous étudions également la possibilité fréquemment évoquée, d’effectuer une analyse jointe des données de PLANCK, bénéficiant d’une large couverture spectrale, et d’une future expérience au sol, plus sensible. Enfin, l’objectif scientifique des dernières études de mission pour la sonde EPIC (Bock *et al.*, 2009) semble s’orienter, si possible, vers une mesure complète du spectre de puissance des modes B, au-delà d’une simple mesure de l’amplitude des fluctuations de type tenseurs. En conclusion de cette section nous évaluons cette possibilité pour la dernière version de la sonde (nommée EPIC-IM).

Les caractéristiques supposées de ces instruments sont résumées dans la table 5.1. La figure 5.3 compare les spectres de puissance de bruit attendus pour plusieurs expériences.

Pour chaque expérience, trois types de résultats sont présentés en table 5.2 :

Connaissant le niveau de bruit et la résolution de l’instrument, on calcule en premier lieu l’erreur due au bruit instrumental $\sigma_r^{\text{bruit-seul}}$ à partir de l’équation 5.3. Le niveau de bruit global de l’instrument est obtenu en combinant ses canaux suivant (5.8) où la seule contribution à \mathbf{N}_ℓ (en supposant l’absence d’autres contaminants) provient du bruit instrumental (5.10) :

Dans un second temps, on calcule l’erreur $\sigma_r^{\text{avant-plans-connus}}$ qui serait obtenue en supposant la contribution statistique des avant-plans \mathbf{R}^{ap} parfaitement connue. On utilise cette fois $\mathbf{N}_\ell = \mathbf{R}_\ell^{\text{bruit}} + \mathbf{R}_\ell^{\text{ap}}$, en faisant l’hypothèse que $\mathbf{R}^{\text{ap}} \simeq \hat{\mathbf{R}}^{\text{ap}}$ où $\hat{\mathbf{R}}^{\text{ap}}$ est estimée d’après les cartes simulées des avant-plans.

TABLE 5.1 – Résumé des caractéristiques des instruments.

Instruments	Fréquences (GHz)	Largeur du faisceau (')	NET ^a ($\mu K \sqrt{s}$)	T_{obs} (années)	Couverture (f_{ciel})
PLANCK	30, 44, 70	33, 24, 14	96, 97, 97	1.2	1
	100, 143, 217, 353	10, 7.1, 5, 5	41, 31, 51, 154		
EPIC-LC	30, 40, 60	155, 116, 77	28, 9.6, 5.3	2	1
	90, 135, 200, 300	52, 34, 23, 16	2.3, 2.2, 2.3, 3.8		
EPIC-CS	30, 45, 70, 100	15.5, 10.3, 6.6, 4.6	19, 8, 4.2, 3.2	4	1
	150, 220, 340, 500	3.1, 2.1, 1.4, 0.9	3.1, 5.2, 25, 210		
EPIC-2m	30, 45, 70, 100, 150	26, 17, 11, 8, 5	18, 7.6, 3.9, 3.0, 2.8	4	1
	220, 340, 500(,800)	3.5, 2.3, 1.5(, 0.9)	4.4, 20, 180(, 28k)		
Sol	97, 150, 225	7.5, 5.5, 5.5	12, 18, 48	0.8	0.01
Ciel profond	30, 45, 70, 100	15.5, 10.3, 6.6, 4.6	19, 8, 4.2, 3.2	4	0.01
	150, 220, 340, 500	3.1, 2.1, 1.4, 0.9	3.1, 5.2, 25, 210		
EPIC-IM 4K	30, 45, 70, 100, 150	28, 19, 12, 8.4, 5.6	13, 3.7, 1.6, 1.1, 0.9	4	1
	220, 340, 500, (850)	3.8, 2.5, 1.7, (1.0)	1.6, 3.7, 11, (300)		

a. Sensibilité agrégée pour un détecteur équivalent.

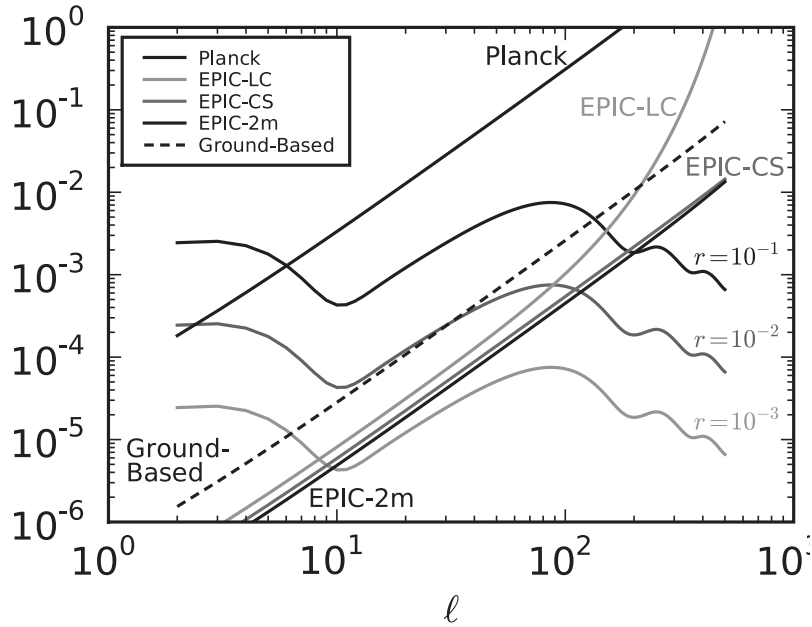


FIGURE 5.3 – Spectres de bruit équivalent attendus pour différents instruments.

TABLE 5.2 – Prédiction de l’erreur de mesure de r pour différents instruments et différentes valeurs de r .

Expérience	r	Bruit seul ^a			Avant-plans connus ^b			SMICA ^c			r_{est} ^d	$l_{\text{min}}-l_{\text{max}}f_{\text{ciel}}D$ ^e
		$\frac{\sigma_r}{r}$	$\frac{\sigma_r^{\ell \leq 20}}{r}$	$\frac{\sigma_r^{\ell > 20}}{r}$	$\frac{\sigma_r}{r}$	$\frac{\sigma_r^{\ell \leq 20}}{r}$	$\frac{\sigma_r^{\ell > 20}}{r}$	$\frac{\sigma_r}{r}$	$\frac{\sigma_r^{\ell \leq 20}}{r}$	$\frac{\sigma_r^{\ell > 20}}{r}$		
PLANCK	0.3	0.075	0.17	0.084	0.1	0.2	0.12	0.15	0.22	0.2	0.26	2 - 130 0.95 3
	0.1	0.17	0.25	0.22	0.23	0.34	0.32	0.29	0.34	0.55	0.086	
EPIC-LC	0.01	0.019	0.084	0.019	0.05	0.18	0.053	0.079	0.18	0.1	0.0098	2 - 130 0.86 4
	0.001	0.059	0.15	0.064	0.27	0.4	0.38	0.37	0.43	0.82	0.00088	
EPIC-2m	0.01	0.016	0.083	0.016	0.027	0.12	0.027	0.032	0.11	0.036	0.0096	2 - 300 0.87 4
	0.001	0.051	0.14	0.055	0.14	0.25	0.16	0.16	0.24	0.24	0.001	
EPIC-CS	0.01	0.017	0.084	0.017	0.029	0.12	0.03	0.036	0.11	0.041	0.0096	2 - 300 0.87 4
	0.001	0.058	0.15	0.063	0.15	0.27	0.19	0.18	0.26	0.29	0.00098	
Sol	0.1	0.083	—	—	0.15	—	—	0.24	—	—	0.11	50 - 300 0.01 2
	0.01	0.18	—	—	0.8	—	—	1.6	—	—	0.018	
Sol+Planck	0.01	0.18	—	—	0.51	—	—	0.69	—	—	0.0065	50 - 300 0.01 2
Ciel profond	0.001	0.082	—	—	0.1	—	—	0.13	—	—	0.00092	50 - 300 0.01 4

a. Valeurs obtenues par l’équation 5.3, en supposant $\mathbf{N}_\ell = \mathbf{R}^{\text{bruit}}$.

b. Idem en supposant une connaissance parfaite de la contribution des avant-plans $\mathbf{N}_\ell = \mathbf{R}^{\text{bruit}} + \mathbf{R}^{\text{ap}}$.

c. Valeurs calculées à partir de la FIM (Eq.5.20) pour le modèle SMICA Eq. (5.22) au point de convergence de l’algorithme.

d. Les détections à plus de 4σ sont portées en gras.

e. Dimension de la composante galactique utilisée dans le modèle SMICA.

Enfin, on reporte l’erreur obtenue par SMICA, σ_r^{SMICA} , d’après l’information de Fisher du modèle Eq. (5.20).

Pour chacun des cas nous calculons séparément les contributions à l’information de Fisher provenant des grandes échelles ($\ell \leq 20$) et des petites échelles ($\ell > 20$), de manière à obtenir une indication sur l’importance relative de ces *différentes échelles* sur la mesure de r .

On peut remarquer que dans quelques cas particuliers (à bas ℓ où les avant-plans dominent), l’erreur estimée par SMICA peut être légèrement plus faible que l’erreur estimée en utilisant la valeur de la matrice de covariance empirique \mathbf{R}^{ap} . Ceci reflète le fait que notre hypothèse de modélisation, imposant que le rang de \mathbf{R}^{ap} soit inférieur ou égal à D , n’est pas parfaitement vérifiée en pratique. La faible différence n’a pas d’impact sur les conclusions de cette étude.

5.4.1 PLANCK

La mission spatiale PLANCK sera la première expérience capable de délivrer une mesure sensible de la polarisation de la totalité du ciel dans le domaine de fréquence 30-353 GHz. La sensibilité de l’expérience n’est toutefois pas suffisante pour une mesure effective de très faibles valeurs de r , nous appliquons notre méthode à $r = 0.1$ et 0.3 . Notons que ces valeurs de r ne satisfont pas l’hypothèse de faible amplitude des modes tenseurs, formulée au début de ce chapitre, et sur laquelle repose notre travail. On peut donc s’attendre à ce que les résultats énoncés ici, pour PLANCK, soient pessimistes par rapport à ce que permettrait d’obtenir une méthode exploitant au mieux l’information contenue dans les mesures de T, Q et U. Le cas particulier de PLANCK et des expériences à faible rapport de signal-sur-bruit ayant été par ailleurs étudié dans Efstathiou *et al.* (2009); Efstathiou et Gratton (2009), nous concluons ce paragraphe par une comparaison de ces différents résultats.

Notre méthode prédit la possibilité d’une mesure à 3-sigma pour $r = 0.1$ (première ligne de la table 5.2). Une comparaison des erreurs $\sigma_r^{\text{bruit-seul}}$, $\sigma_r^{\text{avant-plans-connus}}$ et σ_r^{SMICA} obtenues indique que l’erreur est dominée par la variance cosmique et le bruit. Les avant-plans astrophysiques contribuent à une dégradation de l’erreur de l’ordre de $\sim 30\%$ et les incertitudes sur les avant-plans pour encore 30% (pour $r = 0.1$).

La Fig. 5.3 semble indiquer qu’une bonne stratégie pour la détection des modes B avec PLANCK serait d’essayer de détecter le pic de réionisation (avant $\ell = 10$) ce qui requiert la plus large couverture du ciel possible. Même en se concentrant sur les hautes latitudes galactiques, un modèle supposant $D = 2$ n’est pas ajustable aux données, en particulier aux grandes échelles où l’émission galactique

domine largement le bruit instrumental. L'utilisation d'un modèle avec $D = 3$ permet, en revanche, un bon ajustement aux données (comme mesuré par le critère SMICA) sur 95 pour cent du ciel. Nous retenons donc ce modèle pour PLANCK.

On remarque également qu'une part importante de l'information provient du pic de réionisation ($\ell \leq 20$). L'importance relative de ce pic croît lorsque r diminue, ce qui est une conséquence de la diminution de la variance cosmique, et montre que les avant-plans ne limitent pas particulièrement la détection aux grandes échelles angulaires. Pour un rapport signal sur bruit correspondant approximativement à la limite de détection de l'instrument ($r = 0.1$), la contrainte la plus forte est imposée par les modes du pic de réionisation. Ceci a deux conséquences directes : premièrement, le résultat est sensible à la profondeur optique de la réionisation et à l'historique de la réionisation (comme étudié dans Colombo et Pierpaoli (2009)) ; deuxièmement la capacité réelle de PLANCK à mesurer r dépendra du niveau (et de la connaissance) des dérives systématiques de l'instrument aux grandes échelles angulaires.

Rappelons enfin que cette expérience numérique donne une estimation de la capacité de PLANCK à mesurer r à partir des modes B uniquement alors qu'en pratique, à ces niveaux de fluctuations de type tenseur, une part significative de l'information devrait également provenir de TT, EE, TE. Contrairement à notre étude, la méthode présentée par Efstathiou *et al.* (2009) offre un calcul complet de la vraisemblance des données à bas ℓ , avec en contrepartie un traitement simplifié des avant-plans. Ce traitement repose sur une subdivision des fréquences de mesure en fréquences représentatives du signal cosmologique ou de l'émission d'avant-plan. Pour PLANCK, dans le cas le plus favorable, les canaux à 30 GHz et 353 GHz sont ainsi écartés et utilisés respectivement comme traceur de l'émission synchrotron et de l'émission thermique de la poussière. Les autres mesures sont combinées en une moyenne pondérée par l'inverse de la variance du bruit de chaque mesure, fournissant une première estimation du signal cosmologique contaminée par les avant-plans. Cette contamination est ensuite réduite en soustrayant une combinaison linéaire des mesures à 30 et 353 GHz de cette première estimation. Le signal ainsi obtenu est modélisé sous l'hypothèse que la contribution des avant-plans est rendue négligeable par ce traitement, puis la vraisemblance de ce modèle est explorée pour obtenir un estimateur de r .

La question de la validité de cette hypothèse dépend bien sûr du niveau de sensibilité considéré, ce qui importe étant de rendre la contribution des avant-plans négligeable par rapport au bruit instrumental. Comme nous l'avons indiqué en introduction de ce chapitre, il est peu probable que cette hypothèse soit correctement vérifiée pour les mesures de polarisation les plus sensibles et cette méthode ne devrait pas être directement applicable pour les futures expériences CMB. Les simulations utilisées pour obtenir les résultats de cette étude sont au contraire extrêmement favorables à ce modèle. Elles ont en effet été générées, de manière similaire à nos simulations, à partir du PSM qui réalise précisément une extrapolation en fréquence de mesures obtenues par ailleurs (se référer au chapitre 3). Pour PLANCK, il est envisageable que cette hypothèse soit vérifiée sur une fraction suffisante du ciel, la question restant ouverte en l'attente des données du satellite. Il est néanmoins peu probable que les données réelles présentent un accord aussi bon que les simulations. Le traitement étant par ailleurs optimal, les résultats présentés par Efstathiou et Gratton (2009) constituent donc la limite optimiste des performances de PLANCK. Pour une durée de mission étendue à 28 mois (soit 4 balayages complet du ciel), la limite de détection annoncée est $r \sim 0.03$.

Suivant une approche contraire, notre méthode est légèrement sous-optimale pour PLANCK, mais devrait en revanche se révéler peu sensible aux caractéristiques réelles de l'émission (voir section 5.5). Notre limite de détection annoncée de $r \sim 0.1$, obtenue pour la mission nominale de 14 mois, constitue donc la valeur pessimiste des performances de PLANCK.

5.4.2 EPIC

Nous avons conduit une étude similaire pour trois versions de la sonde EPIC (Bock *et al.*, 2008). EPIC-LC et EPIC-CS correspondent respectivement à la version économique et à la version la plus ambitieuse. EPIC-2m est une conception intermédiaire contenant un canal haute fréquence supplémentaire (non utilisé dans cette étude) dédié à des objectifs scientifiques autres que la polarisation du CMB. Deux valeurs de r , 0.01 et 0.001, sont étudiées. Pour ces trois expériences, l'analyse nécessite un modèle utilisant $D = 4$ pour obtenir un bon accord avec les données (atteint sur environ 87% du ciel).

Les deux instruments haute résolution (EPIC-CS et EPIC-2m) permettent d'obtenir une mesure de $r = 10^{-3}$ à une précision meilleure que 5-sigma. Pour les valeurs de r les plus faibles l'erreur est dominée par les avant-plans, leur présence diminue la sensibilité d'un facteur 3, comme en témoigne la différence entre $\sigma_r^{\text{bruit-seul}}$ et σ_r^{smica} . Toutefois, alors que la différence entre les résultats bruit seul et SMICA constitue un facteur 4-6 pour EPIC-LC, elle est seulement d'un facteur 2-3 pour EPIC-CS et EPIC-2m. Une meilleure sensibilité et une meilleure couverture en fréquence permettent donc une meilleure soustraction de la contamination des avant-plans.

Pour tous les instrument considérés, la part relative des grandes échelles dans la mesure de r augmente lorsque l'amplitude des fluctuations diminue. Dans tous les cas, les échelles supérieures à $\ell > 150$ ne contiennent plus d'information sur le CMB. Elles apportent toutefois des contraintes sur les paramètres du modèle des avant-plans et permettent d'améliorer la séparation de composantes (y compris aux grandes échelles).

5.4.3 Expériences avec une couverture partielle

Depuis le sol

Les expériences au sol ne peuvent pas bénéficier de la couverture spatiale et fréquentielle des expériences spatiales. Elles adoptent une stratégie d'observation différente qui consiste à tenter de détecter le second pic autour de $\ell = 100$, en observant une petite région du ciel (typiquement 1000 degrés carrés), peu contaminée par les avant-plans galactiques, dans quelques bandes de fréquence (2 ou 3) correspondant à des fenêtres atmosphériques.

Les caractéristiques de l'instrument test que nous étudions ici sont inspirées de celles de l'expérience *Clover* (North *et al.*, 2008). La région d'observation retenue forme un disque d'un rayon de 10 degrés centré à 351° de longitude et -56° degrés de latitude galactique. La sélection de cette région par l'équipe *Clover* provient d'un compromis entre différentes contraintes, en particulier la minimisation des contaminations atmosphérique et galactique. Suivant notre modèle du ciel polarisé, cette région est raisonnablement peu contaminée, la puissance des fluctuations de polarisation de type B dues aux avant-plans galactiques est environ 30% plus élevée que dans la région la plus propre du ciel.

La principale conclusion de cette étude est que pour $r = 0.01$, bien que la sensibilité de l'instrument (en négligeant certains problèmes comme le mélange E-B lié à la couverture partielle) permettrait une détection à 5-sigma, la contamination galactique ne peut pas être caractérisée avec une précision suffisante pour permettre cette détection.

Une possibilité intéressante serait de compléter les mesures effectuées par l'instrument depuis le sol avec les données de l'expérience spatiale *PLANCK*, et d'effectuer une analyse jointe de ces deux jeux de données. Pour tester cette possibilité de façon simple ici, nous simulons un jeu de données *PLANCK* compatible avec les simulations de l'expérience au sol sur la même partie du ciel. Les résultats obtenus montrent une amélioration de l'erreur sur r de $1.6 \cdot 10^{-2}$ à $0.69 \cdot 10^{-2}$, montrant que les canaux supplémentaires améliorent les contraintes sur les avant-plans. La perte de sensibilité sur r due aux avant-plans reste toutefois supérieure à celle qui serait obtenue par une expérience bénéficiant d'une bonne sensibilité sur tout l'intervalle de fréquence observé (comme en témoigne la section suivante).

Depuis l'espace

On peut également s'interroger sur l'utilité d'observer la totalité du ciel depuis l'espace, alors qu'une grande partie de celui-ci est fortement contaminée par les avant-plans galactiques, et envisager d'employer le temps d'observation disponible à cartographier une région propre du ciel.

Nous appliquons cette stratégie alternative à un instrument hypothétique partageant les caractéristiques de EPIC-CS en terme de sensibilité, résolution et bandes de fréquence, et observant la même région du ciel que l'expérience au sol. Bien que l'absence d'émission galactique forte dans cette région pourrait permettre de diminuer le nombre de canaux nécessaires, nous conservons la définition des bandes de fréquence de EPIC-CS pour permettre une comparaison directe avec cet instrument. De plus, l'échec relatif de l'expérience au sol — à séparer les avant-plans du CMB — montre que même sur une région propre du ciel, la couverture en fréquence ne peut pas être librement réduite. De la même façon, pour permettre une comparaison simple avec l'expérience au sol, nous observons

la même région du ciel, même si en principe, en l'absence de contraintes atmosphériques, une région un peu plus propre pourrait être sélectionnée.

En dépit de l'augmentation de la variance cosmique due à la réduction de la taille de la région observée, l'application de notre méthode à l'expérience 'ciel profond' obtient de meilleurs résultats que l'expérience observant la totalité du ciel, montrant un gain lié à la contribution réduite des avant-plans. Toutefois, ceci n'est valable que si nous ne considérons que la contamination galactique diffuse. La section suivante montre en effet que la contamination par l'effet de lentille, plus faible mais homogène sur le ciel, remet en cause cette conclusion.

Remarquons également, qu'en dépit du niveau plus faible des avant-plans, la sensibilité plus grande de la mesure nécessite l'utilisation d'un modèle d'aussi grande complexité ($D = 4$) que dans le cas de l'expérience EPIC-CS pour obtenir un ajustement satisfaisant aux données. On doit également noter que notre traitement n'exploite pas la variation de l'intensité des avant-plans sur le ciel. Il est en ce sens sous-optimal pour l'exploitation des données sur le ciel entier, et les résultats obtenus pour une expérience observant la totalité du ciel sont probablement pessimistes en comparaison de ceux obtenus sur des régions réduites et sélectionnées.

En dernier lieu, rappelons que l'on néglige certaines difficultés liées à la couverture partielle du ciel qui ne peuvent être évitées pour une stratégie d'observation d'une région réduite, notamment une perte d'efficacité liée à la contamination des modes E dans les modes B.

5.4.4 Mesure du spectre de puissance

Enfin, nous avons étudié la possibilité d'élargir l'étude à la mesure complète du spectre des modes B primordiaux. Cette possibilité est évoquée pour la dernière version de la sonde EPIC, dite EPIC-IM-4K. La conception de la sonde a été revue pour permettre un refroidissement complet de son télescope à la température de 4 degrés Kelvin. Le refroidissement du miroir permet un fort gain de sensibilité, notamment à hautes fréquences.

Nous avons donc réalisé des simulations d'observations avec les caractéristiques présumées de cette dernière version, et une valeur du paramètre $r = 0.01$. Nous avons ensuite appliqué notre méthode en utilisant la version alternative du modèle des observations (5.23), de manière à fournir une mesure du spectre moyenné dans 30 intervalles de fréquences entre $\ell = 2$ et $\ell = 300$. La largeur des intervalles croît de manière logarithmique.

Le résultat, présenté figure 5.4, confirme que l'hypothèse de connaissance de la forme du spectre du CMB n'est pas nécessaire pour obtenir la séparation, et la mesure du spectre est possible dès lors que le rapport signal sur bruit est suffisant. Pour comparaison, nous avons indiqué, en rouge, l'erreur attendue dans chaque intervalle en ne considérant que l'effet du bruit et de la variance cosmique. L'écart entre les barres d'erreurs rouges et bleues illustre la perte d'information liée à la présence des avant-plans, et à l'incertitude sur leur contribution.

La mesure sans *a priori* du spectre est intéressante, car elle permet d'accéder à d'autres paramètres cosmologiques notamment n_t et dans une moindre mesure τ (qui devrait cependant être mieux mesuré grâce à la polarisation de type E).

5.5 Variation du modèle des avant-plans

Le bien-fondé de notre étude repose sur la supposition qu'elle est peu sensible aux particularités des avant-plans diffus, et que ces derniers dominent l'incertitude sur l'erreur. Dans cette section nous nous efforçons de vérifier ces deux hypothèses en ajoutant à notre modèle de base les contaminations à petite échelle et en faisant varier le modèle des avant-plans diffus.

5.5.1 Impact des contaminants aux petites échelles

Impact de l'effet de lentille gravitationnelle (lensing)

Les limitations sur la détection des modes tenseurs imposées par la conversion d'une part de la puissance des modes E en modes B par effet de lentille gravitationnelle (lensing en anglais), ont été largement étudiées dans la littérature. Plusieurs méthodes de reconstruction des modes B lentillés, basées sur l'estimation du potentiel de lentillage et des modes E non lentillés, ont été proposées

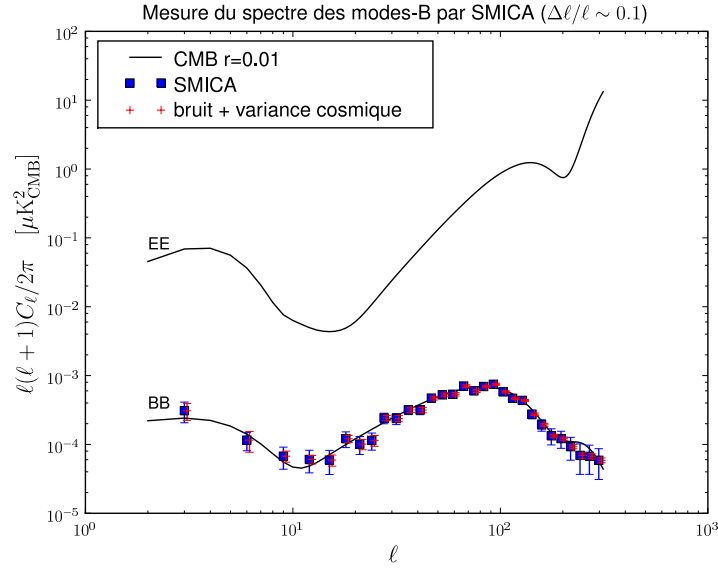


FIGURE 5.4 – Mesure du spectre de puissance des modes B par SMICA pour l'expérience EPIC-IM.

(Knox et Song, 2002; Hirata et Seljak, 2003; Kesden *et al.*, 2003; Lewis et Challinor, 2006). De manière générale, les limites sur r obtenues après ces processus de soustraction sont (si présentes) significativement plus faibles que celles imposées par les avant-plans diffus, obtenues dans cette étude (section 5.4).

De manière à déterminer simplement si le lensing pourrait modifier significativement les résultats obtenus dans la section précédente, nous étudions le problème au niveau de la contribution statistique du lensing au spectre de puissance du CMB. Nous n'étudions donc pas la possibilité de reconstruire le potentiel de lentillage qui nécessiterait l'analyse des modes E et dont la faisabilité en présence d'avant-plans commence seulement à être étudiée (voir par exemple Smith *et al.* (2008)). Les modes induits par le lensing constituent un terme additionnel dans le spectre de puissance des modes B. Nous supposons que ce terme peut être prédit et nous l'incluons dans notre modèle de la contribution statistique du CMB aux observations dans SMICA. De cette façon, les modes induits par le lensing contribuent par leur variance cosmique à un bruit supplémentaire, qui diminue la sensibilité au signal primordial et réduit l'intervalle des échelles contribuant effectivement à la mesure. Nous appliquons ces modifications au cas des missions EPIC-CS et ciel profond pour $r = 0.001$. La Table 5.3 présente la comparaison des contraintes obtenues en présence de lensing, aux contraintes précédemment obtenues en négligeant son existence.

Aux grandes échelles, pour l'expérience EPIC-CS, le lensing a un impact négligeable sur la mesure de r . Aux petites échelles, la différence est toutefois sensible. En utilisant la totalité des multipoles, σ_r/r passe de 0.18 à 0.21, ce qui constitue une dégradation peu significative de la mesure d'environ 15%.

Pour la mission ciel profond, en revanche, l'importante variance cosmique des modes lentillés dégrade considérablement la mesure.

TABLE 5.3 – Comparaison des contraintes sur r avec et sans lensing ($r = 0.001$).

Expérience	sans lensing			lensing		
	σ_r/r	$\sigma_r^{\ell \leq 20}/r$	$\sigma_r^{\ell > 20}/r$	σ_r/r	$\sigma_r^{\ell \leq 20}/r$	$\sigma_r^{\ell > 20}/r$
EPIC-CS	0.18	0.26	0.29	0.21	0.26	0.38
Ciel profond	0.13	—	—	1.1	—	—

TABLE 5.4 – Impact des sources ponctuelles sur la mesure de r avec EPIC-CS. Le cas de référence 'no-ps' n'inclut de sources ponctuelles, ni dans les données, ni dans le modèle d'ajustement. Le cas 'ideal' représente une situation dans laquelle la contribution des sources ponctuelles incluses dans les simulations, est modélisée exactement. Le cas 'no-model' est un cas pessimiste, où aucun effort de modélisation n'est réalisé pour tenir compte de la contribution des sources ponctuelles.

r	$r^{\text{no-ps}}$	r^{ideal}	$r^{\text{no-model}}$	$\sigma_r^{\text{no-ps}}$	σ_r^{ideal}	$\sigma_r^{\text{no-model}}$
0.001	$1.07 \cdot 10^{-3}$	$1.04 \cdot 10^{-3}$	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$1.84 \cdot 10^{-4}$	$1.91 \cdot 10^{-4}$	$2.49 \cdot 10^{-4}$

Le lensing ne produit pas une dégradation significative des résultats, pour conclure, à ce niveau d'intensité des modes tenseurs $r \sim 10^{-3}$, dès lors que le pic de réionisation aux grandes échelles peut être mesuré de façon satisfaisante. En conséquence, le lensing ne représente pas un problème majeur pour les expériences balayant le ciel dans son ensemble. Il constitue en revanche, une source potentielle de difficultés pour les expériences mesurant uniquement le pic de recombinaison. Une telle stratégie nécessite donc une façon efficace de soustraire la contribution du lensing. Smith *et al.* (2008) donne quelques indications montrant que ceci pourrait être effectué de façon satisfaisante, même en présence de contamination d'avant-plans (sources ponctuelles notamment). Toutefois, une étude complète du cas 'ciel profond', prenant en compte tous les problèmes potentiels (avant-plans diffus, sources ponctuelles, lensing, mélanges des modes), serait nécessaire pour conclure sur la validité de cette approche.

Impact des sources ponctuelles

Alors que l'émission des sources extragalactiques peut être négligée aux grandes échelles angulaires (supérieures à 1 degré), leur contribution, en particulier celle des sources radio, est considérée comme le premier contaminant aux petites échelles (??).

Les sources brillantes dans ce domaine de fréquence ont déjà été identifiées, ou le seront par l'instrument PLANCK. Leur polarisation pourra être mesurée, soit par l'expérience elle-même, soit par une observation dédiée. Dans cette étude, nous faisons l'hypothèse que les sources ponctuelles, dont l'intensité en température dépasse 500 *mJy* (autour de 6000 sources) sont détectées, et que leur contribution au signal polarisé est correctement soustraite des données. Notons que cette valeur peut être considérée comme conservatrice, sachant que les seuils de détection de PLANCK devraient être inférieurs.

Le niveau de connaissance actuel des sources ponctuelles ne permet pas de réaliser un modèle précis de la contribution au spectre de puissance des sources restantes (non soustraites). Pour cette raison, nous avons tenté de mesurer leur impact pour deux modèles extrêmes : le premier inclut une modélisation parfaite de la contribution des sources ponctuelles résiduelles au spectre de puissance, utilisant l'information des données de simulation (cas 'ideal'), le second ignore cette contribution (cas 'no-model'). Les résultats de notre méthode pour ces deux modèles sont comparés à ceux obtenus sur des simulations sans sources ponctuelles (cas 'no-ps'), et sont synthétisés dans la table 5.4.

Ces résultats nous permettent de confirmer qu'il est nécessaire de tenir compte de la contribution des sources ponctuelles dans nos modèles, pour atteindre des détections de $r = 0.001$. Un modèle négligeant ce contaminant produit un estimateur biaisé. Pour EPIC-CS la valeur de r estimée est 2 fois plus grande qu'attendu. Cette différence est incompatible avec la barre d'erreur prédite, bien que la déviation standard σ_r subisse, elle aussi, une augmentation de 30%.

Une modélisation parfaite permet de rétablir les qualités d'ajustement et de biais obtenues pour des simulations n'incluant pas de sources ponctuelles. Cependant, on observe une légère augmentation de la variance sur la mesure de r pour ce cas, qui ne semble pas être critique dans notre étude (σ_r varie de 1.84 à $1.91 \cdot 10^{-4}$).

La figure 5.5 montre le critère d'ajustement (issu de Eq. 5.17 pour des matrices de covariance fenêtrées en ℓ), pour les 3 cas décrits. Quand les sources ponctuelles ne sont pas spécifiquement incluses au modèle, une partie de leur contribution est absorbée dans la composante 'galactique' de SMICA, qui s'ajuste pour mieux représenter l'émission d'avant-plan totale. La part restante de cette

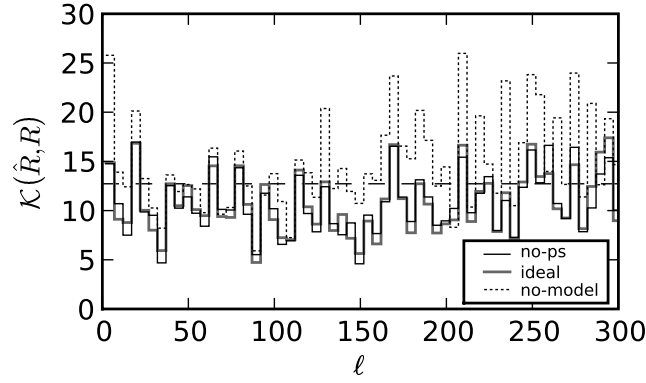


FIGURE 5.5 – Ajustement pour les 3 cas décrits plus haut. Le cas de référence 'no-ps' n'inclut de sources ponctuelles, ni dans les données, ni dans le modèle d'ajustement. Le critère d'ajustement varie autour de sa valeur attendue (ligne horizontale pointillée). Le cas 'no-model' est un cas pessimiste, où aucun effort de modélisation n'est réalisé pour tenir compte de la contribution des sources ponctuelles. Dans ce cas, l'ajustement subit une nette dégradation. Le cas 'ideal' représente une situation idéale dans laquelle la contribution des sources ponctuelles incluses dans les simulations, est modélisée exactement, et qui permet de retrouver une qualité d'ajustement comparable au cas 'no-ps'.

contribution est responsable du mauvais ajustement aux petites échelles angulaires. L'absorption partielle réalisée par la composante 'avant-plan', conduit à une plus mauvaise estimation de la contribution galactique, ce qui se traduit par un ajustement légèrement dégradé aux grandes échelles angulaires.

5.5.2 Variation du modèle des avant-plans diffus

Dans ce paragraphe, nous cherchons à mesurer l'impact sur nos résultats d'une modification du modèle galactique dans nos simulations. En particulier, nous faisons varier le modèle d'indice spectral du synchrotron, et le spectre de puissance de la poussière, et regardons les conséquences de ces changements sur la mesure de r , sans modifier le modèle utilisé pour l'ajustement.

Courbure de l'indice spectral du synchrotron

Comme détaillé au chapitre 2.1.2, le modèle d'indice spectral du synchrotron dans lequel on définit une loi d'émission mono-dimensionnelle pour chaque pixel, avec un indice spectral constant à toutes les fréquences, est potentiellement insuffisant pour décrire la réalité. On attend, pour l'intervalle de fréquence considéré, des modifications de l'indice spectral, dépendantes de la position sur le ciel. Une modélisation plus complexe de l'émission synchrotron utilise une carte de référence $C(\xi)$, représentant la courbure de son indice spectral (nous utilisons ici une carte aléatoire). Nous synthétisons donc nos cartes d'émission synchrotron, d'après le modèle suivant :

$$S_{\nu}^X(\xi) = S_{\nu_0}^X(\xi) \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{\beta_s(\xi) + \alpha C(\xi) \log(\nu/\nu_1)} \quad (5.24)$$

où α est un paramètre libre modulant l'amplitude de l'effet (en comparaison de 3.4). La partie droite de la figure 5.6 illustre l'impact de cette courbure sur la dépendance en fréquence du synchrotron.

Nous cherchons donc à déterminer, si ce changement de modélisation de l'émission synchrotron, a un impact sur la précision prédite pour la mesure de r . A titre illustratif, nous effectuons nos comparaisons pour l'expérience EPIC-2m, avec une valeur de $r = 0.001$. Nous laissons inchangées les autres émissions, ainsi que le modèle utilisé par SMICA. La table 5.5 montre les résultats de cette étude, à travers la mesure de la qualité d'ajustement du modèle et l'estimation de r . Nous n'observons pas d'impact significatif, ce qui tend à prouver que notre modèle d'émission d'avant-plan, est suffisamment flexible pour absorber les modifications apportées au modèle du synchrotron.

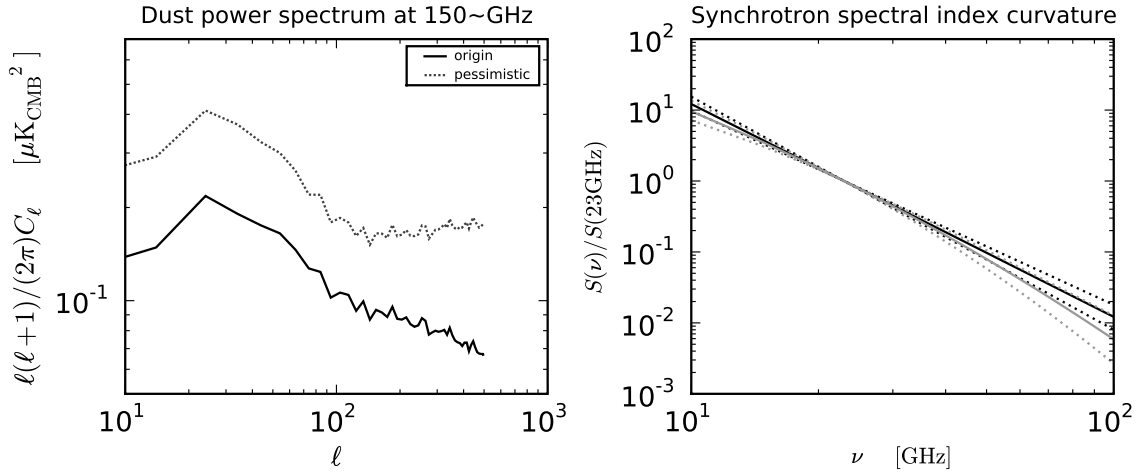


FIGURE 5.6 – Illustration des variations du modèle des avant-plans galactiques testées. La figure de gauche montre la différence entre le spectre de puissance de la polarisation de type B de la poussière à 150 GHz telle que modélisée par le PSM (ligne pleine), et celui d’un modèle pessimiste en terme de niveau d’émission et d’indice spectral (ligne pointillée). La figure de droite montre la dispersion de l’indice spectral du synchrotron pour le modèle implémenté dans le PSM (en noir) et pour un modèle avec une courbure de l’indice spectral (en gris). Les lignes pleines représentent la dépendance en fréquence pour des valeurs moyennes de l’indice spectral, les lignes pointillées, ses valeurs extrêmes.

Bien que nous n’ayons pas la possibilité de tester tous les écarts envisageables au modèle de base du PSM, la robustesse de nos résultats aux variations de l’indice spectral est un bon indicateur d’une certaine indépendance vis à vis du modèle.

TABLE 5.5 – Influence de la courbure de l’indice spectral du synchrotron sur la séparation de composantes, à travers la mesure de la vraisemblance du modèle et l’estimation de r . L’étude s’appuie sur les caractéristiques EPIC-2m, pour différentes amplitudes α de la variation d’indice spectral. On n’observe d’écarts significatifs, ni sur l’estimation de r , ni sur la vraisemblance du modèle, lorsque α varie dans un intervalle consistant avec les observations de WMAP.

r	σ_r	α	r	$-\ln \mathcal{L}$
0.001	$1.8 \cdot 10^{-4}$	0	$9.78 \cdot 10^{-4}$	11.6
		1	$9.62 \cdot 10^{-4}$	11.5
		3	$1.06 \cdot 10^{-3}$	11.7

Modification du niveau d’émission de la poussière

De la même manière que précédemment, nous faisons varier l’émission de la poussière, et regardons l’impact sur les résultats présentés plus haut. Les observations actuelles contraignent l’émission de la poussière essentiellement à grande échelle. Pour les plus petites échelles, l’incertitude est grande, et le restera jusqu’à l’analyse des données de l’expérience PLANCK. Nous considérons donc ici, un modèle très pessimiste, dans lequel le niveau des grandes échelles angulaires est multiplié par un facteur 2, et la forme du spectre de puissance est aplatie aux petites échelles d’un index nominal de -2.5 à -1.9 . Les spectres de puissance correspondants à ces modifications du modèle sont représentés en figure 5.6 (à gauche).

Nous appliquons le même pipeline de traitement que précédemment, pour deux expériences (l’expérience au sol et EPIC-2m) pour des valeurs de r de l’ordre de leur limite de détection respectives. L’estimation de r n’est que marginalement modifiée (voir la table 5.6). Le bruit de l’expérience étant

TABLE 5.6 – Influence du niveau de polarisation de la poussière sur la séparation de composantes. Nous comparons les résultats obtenus pour un modèle pessimiste (fraction de polarisation intrinsèque de 17%, spectre aplati) et le modèle de base du PSM (fraction de polarisation de 12%).

Expérience	r	r^{origin}	r^{pessim}	σ_r^{origin}	σ_r^{pessim}
Sol	0.01	$1.84 \cdot 10^{-2}$	$1.69 \cdot 10^{-2}$	$1.62 \cdot 10^{-2}$	$1.62 \cdot 10^{-2}$
EPIC-2m	0.001	$8.77 \cdot 10^{-4}$	$8.77 \cdot 10^{-4}$	$3.68 \cdot 10^{-4}$	$3.61 \cdot 10^{-4}$

inchangé, l’augmentation du rapport signal sur bruit permet de mieux contraindre l’estimation de la poussière. L’efficacité de la séparation de composantes dépend essentiellement de la cohérence des composantes, et non de leur intensité globale.

5.6 Discussion

Dans cette dernière section, nous revenons sur les principaux résultats de cette étude, dédiée à la séparation des composantes polarisées diffuses, et discutons de la validité de ces résultats dans un cadre plus large.

En premier lieu, nous montrons que les avant-plans galactiques sont susceptibles de rendre difficile une mesure de $r = 0.01$ depuis le sol, en raison du faible nombre de canaux dont disposent les instruments observant à travers l’atmosphère. Nous montrons également, que l’expérience PLANCK devrait apporter des contraintes sur les avant-plans, permettant d’améliorer significativement l’exploitation des données des instruments au sol. Cette méthode ne semble toutefois pas permettre non plus d’atteindre $r = 0.01$.

Depuis l’espace, en revanche, les performances annoncées pour la future sonde EPIC, devraient permettre d’obtenir une mesure satisfaisante pour un niveau de fluctuation tensorielle aussi faible que $r = 0.001$. On montre en outre, que cette mesure devrait être peu affectée par la présence du lensing et des sources ponctuelles. Ce résultat est toutefois conditionné à une mesure satisfaisante du pic de réionisation aux plus grandes échelles $\ell \leq 10$. Notre étude indique que la séparation de composantes peut être conduite de façon satisfaisante sur une fraction suffisante du ciel ($\sim 85\%$) pour permettre une mesure correcte de ces modes. Ce résultat pourrait toutefois être altéré par des effets instrumentaux systématiques, comme la production de bruit à basse fréquence, non considérés dans cette étude. On montre qu’une mesure complète du spectre de puissance des modes B est envisageable depuis l’espace pour des valeurs de l’ordre de $r = 0.01$.

Lorsque l’on ne considère que les avant-plans galactiques, la réalisation d’une carte profonde d’une petite région peu contaminée depuis l’espace semble pouvoir être une alternative intéressante à un balayage complet du ciel. La contamination galactique n’est toutefois pas la difficulté principale à laquelle se heurterait une telle stratégie. En conséquence, notre étude ne permet pas de conclure quant à l’efficacité réelle de celle-ci. Ce cas nécessiterait une étude complémentaire prenant en compte l’ensemble des difficultés potentielles (mélange des modes liés à la couverture partielle, lensing, sources ponctuelles et contamination galactique).

Signalons, également que les résultats de cette étude sont obtenus en appliquant une méthode de séparation de composantes aveugle dans le domaine des harmoniques sphériques. Ils pourraient être améliorés de plusieurs façons, notamment pour le traitement des données des expériences mesurant tout le ciel. En particulier, des développements futurs de la méthode, pour travailler dans le domaine des coefficients de needlets, devraient permettre d’exploiter le caractère non stationnaire des avant-plans galactiques (et du bruit) sur le ciel pour améliorer la séparation. Par ailleurs, lors de l’analyse des données réelles, rien n’empêchera l’utilisation de connaissances *a priori* sur la physique gouvernant les contaminations pour utiliser un modèle des avant-plans plus adapté au problème à résoudre et mieux contraint.

Enfin rappelons que les résultats obtenus reposent sur l’hypothèse que nos simulations représentent correctement le comportement statistique des avant-plans, notamment leur cohérence d’un canal à un autre (qui fixe D). Bien que nous ayons montré que diverses modifications du modèle

des émissions galactiques ne remettaient pas en cause cette hypothèse, les données disponibles ne permettent pas d'exclure cette possibilité. Les futures mesures effectuées par le satellite PLANCK permettront de lever, en partie, cette incertitude.

Chapitre 6

Détection et traitement des sources ponctuelles

Sommaire

6.1	Détection paramétrique	126
6.2	Introduction au problème de l'analyse des observations du ciel entier	127
6.3	Filtre adapté localisé	128
6.3.1	Découpage optimal de la sphère	128
6.3.2	Projection sur un plan tangent	129
6.3.3	Filtre adapté dans l'espace de Fourier	130
6.3.4	Estimation du spectre du fond de bruit	130
6.3.5	Pipeline	130
6.3.6	Application aux données de PLANCK simulées	132
6.4	Sources ponctuelles et séparation de composantes	136
6.4.1	Soustraction des sources ponctuelles	136
6.4.2	Masquage des sources étendues	137
6.4.3	Application aux données WMAP	138
6.4.4	Application à PLANCK	140
6.5	Perspectives	143

Alors qu'aux grandes échelles angulaires le signal est dominé par les fluctuations du fond diffus cosmologique et par l'émission diffuse du milieu interstellaire, qui constitue de loin la principale source de contamination, la situation devient remarquablement différente lorsque l'on considère le signal des fluctuations à plus petite échelle. En se référant à la figure 2.10, on peut constater qu'à partir de $\ell \sim 150$ et à haute latitude galactique (75% du ciel), les deux principales sources de contamination astrophysique du signal CMB sont :

- les sources ponctuelles extragalactiques,
- et l'effet Sunyaev-Zel'dovich dans les amas de galaxies.

Par ailleurs, alors que la contribution de l'émission diffuse du milieu interstellaire décroît assez rapidement avec l'échelle ($\propto \ell^{-3}$), la présence de nombreuses régions d'émissions spécifiques de faible taille angulaire au sein de notre galaxie continue de constituer une source de fluctuations très importantes autour du plan galactique.

Enfin, dans ce domaine de fréquence angulaire, le bruit instrumental devient sensible et peut être modélisé par un bruit décorrélé de pixel à pixel. Sa contribution reste donc constante avec l'échelle alors que le spectre de puissance du fond diffus cosmologique connaît une décroissance un peu plus forte que ℓ^{-2} . Le niveau de signal sur bruit décroît donc assez rapidement avec l'échelle angulaire, ce phénomène étant par ailleurs accentué par la convolution du signal avec la réponse instrumentale (lobe optique, réponse des détecteurs...) qui atténue les hautes fréquences.

Nous nous intéressons ici à la problématique de la détection des sources ponctuelles, tout en notant que les méthodes de détection des émissions localisées s'étendent naturellement à l'effet SZ.

Comme pour toutes les composantes, l'émission astrophysique à petite échelle doit être envisagée de deux manières. Elle présente d'une part un intérêt propre : la détection et l'identification des sources les plus brillantes observées par PLANCK permettront de dresser un premier catalogue sur tout le ciel à ces fréquences, par ailleurs peu observées, et la détection des amas de galaxie par l'effet Sunyaev-Zel'dovich, est aussi un objectif scientifique important pour la cosmologie. La détection de ces émissions localisées est, d'autre part, une nécessité, puisqu'elles constituent une contamination importante des composantes diffuses (en particulier aux petites échelles).

Remarquons, sur ces deux points, que suivant l'objectif poursuivi on peut être amené à appliquer une stratégie différente : la procédure d'établissement d'un catalogue est généralement le résultat d'un compromis entre le nombre total de sources détectées et le nombre de fausses détections. Un catalogue fortement contaminé par des entrées ne correspondant à aucun objet réel aura peu d'intérêt d'un point de vue de l'étude physique de ces objets. Au contraire il est peu souhaitable de laisser un nombre de sources important avant de réaliser de réaliser une séparation de sources diffuses (extraction du fond diffus cosmologique, ...).

À ce titre, notons également que les méthodes de séparation de composantes diffuses présentées précédemment sont peu adaptées à la détection des objets ponctuels, car elles n'exploitent pas la forme particulière du signal. En considérant les sources comme ponctuelles, ce qui est généralement justifié, le signal correspondant à la source a la forme de la réponse impulsionnelle de l'instrument, qui est bien connue ou mesurée par ailleurs. La détection des sources et l'estimation de leurs paramètres (leur flux et leur position) doivent s'appuyer sur la connaissance de cette forme et font donc l'objet d'un traitement séparé. Ce traitement reste toutefois fortement lié à la séparation des composantes diffuses, car l'émission localisée des sources brillantes contribue à une pollution significative des statistiques, qui dégradent ou compromettent l'estimation des composantes diffuses. Réciproquement ces dernières sont une source de contamination pour la détection des sources ponctuelles.

Signalons enfin que l'on peut distinguer deux régimes de contribution des sources ponctuelles au signal. Les sources les plus brillantes sont peu nombreuses sur le ciel et leur contribution au signal est distincte et localisée. Dans ce régime, si la source est suffisamment brillante par rapport au bruit, elle peut être détectée puis masquée ou soustraite. La densité des sources d'une brillance donnée augmente lorsque l'on considère des brillances de plus en plus faibles (entre autre par effet géométrique), de telle sorte que les sources faibles constituent un fond diffus. Les fluctuations de ce fond peuvent contribuer de façon significative au signal comme c'est le cas pour les sources infrarouges. Dans ce régime il peut toutefois être traité comme une composante diffuse.

Nous ne considérons ici que la détection des sources ponctuelles individuelles et ce chapitre est consacré à la présentation de la méthode, développée au cours de cette thèse, dans le cadre de la préparation du traitement des données de la mission PLANCK. Son application principale étant de faciliter l'extraction du CMB par des méthodes de séparation de composantes diffuses, nous présentons également son intégration au sein d'un pipeline de traitement des données CMB. La première section de ce chapitre rappelle quelques résultats de la théorie de la détection et introduit le problème d'un point de vue formel. Son application au cas d'observations CMB sur la totalité du ciel, similaires à celles attendues de PLANCK, est introduit dans la section suivante. La troisième section est consacrée au développement de notre méthode de détection, et présente les résultats de son application sur des données PLANCK simulées. La dernière section traite des interactions entre détection des sources ponctuelles et séparation des composantes diffuses.

6.1 Détection paramétrique

Les problèmes de la détection des sources ponctuelles et de l'estimation de leurs paramètres sont intimement liés. Dans ce chapitre nous faisons l'hypothèse que la réponse impulsionnelle de l'instrument est mesurée avec une précision suffisante, de telle sorte qu'une source ponctuelle est entièrement caractérisée par sa position sur le ciel (2 paramètres) et son flux (1 paramètre). L'amplitude d'une source à une position donnée n'étant pas connue a priori, notre problème de détection contient un paramètre libre.

On modélise le signal sous les deux hypothèses suivantes : dans un premier temps (\mathcal{H}_0), on suppose que le signal est uniquement composé d'un fond noté $n(\xi)$:

$$\mathcal{H}_0 : \quad x(\xi) = n(\xi). \quad (6.1)$$

Dans un second temps (\mathcal{H}_s), on suppose qu'une source dont le signal a une forme connue θ , vient se superposer au signal de fond, avec une amplitude $A > 0$:

$$\mathcal{H}_s : \quad x(\xi) = A\theta(\xi) + n(\xi). \quad (6.2)$$

Un algorithme de détection doit décider de privilégier l'une ou l'autre hypothèse pour décrire les données. Lorsque l'algorithme privilégie l'hypothèse \mathcal{H}_s alors que les données ne comportent pas de sources, nous parlerons de fausse alarme ou de fausse détection.

Le test du rapport de vraisemblance généralisé (GLRT), est basé sur la statistique :

$$\Lambda = \sup_A 2 \ln \left(\frac{p(x|\mathcal{H}_s)}{p(x|\mathcal{H}_0)} \right). \quad (6.3)$$

Lorsque le maximum du rapport de vraisemblance excède un seuil critique c , l'hypothèse \mathcal{H}_s est sélectionnée.

Il est possible de montrer que sous l'hypothèse nulle \mathcal{H}_0 , la quantité Λ suit asymptotiquement une loi de χ^2 , dont le nombre de degrés de liberté est égal au cardinal de l'ensemble des paramètres ajustés, en l'occurrence 1.

Si l'on suppose que le signal de fond est assimilable à un bruit gaussien corrélé de matrice de covariance R et de moyenne nulle, on obtient (en adoptant une notation vectorielle pour x et θ) :

$$\Lambda = \hat{A}^2 \theta^\dagger R^{-1} \theta, \quad \text{avec} \quad \hat{A} = \frac{\theta^\dagger R^{-1} x}{\theta^\dagger R^{-1} \theta}. \quad (6.4)$$

\hat{A} est alors l'estimateur du maximum de vraisemblance de l'amplitude du signal. Il est obtenu par la convolution des données avec le filtre $W = \frac{\theta^\dagger R^{-1}}{\theta^\dagger R^{-1} \theta}$. Ce filtre correspond au filtre adapté (matched filter en anglais) au signal d'amplitude 1.

La connaissance a priori de la distribution de probabilité de $p(A|\mathcal{H}_s)$ pourrait permettre d'utiliser un détecteur plus performant basé sur le facteur de Bayes :

$$K = \frac{\int p(A|\mathcal{H}_s) p(x|A, \mathcal{H}_s) ds}{p(x|\mathcal{H}_0)}. \quad (6.5)$$

Il correspond au détecteur optimal pour ce problème (lemme de Neyman-Pearson). Toutefois, l'estimation de la distribution du flux des sources astrophysiques fait généralement partie des objectifs scientifiques, et donc des inconnues. De plus, la performance du GLRT est en pratique très proche de celle du détecteur clairvoyant pour ce problème. Dans ce qui suit, on utilisera donc le GLRT, plus facile à mettre en œuvre via l'utilisation du filtre adapté. Une approche bayésienne pour la détection des sources ponctuelles est décrite dans Carvalho *et al.* (2009).

6.2 Introduction au problème de l'analyse des observations du ciel entier

L'application du filtre adapté pour diminuer la contamination des données CMB par les sources ponctuelles a été suggérée pour la première fois par Tegmark et de Oliveira-Costa (1998). Le filtre adapté est appliqué dans l'espace des harmoniques sphériques, en supposant que le fond $n(\xi)$ peut être assimilé à un processus gaussien isotrope sur le ciel, décrit par son spectre de puissance N_ℓ . En notant B_ℓ la fonction de transfert du récepteur et en supposant que les sources sont effectivement ponctuelles, de telle sorte que le signal d'une source correspond à la convolution d'un Dirac avec la réponse de l'instrument, le filtre prend la forme simple :

$$W_\ell = \frac{B_\ell N_\ell^{-1}}{\sum_\ell \frac{2\ell+1}{4\pi} B_\ell^2 N_\ell^{-1}}. \quad (6.6)$$

Ce type de filtre a été appliqué aux données du satellite WMAP (Wright *et al.*, 2009) avec $N_\ell = B_\ell^2 \mathcal{C}_\ell^{\text{cmb}} + \mathcal{C}_\ell^{\text{bruit}}$, où $\mathcal{C}_\ell^{\text{bruit}}$ est la contribution du bruit instrumental au spectre des données. Ce bruit n'est toutefois pas homogène sur le ciel puisqu'il dépend de la stratégie de balayage. Pour

corriger les effets de la non stationnarité du bruit, le filtre est appliqué à la carte de température T pondérée par l'inverse de la déviation standard du bruit dans chaque pixel (liée aux nombre d'observations N_{obs} dans ce pixel) : $N_{\text{obs}}^{1/2}T$.

Le catalogue des sources ponctuelles obtenu par filtrage adapté simple des données WMAP a également été étendu, d'une part par l'utilisation de données additionnelles (López-Caniego *et al.*, 2007) et par l'application d'une méthode pour soustraire les fluctuations du CMB avant de procéder à la détection (Chen et Wright, 2009).

Les données PLANCK présenteront de grandes similitudes avec celles de WMAP, néanmoins plusieurs différences sont susceptibles de rendre l'utilisation d'un filtre "constant" sur le ciel sous optimale :

- La stratégie de balayage de PLANCK est telle que la contribution du bruit instrumental sera moins homogène sur le ciel que dans le cas de WMAP.
- La sensibilité de l'instrument est accrue, ce qui rendra la contribution relative des avant-plans galactiques (fortement inhomogène sur le ciel) au signal de fond plus importante.
- La couverture fréquentielle de PLANCK est plus étendue. Les canaux hautes fréquences notamment, seront dominés par l'émission des avant-plans galactiques.

Ceci a motivé le développement de méthodes de filtrage locales (González-Nuevo *et al.*, 2006; Herranz *et al.*, 2009) en vue de la préparation de l'analyse des données PLANCK. La méthode présentée dans ce chapitre a été développée dans le cadre des activités du groupe de travail consacrées à la séparation de composantes. Elle a pour objectif principal, la production de masques adaptés aux besoins de la séparation de composantes diffuses.

6.3 Filtre adapté localisé

Deux possibilités sont à considérer pour localiser l'analyse des données sur la sphère. Dans l'espace réel, la sphère peut être découpée à l'aide de masques, sur lesquels on applique une décomposition fréquentielle de manière indépendante. La méthode proposée ici adopte cette démarche, néanmoins, pour éviter le surcoût de calcul introduit par l'application de nombreuses décompositions en harmoniques sphériques, nous avons choisi de découper la sphère en zones de faible extension angulaire, qu'il est possible de projeter sur un plan tangent. Nous bénéficions alors de la transformée de Fourier rapide sur le plan, pour réaliser le filtrage.

Alternativement, le signal peut être décomposé dans un domaine espace-fréquence, tel que ceux fournis par les différentes constructions d'ondelettes sur la sphère (Guilloux *et al.*, 2009; Starck *et al.*, 2006; González-Nuevo *et al.*, 2006).

La première étape de notre méthode consiste donc en la projection des données sur une collection de plans tangents à la sphère. L'algorithme de détection est ensuite appliqué sur chacun de ces plans. Les catalogues ainsi obtenus sont fusionnés en un seul, couvrant la totalité du ciel. Les paragraphes suivants détaillent l'implémentation de ces différentes étapes.

6.3.1 Découpage optimal de la sphère

Division régulière

Il n'existe pas de façon unique de décomposer la sphère en un nombre donné de facettes régulières. Pour notre problème, le choix d'un découpage répond aux critères suivants :

- Minimiser le nombre de facettes nécessaires pour couvrir la sphère, de façon à réduire le temps de calcul.
- Minimiser la distance du point le plus éloigné du centre de la facette de manière à limiter les effets de projection sur le plan tangent.

Un découpage de la sphère satisfaisant ces critères a été proposé par Tegmark (1996). Il est obtenu par la projection d'une subdivision quasi-régulière des faces triangulaires de l'icosaèdre sur la sphère inscrite. Les facettes obtenues ont une forme hexagonale, la distance au centre de la face du point le plus éloigné est donc $d_{\text{max}} \approx \sqrt{\frac{2\pi}{3\sqrt{3}N_{\text{pix}}}}$ pour un nombre de faces N_{pix} . Si une arête de l'icosaèdre contient les centres de $2r$ faces, le nombre de faces total est : $N_{\text{pix}} = 40r(r-1) + 12$.

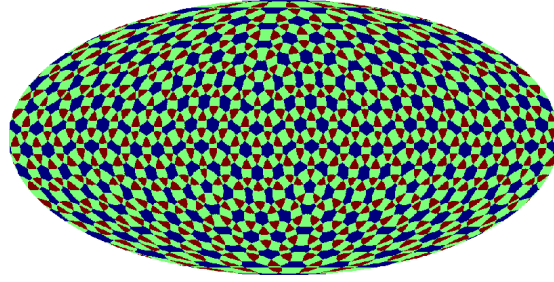


FIGURE 6.1 – Pavage de la sphère par des cartes circulaires de diamètre constant. Les zones bleues sont couvertes par 1 seule carte, les zones vertes par 2 et les zones rouges correspondent à l'intersection de 3 cartes.

Taille des faces

Le choix de la surface des faces résulte d'un compromis :

- Des faces d'extension réduite permettent une meilleure adaptation du filtre aux conditions locales du signal de fond $n(\xi)$. La déformation des données liée à la projection est également limitée.
- Des faces de grande extension permettent une meilleure estimation du spectre du signal de fond comme nous le verrons à la section 6.3.4.

L'utilisation d'un découpage régulier du ciel ne permet pas nécessairement de bénéficier de la flexibilité nécessaire pour obtenir le meilleur compromis. On pourrait, en effet, souhaiter fusionner les zones pour lesquelles le signal de fond a des propriétés similaires (zones dominées par l'émission galactique, zones bénéficiant d'une meilleure couverture, ...). On conserverait ainsi une bonne adaptation aux conditions locales, tout en diminuant le nombre de zones, et par conséquent le temps calcul. Ce type d'étude serait rendu plus aisé en travaillant dans le domaine espace-fréquence.

Recouvrement Le découpage du ciel que nous venons de décrire introduit des difficultés supplémentaires pour le traitement des sources situées aux bords des faces. Ces problèmes peuvent être contournés en laissant les cartes se recouvrir largement. Les sources détectées deux fois pourront être éliminées à l'étape de fusion des catalogues. Pour l'analyse des données PLANCK nous avons choisi de paver la sphère à l'aide de 492 cartes circulaires de 10 degrés de rayon. La redondance de ce pavage est illustrée sur la figure 6.1.

6.3.2 Projection sur un plan tangent

Effets de projection La projection des données sur le plan tangent est effectuée en utilisant la projection gnomonique. C'est une projection azimutale dont le point de perspective est situé au centre de la sphère. La distance au centre de la carte (point tangent) d'un point éloigné d'un angle α est donnée par $r = \tan(\alpha)$. La déformation d'une source située à un angle α du centre est de $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ dans la direction radiale et $\frac{1}{\cos \alpha}$ dans la direction transverse. Le rayon de nos cartes étant limité à 10 degrés, ces déformations restent inférieures à 1.5 et 3.1% respectivement, ce qui est suffisamment faible pour ne pas avoir d'impact sur la détection.

Effets de rééchantillonnage Les données sur la sphère sont représentées suivant un échantillonnage particulier. Le plus largement utilisé (et notamment par les expériences WMAP et PLANCK), est celui correspondant à la pixelisation HEALPix.

Le rééchantillonnage du signal sur la grille cartésienne du plan tangent nécessite une interpolation du signal. Cette opération peut théoriquement être réalisée de manière exacte pour un signal à bande limitée en fréquence. Ce n'est pas le cas de nos données qui contiennent du bruit haute fréquence. L'interpolation peut également se révéler coûteuse en temps de calcul. Nous avons donc opté pour

le schéma le plus simple, du plus proche voisin sur une grille cartésienne sur-échantillonnée. Cette opération n'est toutefois pas optimale car elle introduit des fluctuations à hautes fréquences qui modifient le spectre des données. Ces fluctuations seront toutefois largement éliminées par le filtrage adapté.

6.3.3 Filtre adapté dans l'espace de Fourier

La convolution avec le filtre adapté (voir section 6.1) s'écrit de façon simple dans l'espace de Fourier. On note \tilde{n} l'expansion dans l'espace de Fourier du signal de fond n . Le signal de fond étant modélisé comme un processus gaussien stationnaire, toute l'information est contenue dans son spectre de puissance $P_n(k)$ qui est tel que $\mathbf{E}(\tilde{n}(\mathbf{k})^* \tilde{n}(\mathbf{k}')) = P_n(k) \delta(|\mathbf{k} - \mathbf{k}'|)$, où l'on note x^* le complexe conjugué de x . On obtient :

$$W(\mathbf{k}) = \tilde{\theta}^*(\mathbf{k}) P_n(k)^{-1} \left(\int d\mathbf{k} \left| \tilde{\theta}(k) \right|^2 P_n(k)^{-1} \right)^{-1}. \quad (6.7)$$

Cette expression nécessite la connaissance de la transformée de Fourier de la réponse instrumentale $\tilde{\theta}$ (généralement mesurée) et du spectre de puissance P_n .

6.3.4 Estimation du spectre du fond de bruit

L'estimation du spectre du fond de bruit peut être obtenue de plusieurs façons :

- Modélisée. Le signal des fluctuations du CMB est un processus gaussien (ou pratiquement) stationnaire sur le ciel et son spectre de puissance est parfaitement défini. Ce n'est déjà pas le cas du bruit qui n'est pas homogène. On pourrait toutefois faire l'hypothèse d'un bruit homogène sur la taille de chaque plan tangent. Les avant-plans galactiques, en revanche, présentent une forte variabilité sur le ciel et la modélisation *a priori* de leur contribution au spectre de puissance du signal n'est pas aisée.
- Estimation paramétrique. Une telle estimation pourrait être fournie, par exemple, par une méthode de séparation de composantes telle que SMICA, appliquée localement sur le plan.
- Estimation non paramétrique, qui constitue la méthode la plus simple à mettre en œuvre et ne nécessite aucune modélisation du signal.

Une estimation non paramétrique du spectre de puissance est le spectre empirique qui peut être obtenu par la transformée de Fourier discrète :

$$P_n(k) = \frac{1}{w_k} \sum_{|\mathbf{k}|=k} |\tilde{n}(\mathbf{k})|^2. \quad (6.8)$$

Si nécessaire, on peut également utiliser la convolution du spectre empirique par un noyau pour obtenir une estimation plus lisse.

Le signal de fond peut être approximé en coupant toutes les sources ponctuelles apportant une contribution évidente au signal. Par exemple, en notant σ la déviation standard de x on peut former le masque w découpant des zones de la taille du lobe instrumental autour des points tels que $x > 5\sigma$, et faire l'approximation $P_n \approx \frac{1}{f_{\text{ciel}}} P_{wx}$ où f_{ciel} est la fraction du ciel non exclue par le masque. La contribution des sources restantes est généralement suffisamment faible pour être négligée. Si tel n'était pas le cas on pourrait éventuellement procéder de manière itérative en effectuant une première détection avec un filtre sous-optimal puis améliorer l'estimation du spectre en masquant les sources ainsi détectées. La figure 6.2 illustre l'estimation du spectre de puissance du signal sur une carte centrée à une latitude intermédiaire pour le canal à 100 GHz de PLANCK. Le cadre de droite présente la forme associée du filtre adapté dans l'espace réel.

6.3.5 Pipeline

La convolution du signal avec le filtre adapté produit une carte $\hat{A}(\xi)$. Si le fond était assimilable à un bruit gaussien, la valeur d'un pixel de cette carte correspondrait à l'estimée du maximum de vraisemblance de l'amplitude d'une source centrée sur le pixel. Le rapport de vraisemblance de la présence d'une source à cette position est alors donné, d'après l'équation (6.4), par $\Lambda =$

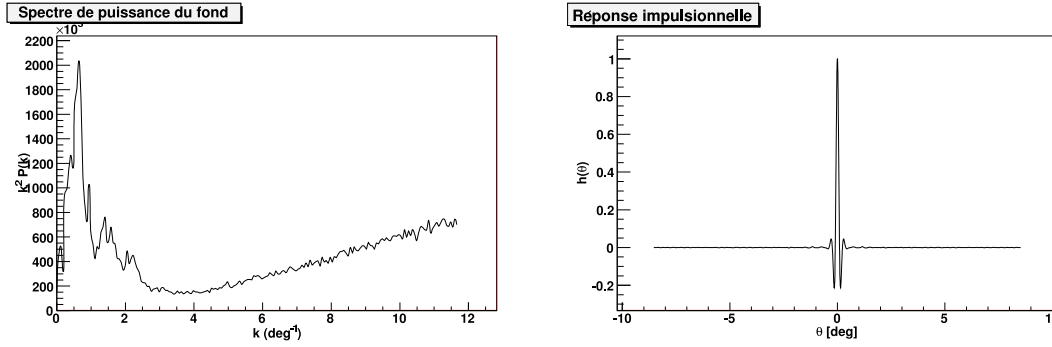


FIGURE 6.2 – Spectre empirique d’une carte de 16 degrés de côté (gauche) et forme spatiale du filtre associé. La carte a été obtenue par projection de données simulées du canal à 100 GHz de l’instrument PLANCK. La carte originale contient 10 sources détectables à plus de 5σ sans filtrage qui ont été masquées pour calculer le spectre. La largeur à mi-hauteur de la réponse instrumentale utilisée pour calculer le filtre est de 10 minutes d’arc.

$\hat{A}^2 \left(\int d\mathbf{k} |\tilde{\theta}(\mathbf{k})|^2 P(k)^{-1} \right)$. On remarque que le facteur de normalisation correspond à l’inverse de

la variance de la carte filtrée sous l’hypothèse nulle, on note donc $\sigma = \left(\int d\mathbf{k} |\tilde{\theta}(\mathbf{k})|^2 P(k)^{-1} \right)^{-1/2}$.

Le GLRT préconise de privilégier l’hypothèse de présence \mathcal{H}_s lorsque le rapport de vraisemblance excède une valeur critique c . De manière équivalente on peut appliquer le seuil $c' = \sqrt{c}\sigma$ à la carte filtrée.

On peut observer sur la partie droite de la figure 6.2 que la réponse impulsionnelle du filtre adapté contient des pics secondaires dont la hauteur est de l’ordre de 10%. La présence de sources très brillantes dans le signal peut donc conduire à des fausses détections lorsque les pics secondaires excèdent le seuil de détection. Pour contourner ce problème, on peut procéder de manière itérative en diminuant successivement le seuil de détection et en éliminant les sources excédant le seuil avant de procéder à un nouveau filtrage.

On note également que pour le cas particulier présenté en figure 6.2 la réponse du filtre est pratiquement nulle à une distance supérieure à un demi degré du centre. Ceci donne une idée de la distance à partir de laquelle deux sources notables seront confondues par l’algorithme. Cette distance dépend toutefois du signal de fond et, fortement, de la résolution instrumentale. Le problème de la confusion des sources n’est toutefois pas un problème majeur pour le pré-traitement des données en vue de l’extraction des composantes diffuses.

La fusion des catalogues obtenus sur les différentes cartes doit associer les sources détectées sur les zones qui se recouvrent. On associe donc les sources séparées d’une distance inférieure à celle du pixel, en conservant uniquement l’estimée disposant du meilleur niveau de signal sur bruit.

Pour le traitement des données PLANCK nous avons mis en place un pipeline comprenant deux étapes de détection, une première détection grossière à 20σ , et une seconde à 5σ :

1. Projection du ciel sur le pavage par les plans tangents.
2. Estimation du spectre local de chaque carte.
3. Application du filtre adapté sur chaque carte.
4. Détection des sources telles que $\hat{A} > 20\sigma$.
5. Fusion des catalogues ainsi obtenus sur l’ensemble des cartes.
6. Masquage des sources détectées.
7. Répétition des étapes 1, 2 et 3 sur les données masquées.
8. Détection des sources telles que $\hat{A} > 5\sigma$.
9. Fusion des catalogues ainsi obtenus sur l’ensemble des cartes.

Le catalogue final est issu de la fusion des catalogues à 20σ et 5σ .

Nous avons réalisé l’implémentation de l’ensemble de ces étapes en C++ de sorte que l’exécution de l’ensemble du traitement est rapide. À titre d’exemple, le filtrage et la détection des sources dans

TABLE 6.1 – Caractéristiques instrumentales supposées pour la réalisation d’un jeu de données fictif de l’instrument PLANCK (Leach *et al.*, 2008). La déviation standard du bruit dans un pixel de la carte (HEALPix nside=2048) est donnée par $\sigma = \sigma_0/\sqrt{N_{\text{obs}}}$. Le niveau de bruit équivalent d’un bruit blanc N_ℓ est calculé en tenant compte de la couverture inhomogène du ciel.

Canal	30 GHz	44 GHz	70 GHz	100 GHz	143 GHz	217 GHz	353 GHz	545 GHz	857 GHz
FWHM [°]	33	24	14	10	7.1	5	5	5	5
σ_0 [μK_{RJ}]	1030	1430	2380	1250	754	610	425	155	72
N_{obs} moyen	82	170	579	1010	2260	2010	2010	503	503
$N_\ell^{1/2}$ [μK_{CMB}]	0.066	0.065	0.063	0.028	0.015	0.023	0.068	0.62	28.4

une carte HEALPix à la résolution de PLANCK (nside = 2048) requiert quelques minutes de temps CPU, ce qui est comparable au temps nécessaire pour réaliser un filtrage non localisé dans l’espace des harmoniques sphériques.

6.3.6 Application aux données de PLANCK simulées

Dans le contexte de la préparation du traitement des données de l’expérience PLANCK, diverses méthodes de séparation de composantes ont été comparées sur un jeu de données simulées. Les résultats de cette comparaison ont été publiés dans Leach *et al.* (2008). Le pipeline présenté ci-dessus a été appliqué à ce jeu de données dans le but d’extraire un catalogue des sources ponctuelles et de produire un masque utilisable pour la séparation des composantes diffuses.

La simulation des données PLANCK a été réalisée en considérant les composantes suivantes pour le signal de température :

- Le rayonnement du fond diffus cosmologique, contraint par les observations de WMAP pour les échelles observées par cette expérience, et extrapolé à la résolution de PLANCK suivant le modèle de concordance.
- Les effets Sunyaev-Zel’dovich thermique et cinétique. Le catalogue d’amas simulé d’après Delabrouille *et al.* (2002) inclut les amas détectés par l’expérience ROSAT.
- L’émission galactique suivant un modèle à trois composantes, incluant l’émission synchrotron, le rayonnement de freinage et l’émission thermique de la poussière.
- Diverses populations de sources ponctuelles (radios-sources, sources infrarouges, fond diffus infrarouge et sources ponctuelles d’origine galactique).

Les simulations incluent également un nombre réduit d’effets instrumentaux : le bruit inhomogène et des lobes instrumentaux idéalisés. Les caractéristiques supposées pour l’instrument dans cette simulation sont résumées en table 6.1.

Performances du détecteur

La qualité du catalogue obtenu a pu être évaluée par association des sources détectées à celles du catalogue utilisé pour réaliser la simulation. L’association ou le rejet d’une détection est toutefois compliqué par la confusion des sources.

Comme présenté en section 2.2.1, la densité de sources d’une brillance donnée augmente lorsque la brillance diminue au point que les sources faibles forment un fond dont les fluctuations contribuent au signal. Néanmoins la contribution individuelle de ces sources n’est pas détectable, et l’on s’intéresse ici uniquement aux sources suffisamment brillantes pour être détectées. Il est également possible que plusieurs sources notables soient suffisamment proches pour que la résolution finie de l’instrument ne permette pas de distinguer séparément leur contribution. La confusion de plusieurs sources notables intervient principalement dans les canaux basses fréquences de PLANCK dont la résolution est réduite. Le bruit supplémentaire introduit par les fluctuations du fond des sources infrarouges sera important dans les canaux hautes fréquences.

Pour les besoins de la séparation de composantes diffuses, le problème causé par la confusion des sources est moindre car seule compte la contribution totale des sources ponctuelles au signal. Dans la suite on adoptera donc la convention suivante pour qualifier une détection de bonne : on mesure l’écart entre la valeur du flux mesuré et la somme des contributions des sources notables (≥ 200 mJy) contenues dans un rayon de 5 minutes d’arc autour de la détection. Si cet écart est compatible (à 3σ) avec l’erreur prédite par l’algorithme la détection est considérée comme valide.

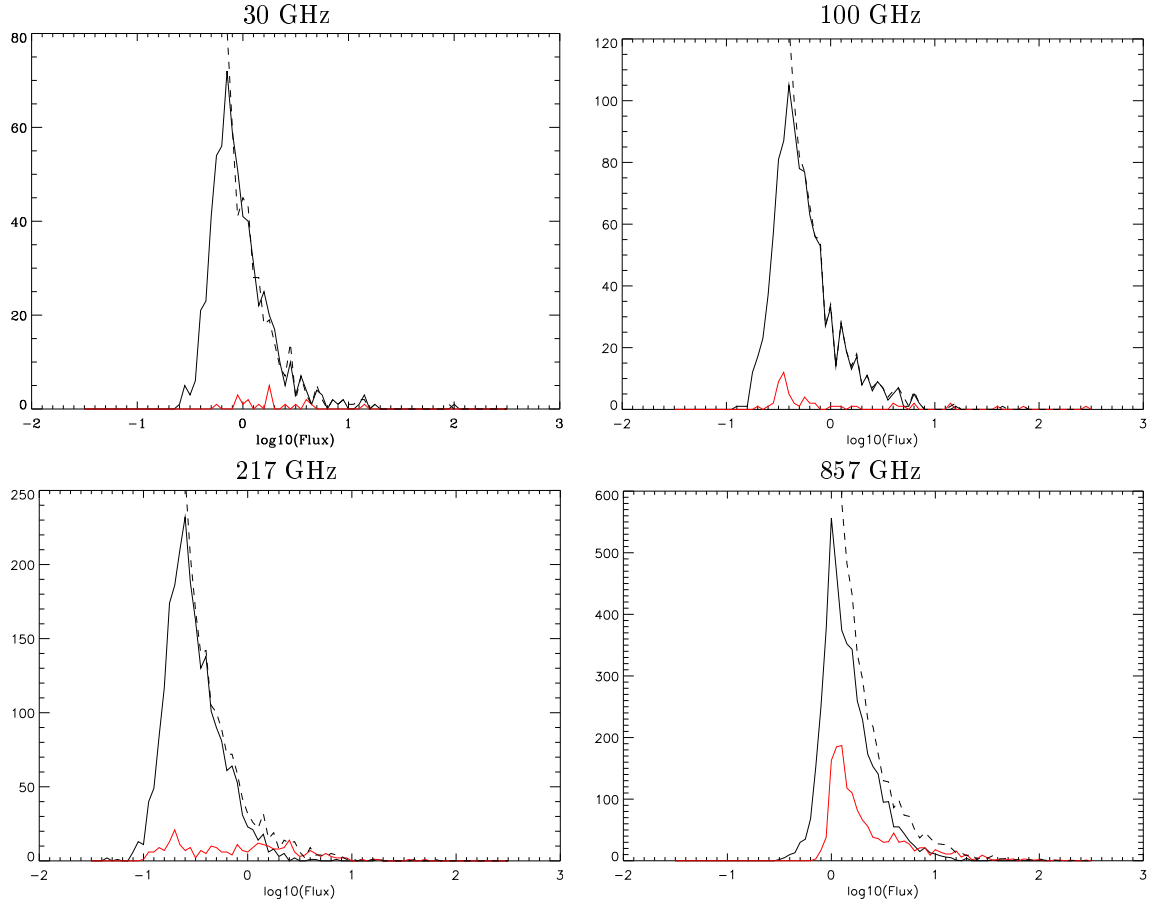


FIGURE 6.3 – Histogramme des sources détectées et correctement associées (courbe noire) et des fausses détections (courbe rouge) dans 4 canaux PLANCK. La courbe en trait discontinu est l'histogramme des sources du catalogue d'entrée des simulations. La différence entre cette courbe et la courbe noire illustre la complétude du catalogue reconstruit. Ces résultats sont obtenus en dehors du masque présenté en Figure 6.4, coupant l'essentiel de l'émission galactique ($f_{\text{ciel}} = 0.85$). La résolution de l'histogramme est telle que $\Delta F/F = 0.05$.

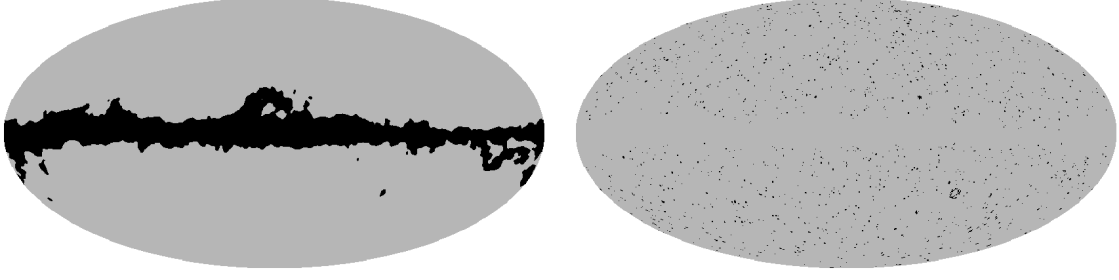


FIGURE 6.4 – Masque de l’émission galactique (gauche) et des sources ponctuelles (droite). Le masque galactique est utilisé pour la séparation des composantes diffuses et l’évaluation du catalogue de sources ponctuelles. En dehors du masque galactique, le catalogue des sources ponctuelles a permis d’établir le masque de droite. Les sources dont la contribution essentielle se situe dans l’infrarouge sans contrepartie radio ont été masquées en supposant un lobe instrumental correspondant aux canaux hautes fréquences (5’), les sources radio sont masquées pour un lobe de 30’ correspondant aux canaux basses fréquences.

TABLE 6.2 – Performances des algorithmes de détection de sources ponctuelles sur les données PLANCK (Leach *et al.*, 2008). MF correspond à la méthode présentée dans ce chapitre et MHW2 désigne la méthode décrite dans González-Nuevo *et al.* (2006). Les chiffres présentés sont obtenus pour un niveau de contamination de 5%.

Méthode		30 GHz	44 GHz	70 GHz	100 GHz	143 GHz	217 GHz	353 GHz	545 GHz	857 GHz
MF	Sensibilité (mJy)	420	430	360	220	130	100	190	890	2490
	Détections	655	591	623	1103	2264	2597	1994	1200	1132
MHW2	Sensibilité (mJy)	395	450	380	250	140	120	230	430	2160
	Détections	762	621	599	1065	2072	2203	1650	1832	1259

La figure 6.3 illustre les résultats obtenus dans les canaux à 30, 100 et 857 GHz hors du masque d’analyse visible sur la figure 6.4. Ce masque couvre 15% du ciel et a été obtenu en appliquant un seuil sur les canaux à 30 et 857 GHz, représentatifs respectivement de l’émission du synchrotron et des poussières.

La nette dégradation des performances de l’algorithme dans les canaux hautes fréquences est imputable à deux phénomènes :

- La contribution des fluctuations du fond de sources infrarouges.
- La contribution à petite échelle des nuages de poussières (cirrus).

Une autre méthode de détection, basée sur l’utilisation d’ondelettes sur la sphère (nommée Mexican Hat Wavelets et abrégé en MHW) a été appliquée à ce jeu de données. Cette méthode est présentée en détail dans González-Nuevo *et al.* (2006).

Les niveaux de sensibilité des deux méthodes ont été ajustés pour produire des catalogues comparables à un taux de contamination identique de 5% hors du masque d’analyse. La performance de la méthode est alors caractérisée par le nombre de sources détectées. Les chiffres obtenus sont présentés en table 6.2 en terme de sensibilité de la méthode (flux minimal des sources détectées) et de nombre de sources détectées. Dans les canaux intermédiaires (entre 70 et 353 GHz) notre pipeline a une sensibilité plus grande que la méthode basée sur l’ondelette MHW. Ces canaux correspondent aux fréquences où la contribution des avant-plans galactiques est moindre. L’hypothèse d’homogénéité et de gaussianité du signal de fond n , sous laquelle le GLRT correspond au filtre adapté, y est donc mieux vérifiée. Les performances de l’algorithme sont en revanche moins bonnes lorsque les avant-plans contribuent fortement au signal. Ceci montre une meilleure adaptation aux conditions locales du signal de la méthode basée sur les ondelettes. Il est en effet visible sur la figure 6.5 que la variation des avant-plans reste importante à l’échelle de localisation de notre méthode.

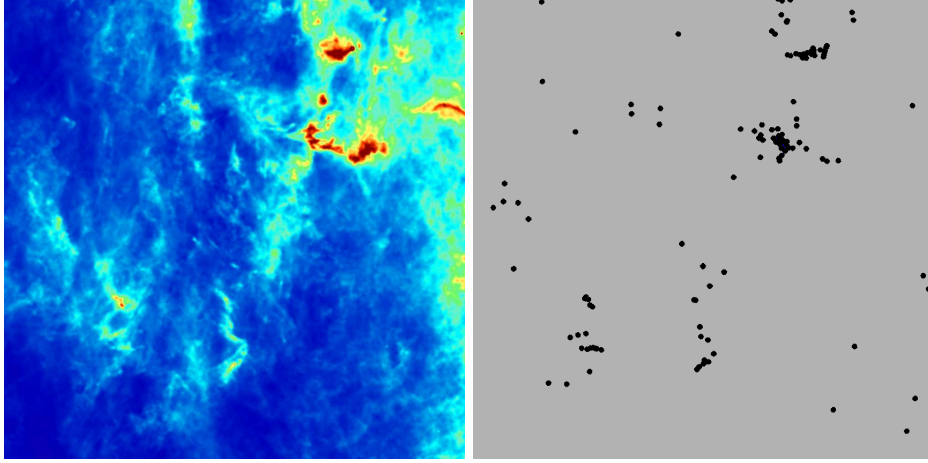


FIGURE 6.5 – Variations de l'intensité de l'émission thermique de la poussière à l'échelle d'une carte de 20 degrés et distribution des fausses détections de l'algorithme sur la même zone dans le canal à 857 GHz. La forte variation de l'intensité de la poussière sur cette zone conduit à une sous-estimation du niveau de contamination dans certaines régions de la carte. Les nuages de poussières ont par ailleurs des fluctuations à l'échelle des sources ponctuelles qui ne sont pas rejetées par le filtre.

Performances de l'estimateur

L'application du filtre adapté fournit une estimation du flux correspondant au maximum de vraisemblance. Sous réserve que le modèle soit représentatif des données, la variance de l'estimateur (6.4) est donnée par :

$$\sigma_A^{-2} = \theta^\dagger R^{-1} \theta, \quad (6.9)$$

soit pour notre filtre adapté dans l'espace de Fourier :

$$\sigma_A^2 = \left(\int d\mathbf{k} \left| \tilde{\theta}(k) \right|^2 P_n(k)^{-1} \right)^{-1}. \quad (6.10)$$

En pratique, notre estimateur n'atteint pas cette limite, écrite dans le cas continu, en raison de l'échantillonnage des données. En effet, la valeur d'un pixel d'une carte filtrée par le filtre adapté contient l'amplitude maximisant la vraisemblance du modèle sous l'hypothèse de présence d'une source *centrée sur ce pixel*. Le centre de la source réelle ne correspondant en général pas au centre d'un pixel, l'amplitude de la source sera sous-estimée, ce qui introduit un biais et augmente l'erreur quadratique moyenne de l'estimateur. Notons de plus que cette erreur est proportionnelle à l'amplitude de la source, et domine très largement l'erreur liée au bruit pour les sources fortes. De même, la précision à laquelle les coordonnées d'une source forte peuvent être reconstruites est essentiellement limitée par la finesse de la pixelisation, ce qui est en général largement sous-optimal.

Ces limitations, si elles n'affectent que faiblement les performances de détection de l'algorithme,¹ rendent ce schéma peu utilisable pour des besoins d'estimation fine de la position et du flux des sources (par exemple en vue d'une exploitation scientifique du catalogue, ou de la soustraction précise de la contribution de la source). Bien qu'il soit possible de diminuer ces effets en augmentant la finesse de l'échantillonnage des données, il sera en pratique bien plus efficace de procéder pour chaque source à un ajustement local de ses paramètres. Cette technique est présentée en section 6.4.1, et permet de s'affranchir simplement des limitations de notre algorithme de détection pour des besoins d'estimation.

1. L'erreur liée au bruit domine largement pour les sources dont le flux est à la limite de détection.

6.4 Sources ponctuelles et séparation de composantes

La contribution des sources ponctuelles étant très localisée dans l'espace réel, elle est particulièrement mal représentée dans l'espace des harmoniques sphériques où la puissance est diluée sur l'ensemble des coefficients. En conséquence, les sources ponctuelles sont très difficiles à soustraire par un filtrage implémenté dans le domaine spectral. Leur contribution aux statistiques spectrales constitue un bruit corrélé entre tous les capteurs particulièrement gênant pour les méthodes de séparation de composantes comme SMICA.

Ces considérations restent vraies dans une moindre mesure pour des méthodes localisées, par exemple dans l'espace des needlets (Delabrouille *et al.*, 2009). La présence d'une source dégrade l'estimation des statistiques locales, et sa soustraction se fait au détriment de la suppression des autres composantes parasites.

Dans cette section, nous proposons une méthode pour réduire la contribution des sources ponctuelles, et évaluons son impact sur l'extraction du CMB.

6.4.1 Soustraction des sources ponctuelles

La précision de la position des sources détectées par la méthode présentée dans la section précédente, est limitée par la taille du pixel. Cette précision est insuffisante pour soustraire la source identifiée des données initiales. Il est en revanche, tout à fait envisageable d'ajuster les paramètres de la forme à soustraire, en minimisant la puissance résiduelle après soustraction. Ceci permet également, pour les sources suffisamment brillantes, d'obtenir un positionnement avec une précision meilleure que la taille du pixel, et, dans le cas général, de réduire la contribution de la source à une fraction de la puissance du bruit.

Nous modélisons donc la contribution d'une source ponctuelle au signal comme l'approximation du lobe instrumental par une forme gaussienne² de largeur à mi-hauteur h_{lobe} :

$$\theta(\xi; \xi_0, A) = A \exp\left(\frac{\xi \cdot \xi_0 - 1}{\sigma_{\text{lobe}}^2}\right) \quad (6.11)$$

avec $\sigma_{\text{lobe}} = h_{\text{lobe}}/\sqrt{8 \ln 2}$. Dans une petite zone autour de la source contenant N_i pixels, le signal de fond peut-être correctement modélisé par un bruit iid gaussien de moyenne b et de variance σ^2 : $n(\xi) \sim \mathcal{N}(b, \sigma^2)$.

Pour ce modèle, les paramètres correspondants au maximum de vraisemblance, sont estimés par la méthode des moindres carrés en minimisant la quantité :

$$\chi^2(\xi_0, A, b) = \sum_i^{N_i} \left(\frac{x(\xi_i) - b - \theta(\xi_i; \xi_0, A)}{\sigma} \right)^2. \quad (6.12)$$

À son minimum, cette statistique devrait être approximativement distribuée suivant une loi de χ^2 à ν degrés de liberté, où, pour un nombre de paramètres N_{par} égal à 3 dans notre cas, $\nu = N_i - N_{\text{par}}$. Ainsi une valeur $\chi^2 \gg \nu$ sera révélatrice d'un mauvais ajustement du modèle aux données. Les causes possibles d'un tel échec sont multiples :

- La source peut être, en réalité, légèrement étendue et sa contribution ne peut être modélisée comme proposée ci-dessus.
- Le signal de fond ne peut pas être modélisé par un bruit gaussien indépendant, identiquement distribué (iid), par exemple en raison de la contribution à l'échelle de la source, de fluctuations d'origine galactique.
- Pour les sources identifiées avec un fort signal sur bruit, les écarts de la réponse instrumentale au modèle axisymétrique gaussien, peuvent être significatifs.

Une fois les paramètres ajustés, le modèle de la source peut être soustrait des données. Lorsque la qualité de l'ajustement n'est pas satisfaisante, le résidu de la soustraction est généralement trop important. On préfère alors masquer la source.

2. La forme est gaussienne pour $2 \sin(\theta/2)$ plutôt que θ suivant Challinor *et al.* (2000). Pour $\theta \ll 1$, les deux formes sont pratiquement confondues, la première présente néanmoins l'avantage d'être intégrable analytiquement sur la sphère, et d'être plus rapide à calculer numériquement.

6.4.2 Masquage des sources étendues

Les sources n'ayant pu être soustraites doivent être masquées. La taille de la région à exclure dépend de l'intensité de la source, de la largeur du lobe instrumental et, dans une moindre mesure pour des sources qui apparaissent comme quasi-ponctuelles, de l'extension de la source.

On souhaitera généralement exclure une région pour laquelle la contribution de la source excède une certaine fraction n_σ de la contribution du bruit. En supposant toujours une décroissance exponentielle du lobe, le rayon de la région à exclure est donné approximativement par :

$$r_m \approx \frac{h_{\text{lobe}}}{2} \sqrt{\frac{\ln(A/(n_\sigma \sigma))}{\ln 2}}. \quad (6.13)$$

La constellation du signal par un grand nombre de trous a toutefois un effet indésirable sur ses statistiques spectrales. Le signal étant largement dominé par les basses fréquences, l'introduction de coupures franches est à l'origine d'un transfert important de puissance vers les hautes fréquences angulaires.

L'effet de la multiplication par un masque d'un processus stationnaire sur le ciel se traduit statistiquement sur son spectre de puissance empirique \hat{C}_ℓ par :

$$\mathbf{E}(\hat{C}_\ell) = \sum_{\ell'} M_{\ell\ell'} C_\ell \quad (6.14)$$

où la matrice de mélange des modes est fonction du masque (Hivon *et al.*, 2002). L'inversion de cette matrice permet de corriger statistiquement l'effet du masque pour une carte de CMB, mais est peu adaptée à la correction des statistiques des cartes d'entrées pour lesquelles le signal n'est ni gaussien ni stationnaire.

Cependant, le principal effet étant lié à la création d'une discontinuité dans le signal, les effets du masque peuvent être limités en interpolant le signal dans les trous. Quelques méthodes ont été proposées pour résoudre le problème de l'interpolation des données manquantes (inpainting en anglais) pour le CMB (Inoue *et al.*, 2008; Abrial *et al.*, 2008).

Nous proposons ici une méthode d'interpolation à minima. Bien qu'elle ne puisse pas convenir à la plupart des problèmes de données manquantes, elle est motivée par les considérations suivantes :

- Le signal est dominé par les basses fréquences.
- La taille des zones manquantes est faible devant ces échelles dominantes.

En conséquence l'essentiel de l'effet à corriger provient de l'introduction de discontinuités dans le signal basse fréquence et ces basses fréquences doivent pouvoir être restaurées simplement par interpolation sur les petites zones manquantes. On se propose donc de prolonger le signal sur la frontière Γ de la zone manquante Ω , de façon lisse à l'intérieur de la zone. Formellement, le problème à résoudre s'écrit en notant x le signal connu et \hat{x} la solution interpolée :

$$\begin{aligned} \forall \xi \in \Omega, \quad \Delta \hat{x}(\xi) &= 0 \\ \forall \xi \in \Gamma, \quad \hat{x}(\xi) &= x(\xi) \end{aligned}$$

où Δ désigne le laplacien sur la sphère. Numériquement, ce problème est simple à résoudre et correspond à la solution stationnaire de l'équation de la chaleur $\frac{\partial \hat{x}(\xi, t)}{\partial t} = \Delta \hat{x}(\xi, t)$, sans terme source. Intuitivement, on conçoit donc que la solution de ce problème prolonge bien le signal de façon continue. C'est toutefois, *a priori*, sa seule propriété.

En exploitant la propriété hiérarchique des cartes HEALPix (passage aisé d'une résolution à une autre), il est également possible d'accélérer la convergence de l'algorithme en effectuant une résolution multi-échelles du problème. Nous avons donc pu réaliser une implémentation³ très efficace de la résolution de ce problème pour les cartes HEALPix.

La figure 6.6 illustre l'application de cette méthode sur un cas représentatif. On applique un masque de 1000 sources ponctuelles d'un rayon de 30 minutes d'arc, réparties aléatoirement sur le ciel, à une carte simulée de l'observation du canal PLANCK à 30 GHz. On présente les spectres de puissance empiriques de la carte originale, de la carte masquée (corrigé du facteur f_{ciel}), de la carte

3. Le code d'interpolation, sous license GPLv3 est disponible à l'adresse <http://www.apc.univ-paris7.fr/~betoule/doku.php?id=fr:software>

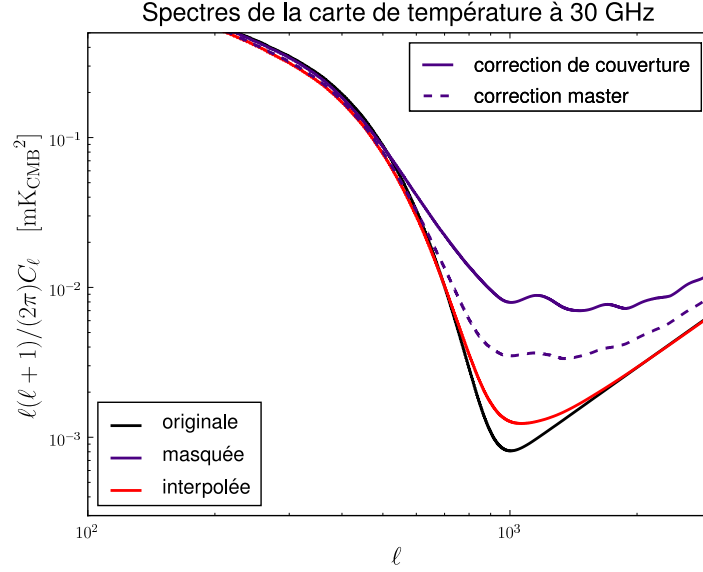


FIGURE 6.6 – Effets d’un masque de 1000 sources, d’un diamètre de 30 minutes d’arc, réparties aléatoirement sur le ciel, sur la carte d’observation du canal 30 GHz de PLANCK.

interpolée et, pour comparaison, le spectre de la carte masquée corrigé par l’inversion de la matrice de mélange des modes. On peut vérifier que l’interpolation du signal élimine l’essentiel du transfert de puissance à hautes fréquences et permet de restaurer la statistique originale.

Cette interpolation a minima constitue une alternative pour le calcul des statistiques spectrales sur les données manquantes pour un coût de calcul très réduit. Un traitement plus abouti des données pourra bien sûr faire appel à des méthodes d’interpolation plus avancées.

6.4.3 Application aux données WMAP

Cette démarche de pré-traitement des données en vue de la séparation de composantes a été appliquée dans le cadre de l’extraction d’une carte du fond diffus cosmologique (Delabrouille *et al.*, 2009) à partir des données 5 ans de l’expérience WMAP. Cette carte est basée sur l’application du filtre ILC dans l’espace des needlets.

Les sources ponctuelles détectées à plus de $5\text{-}\sigma$ hors du plan galactique dans les données WMAP ont fait l’objet d’un ajustement par un lobe gaussien pour établir le catalogue de référence (Hinshaw *et al.*, 2007). Nous avons utilisé les données de ce catalogue, ainsi que l’ajustement des lobes des différents canaux de l’instrument par un lobe gaussien axisymétrique (Page *et al.*, 2003, table 5) pour soustraire les sources. Cette opération est illustrée visuellement sur la source GB6 J055+3948 sur la figure 6.7.

Cette soustraction est toutefois restreinte aux sources présentes dans le catalogue, qui n’inclut pas les sources proches du plan galactique. La méthode de séparation de composantes étant localisée dans l’espace réel par l’application du filtre sur les coefficients de needlets, la présence de sources galactiques ne devrait affecter le traitement que marginalement hors du plan galactique. Toutefois certaines régions d’émission galactique sont trop brillantes et dépassent les capacités de réjection des needlets (de l’ordre de 10^{-3} pour les needlets utilisées), affectant la solution même loin du centre de la source, tout en dégradant le résultat de la séparation de composantes dans le plan galactique. Ces régions représentant par ailleurs une fraction minime du ciel (au maximum 0.058% du ciel dans la bande K), ont donc été masquées dans toutes les cartes d’observation utilisées pour reconstruire la carte des fluctuations du CMB (ie. les 5 canaux WMAP, et la carte de référence IRIS). La table 6.3 donne la liste des régions masquées et leur principales caractéristiques.

Dans l’objectif de réduire la pollution sur les coefficients de needlets, induite par les bords francs du masque, ces régions ont été remplacées par l’interpolation décrite plus haut (Sec. 6.4.2). De

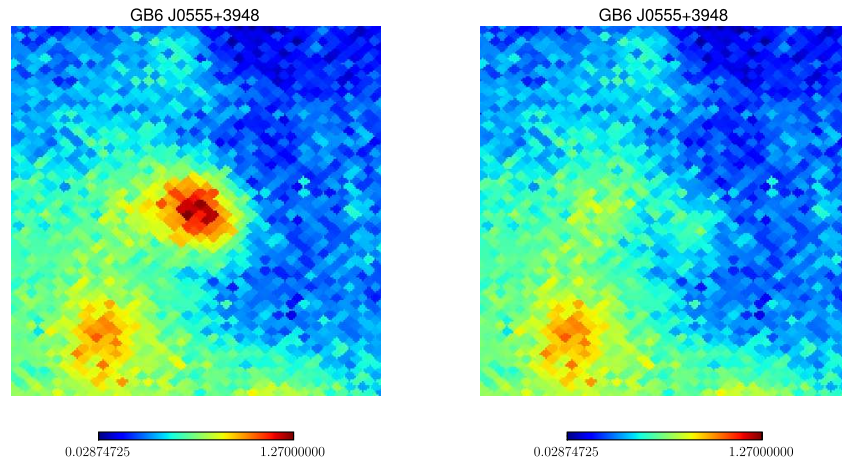


FIGURE 6.7 – Soustraction dans le canal K, de la source GB6 J0555+3948 détectée par WMAP.

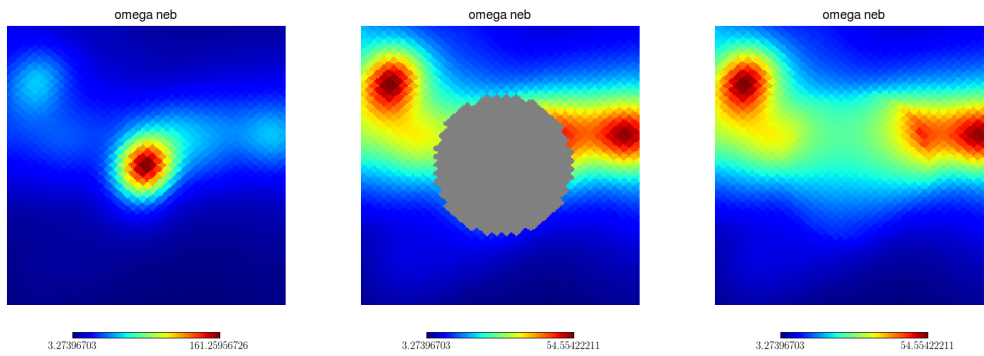


FIGURE 6.8 – Masquage et interpolation de la région HII Omega Nebula dans le canal K.

TABLE 6.3 – Liste des régions étendues masquées lors du pré-traitement des données WMAP. Les régions coupées sont des disques centrés sur les positions données, de rayons respectifs 75, 55, 45, 45, 34 et 35 arcminutes pour les canaux K, Ka, Q, V, W et IRIS 100 μ m. Le signal sur les bords a ensuite été extrapolé à l'intérieur des régions pour limiter les effets du masques.

Nom	Coordonnées galactiques	Type
Crab neb	184.5575 -05.7843	SNR
sgR A	000.064 +00.147	Radio-Source
sgR B	000.599 +00.002	Radio-Source
sgR C	359.4288 -00.0898	Région HII
sgR D	001.131 -00.106	Nuage moléculaire
Orion A	209.0137 -19.3816	Région HII
Orion B	206.5345 -16.3539	Nuage moléculaire
Omega neb	015.051 -00.674	Région HII
Cen A	309.5159 +19.4173	QSO
Cas A	111.735 -02.130	SNR
Carina neb	287.6099 -00.8542	Région HII

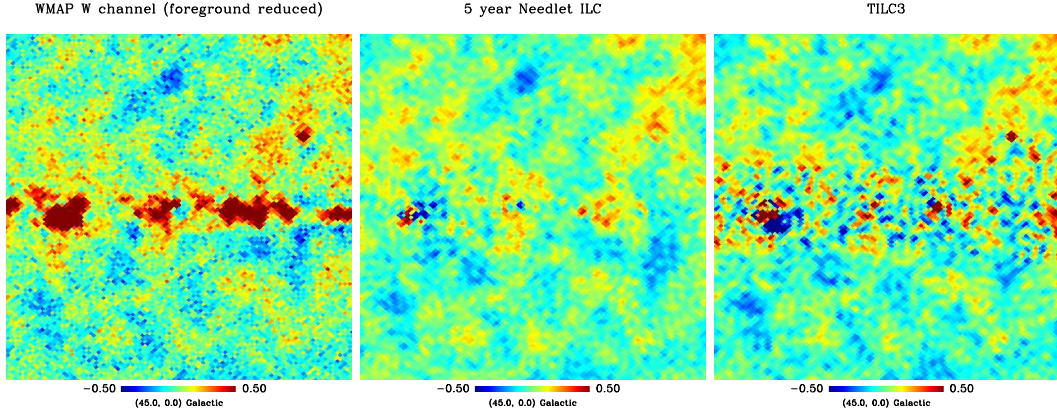


FIGURE 6.9 – Cartes du fond diffus cosmologique reconstruites à partir des données WMAP 3 ans. A gauche, la carte du canal W nettoyée des avant plans, fournie par l’équipe WMAP (Hinshaw *et al.*, 2007). Au centre, la carte ILC obtenue par notre méthode ILC needlet, après soustraction, masquage et interpolation des sources fortes. A droite, la carte ILC produite par Tegmark *et al.* (2003). Ces cartes sont centrées sur le plan galactique, à 45° de longitude.

cette manière, les fluctuations d’échelle supérieure à la taille du trou sont reconstruites avec plus de précision. Cette opération est illustrée visuellement dans la région de la nébuleuse Oméga sur la figure 6.8.

Bien que ces choix (masquage, interpolation) n’aient aucune raison d’être optimaux, ils constituent un moyen efficace de réduire l’impact des sources les plus brillantes sur leur voisinage. La reconstruction du signal d’intérêt (ici le fond diffus cosmologique) dans ces zones masquées est rendue possible, à la fois par l’interpolation des cartes d’entrées (limitant les discontinuités), et l’analyse/synthèse dans l’espace des needlets.

La figure 6.9 compare les résultats de la méthode needlets à deux autres méthodes d’extraction du fond diffus cosmologique, dans le plan galactique. La contamination est visiblement plus faible pour notre méthode. La carte de CMB obtenue montre également une contamination notablement plus faible, à petite échelle, que celle obtenue par le même filtrage appliqué dans l’espace des harmoniques sphériques par Tegmark *et al.* (2003), sans soustraction des sources ponctuelles. On interprète ces améliorations comme provenant à la fois de la localisation de la méthode, et du pré-traitement. Ce dernier diminue la contamination résiduelle due aux sources dans la carte finale, tout en déchargeant le filtre ILC de la nécessité d’éliminer le signal des sources fortes, au profit de l’élimination des autres contaminations (bruit et galaxie).

L’impact du pré-traitement est toutefois difficile à évaluer quantitativement sur les données réelles. La section suivante illustre le même procédé sur des simulations réalistes de l’expérience PLANCK.

6.4.4 Application à PLANCK

La méthode de séparation de composantes décrite dans Delabrouille *et al.* (2009) a été appliquée à un jeu de données PLANCK simulées (nommé FFP2), en incluant toutes les étapes du traitement des données (génération de TOIs puis reconstruction de cartes), et donc plus réalistes que celles présentées à la section précédente au regard des effets instrumentaux. La simulation des émissions astrophysiques a été réalisée en utilisant la version 1.6.3 du PSM.

Connaissant la carte de CMB $x(\xi)$ utilisée en entrée des simulations, il est possible d’obtenir le résidu $r(\xi)$ de la carte de fond diffus cosmologique retrouvée $\hat{x}(\xi)$: $r = \hat{x} - x$. La figure 6.11 présente les spectres du résidu obtenu pour 3 pipelines différents. Le premier (cyan) n’inclut pas de pré-traitement des sources ponctuelles. Pour le second (bleu foncé), les sources détectées à plus de 5σ par la méthode décrite en section 6.3 ont été masquées en entrée du pipeline. Le dernier (rouge) inclut un pré-traitement réalisé par le pipeline suivant :

1. Détection des sources ponctuelles par la méthode présentée en 6.3.6.

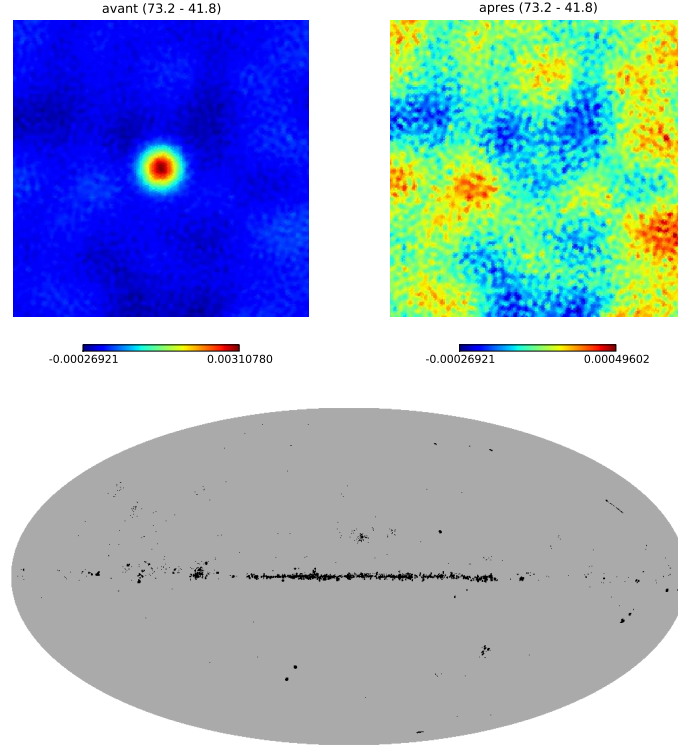


FIGURE 6.10 – Illustration du traitement des sources ponctuelles sur les données PLANCK simulées. Les sources correctement modélisées par un lobe gaussien sont soustraites des données (haut). Les autres sont masquées par un masque excluant 0.8% du ciel (bas).

TABLE 6.4 – Nombre de sources détectées et soustraites dans chaque canal PLANCK avant de décomposer le signal dans l’espace des needlets et d’appliquer le filtre ILC.

Canal	30 GHz	44 GHz	70 GHz	100 GHz	143 GHz	217 GHz	353 GHz	545 GHz	857 GHz
Nombre	1125	1187	1760	2130	2417	2248	1875	1966	2619

2. Ajustement de gaussiennes sur les sources détectées comme décrit en 6.4.1.
3. Masquage des sources pour lesquelles l’ajustement n’est pas suffisamment bon $\chi^2/\nu > 10$.
4. Soustraction des autres sources.
5. Interpolation du signal dans le masque de sources ponctuelles.

Le nombre de sources soustraites de façon satisfaisante dans chaque capteur est reporté en table 6.4. Le masque des sources détectées pour lesquelles l’ajustement n’est pas satisfaisant est présenté en Figure 6.10. Ce masque couvre un peu moins de 0.8% du ciel ($f_{\text{ciel}} = 0.9925$). L’essentiel des sources pour lesquelles l’ajustement échoue appartient au plan galactique ou à des régions d’émission complexe (LMC, Orion ...).

Les spectres sont évalués d’une part en appliquant le masque des sources ponctuelles à plus de 5σ au résidu (courbes pleines) et d’autre part sur la totalité du ciel (courbes discontinues). On observe un gain considérable (d’un ordre de grandeur pour $\ell = 1500$) sur le résidu des cartes incluant la totalité du ciel. En dehors du masque on observe également un gain significatif (proche d’un facteur 2 aux échelles intermédiaires $100 < \ell < 1000$) par rapport au pipeline classique utilisant un masque. Ceci traduit la meilleure estimation des statistiques et le meilleur comportement du filtre ILC sur une carte sans discontinuité.

Les résultats dans l’espace pixel pour les pipelines sans pré-traitement et avec soustraction préalable des sources sont illustrés sur la figure 6.12. En l’absence de pré-traitement, le résidu visible dans une région propre du ciel est nettement dominé par la mauvaise soustraction de sources ponctuelles détectables d’amplitude faible ou moyenne. La soustraction préalable des sources détectées et correctement ajustées améliore la reconstruction du CMB à la position de ces sources. Dans la majorité

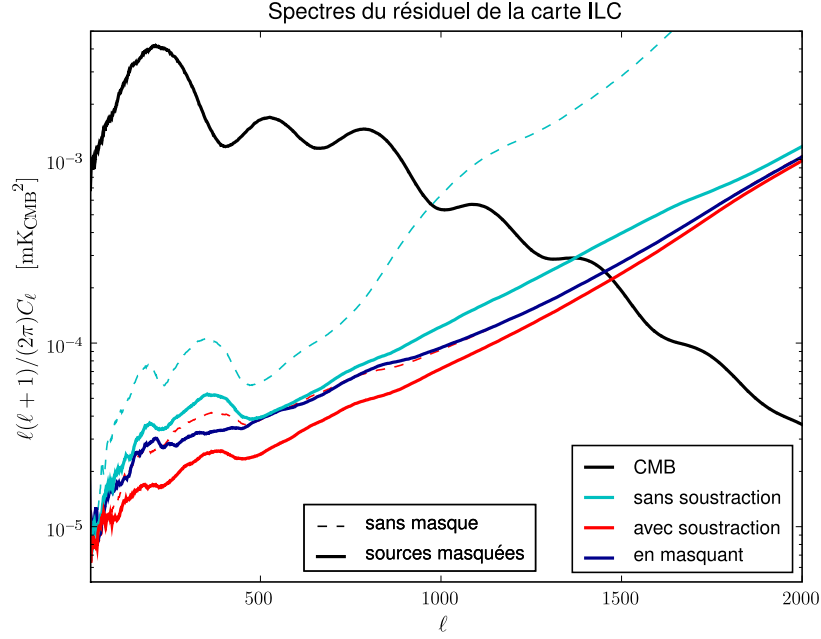


FIGURE 6.11 – Influence du traitement des sources ponctuelles sur le spectre du résidu de la séparation de composantes diffuses. Dans chaque cas, la carte de CMB utilisée dans les simulations est soustraite de la carte de CMB reconstruite par filtrage ILC des données PLANCK simulées (simulations FFP2). Le spectre de la carte de résidu ainsi formée est calculé sur la totalité du ciel (traits pointillés) puis en masquant les zones correspondant aux sources ponctuelles (traits pleins). D’un cas à l’autre, seul varie le pré-traitement des sources ponctuelles dans les données.

des cas, le résidu ne montre plus d’artefact distinguable du bruit à ces positions. Par ailleurs, les résidus sur la totalité du ciel montrent que dans plusieurs régions relativement étendues, l’erreur de reconstruction est bien plus élevée en l’absence de traitement préalable des sources ponctuelles. Cela est dû à la présence d’une source forte, dont la contribution aux statistiques locales est suffisamment significative pour altérer l’estimation du filtre ILC sur la région. Le filtrage réalise alors un compromis pour atténuer la contamination liée à la source ce qui se fait au détriment du filtrage des autres sources de contamination, bruit et émissions diffuses. Au contraire, le traitement préalable des sources par masquage ou soustraction, permet de rétablir un filtre adapté à la contamination diffuse sur l’ensemble du ciel. Bien que cet effet ne soit visible à l’œil que dans des régions contenant une ou plusieurs sources fortes, il faut noter que la soustraction des sources améliore de manière générale le filtrage des autres contaminations sur l’ensemble du ciel comme on a pu le noter en calculant les spectres des résidus masqués (Fig. 6.11). De façon visible, la contamination dans le plan galactique est ainsi atténuée, de même que les stries liées au bruit basse fréquence de l’instrument.

Signalons par ailleurs que le filtrage ILC dans le domaine needlet s’accommode mieux de la contamination des sources ponctuelles que son application classique dans le domaine des harmoniques sphériques (Tegmark *et al.*, 2003). La détérioration du filtrage due à une source ponctuelle reste cantonnée à la région autour de la source alors qu’elle affecterait la totalité du ciel pour un filtrage en harmoniques sphériques.

Pour conclure, rappelons que les résultats obtenus ici ne sont probablement pas représentatifs de ceux qui pourront être obtenus par PLANCK pour plusieurs raisons :

- Les cartes produites par la méthode ILC souffrent de limitations corrigées par des méthodes plus complexes (telles que SMICA).
- Ces produits sont le résultat de simulations ayant pour but de tester la chaîne de traitement et non de produire une estimation réaliste des futures données.

Toutefois, ils illustrent l’importance relative du traitement des sources ponctuelles. La méthode ILC, avec un modèle sous-jacent des observations dépourvu de paramètres et extrêmement générique, se

prête bien à une évaluation qualitative d'un gain lié, comme ici, à un pré-traitement des données.

6.5 Perspectives

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode pour la détection et le traitement des sources ponctuelles et montré que ce traitement est susceptible d'améliorer notablement la reconstruction des composantes diffuses. Réciproquement, il est prévisible que la détection des sources ponctuelles bénéficierait d'une séparation des composantes diffuses. Par exemple, à haute latitude galactique dans les données de l'instrument LFI, le CMB constituera la première contribution au signal de fond limitant les possibilités de détection des sources les plus faibles. Une façon très simple de réduire cette contamination consisterait à soustraire le signal du CMB estimé par l'instrument HFI. De manière plus complète, il est possible d'imaginer un traitement prenant en compte les deux types de contamination, par exemple en améliorant successivement l'estimation des sources ponctuelles et des composantes diffuses de manière itérative. Un tel traitement reste toutefois à mettre en place.

Par ailleurs, la méthode présentée ici souffre des insuffisances du schéma de localisation par projection sur des plans tangents. Bien que chacun des problèmes posés puisse être contourné, nous pensons qu'une manière élégante et efficace de les résoudre serait de mettre à profit les propriétés de localisation des needlets pour réaliser une détection directement sur la sphère. Nous avons donc développé une méthode réalisant l'équivalent d'un filtrage adapté sur les coefficients de needlets et l'avons appliquée à la détection des amas par effet Sunyaev-Zel'dovich. Les résultats de cette étude ne sont toutefois pas suffisamment aboutis pour faire l'objet d'une présentation dans ce manuscrit.

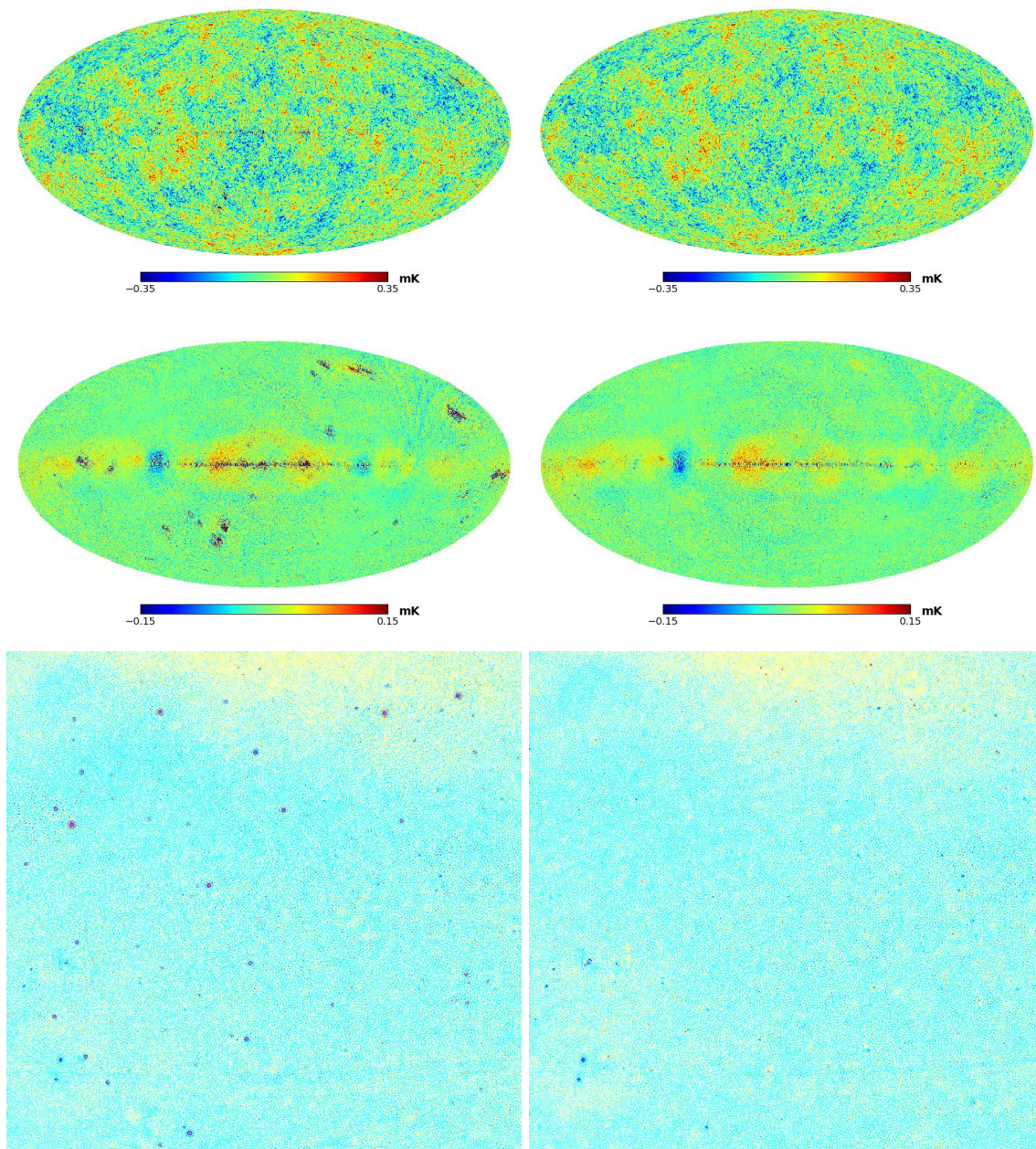


FIGURE 6.12 – Résultats de la reconstruction du CMB par filtrage ILC dans le domaine needlet des données simulées de l'expérience PLANCK (FFP2). *Gauche* : sans traitement préalable des sources ponctuelles. *Droite* : après détection, ajustement et soustraction des sources ponctuelles. *Première ligne* : carte des fluctuations reconstruite sur la totalité du ciel. *Deuxième ligne* : résidu de la reconstruction sur la totalité du ciel. *Troisième ligne* : résidu dans une région de 100 degrés carrés. Le centre a pour coordonnées galactiques (328,-24).

Conclusion

Ce travail de thèse s’inscrit dans le contexte de l’arrivée prochaine de nouvelles données, en tout premier lieu celles de l’expérience PLANCK, ouvrant de nouvelles perspectives scientifiques. L’amélioration de la résolution et de la sensibilité des instruments permet d’espérer pouvoir exploiter, pour contraindre les modèles cosmologiques, des effets jusque là non mesurables, tels que l’effet de lentille ou la polarisation de type B.

Néanmoins, la recherche d’effets de plus en plus fins se heurte à la contamination du signal par les émissions astrophysiques d’avant-plan. Le niveau du bruit instrumental attendu dans les données PLANCK est en effet inférieur à celui de la contamination astrophysique sur la quasi-totalité du ciel. Le développement de méthodes pour le traitement de ces avant-plans devient donc un problème crucial auquel notre travail apporte plusieurs contributions.

Une part importante de notre travail a été le développement du PSM, un outil de modélisation et de simulation des processus d’émission dans le domaine des longueurs d’ondes comprises entre $100\ \mu\text{m}$ et $10\ \text{mm}$. Il incorpore aujourd’hui une large variété de modèles qui permettent de satisfaire la plupart des besoins de simulation pour les études sur le CMB. Cet outil facilite la réalisation d’observations factices de simulations relativement réalistes de l’émission du ciel qui ont servi en premier lieu de jeu de données test pour les méthodes de séparation de composantes. Il est désormais utilisé de façon standard au sein de la communauté PLANCK pour des tâches diverses, comprenant le test des pipelines de traitement de données et la vérification en temps réel des données acquises. Il est également utilisé pour des études annexes concernant la prédiction de performance et la conception de futures missions d’observation du CMB.

À terme, et avec l’arrivée de données plus précises et plus complètes, l’existence du PSM devrait faciliter le travail de modélisation des processus d’émission astrophysique, comme par exemple l’émission anormale et l’émission polarisée de la poussière. L’amélioration de notre connaissance des processus d’émission devrait se traduire par une amélioration de notre capacité à les séparer.

Il est toutefois peu probable que notre niveau de compréhension des avant-plans devienne suffisant pour qu’un nettoyage des observations par simple soustraction de notre meilleur modèle permette d’atteindre la sensibilité requise pour la science CMB. Comme illustré au chapitre 2, la réalité de l’émission astrophysique est complexe, avec de nombreux processus mis en jeu et de nombreuses régions d’émission spécifique, de sorte qu’une modélisation complète semble difficile à obtenir en amont du traitement des données CMB. Au contraire, une amélioration de notre connaissance de ces processus est attendue des mêmes données. Il est donc nécessaire de recourir à des méthodes statistiques pour extraire les avant-plans.

L’intensité des émissions d’avant-plan, notamment d’origine galactique, varie fortement d’une région du ciel à une autre, et une adaptation des traitements aux conditions locales de l’émission est généralement souhaitable. Dans le domaine de l’estimation spectrale, nous avons évalué les performances d’un estimateur fondé sur l’analyse en needlets (ESN), une construction particulière d’ondelettes sur la sphère. Nous avons pu vérifier que l’ESN constitue une solution naturellement adaptée à l’analyse de données hétérogènes, comme celles d’expériences multiples du CMB.

Nous avons utilisé les simulations du PSM pour étudier la possibilité de détecter, sans connaissance *a priori* des avant-plans, la signature des fluctuations de type tenseur dans la polarisation du CMB. Notre étude a montré notre capacité à séparer de manière aveugle le signal primordial de sa contamination sur une fraction significative du ciel (de l’ordre de 85 %) et a permis d’évaluer la perte de sensibilité induite par l’incertitude sur la connaissance des contaminations pour plusieurs types de missions. Nous montrons ainsi que seule une expérience satellite, dotée d’une couverture spectrale suffisante, semble apte à fournir une mesure de $r \sim 10^{-3}$ en présence des avant-plans. Nous avons

également pu fournir des prédictions des capacités de détection et de mesure de plusieurs prototypes de la future sonde EPIC, utilisées par l'étude de mission CMBPOL.

Enfin nous proposons une méthode pour traiter avec soin la contamination des sources ponctuelles, et nous montrons le gain apporté par ce traitement sur la qualité de la reconstruction du CMB. Cette méthode a été appliquée aux données collectées durant les 5 premières années d'observation de la sonde WMAP, et a permis d'obtenir une carte des fluctuations de température significativement moins contaminée que les cartes existantes.

Un certain nombre de développements sont par ailleurs susceptibles d'étendre ce travail de thèse :

- En premier lieu le développement du PSM est amené à se poursuivre de manière à améliorer la modélisation de plusieurs processus et permettre l'incorporation d'effets instrumentaux plus réalistes. Nous travaillons notamment sur l'utilisation des données WMAP pour améliorer le modèle de l'émission polarisée de la poussière.
- En supplément des données PLANCK, des données complémentaires, notamment en polarisation, seront délivrées dans les années à venir par un grand nombre d'expériences. Le traitement de ces jeux de données hétérogènes constitue une application naturelle pour une extension de l'ESN aux mesures de la polarisation.
- Enfin, sur la base des limitations constatées de notre méthode de détection des sources ponctuelles, nous avons proposé d'exploiter les capacités de localisation des needlets pour améliorer le traitement des contaminations localisées (sources ponctuelles et effet SZ) pour les données PLANCK. De la même façon, la méthode de séparation de composantes diffuses SMICA bénéficiera de développements dans l'espace des needlets.

Un des objectifs majeurs de la mesure de la polarisation du CMB étant la détection des modes de fluctuations tensorielles, signalons enfin qu'une application directe de notre pipeline de détection des modes B aux données PLANCK permettrait d'ores et déjà de contraindre $r \sim 0.1$.

Annexe A

Rappel de relativité générale

Nous introduisons ici quelques notations, et rappelons, de façon formelle et condensée, les quelques éléments de la théorie utiles à l'exposé qui suit. Le lecteur pourra se référer aux nombreux cours disponibles sur le sujet (Weinberg, 1972).

A.1 Quelques définitions

L'espace-temps de la relativité générale est une variété différentielle \mathcal{M} à quatre dimensions, c'est-à-dire un espace qui, localement, ressemble à \mathbb{R}^4 . Les points de cette variété sont appelés des événements.

Formellement, la notion de variété de dimension quatre signifie que tout voisinage V_P d'un événement P , peut être mis en relation avec un ouvert de \mathbb{R}^4 par un homéomorphisme Φ :

$$\Phi : V_P \longrightarrow \Phi(V_P) \subset \mathbb{R}^4 \quad (\text{A.1})$$

$$P \longmapsto (x^0, x^1, x^2, x^3). \quad (\text{A.2})$$

Cet homéomorphisme permet de définir un système de coordonnées local (ou carte) x^μ autour de P (où μ est un indice variant de 0 à 3). De plus, il est possible de couvrir cette variété par la réunion d'un nombre fini de cartes.

Une courbe $\mathcal{C} \subset \mathcal{M}$ est entièrement définie par la donnée d'une application différentiable de \mathbb{R} dans \mathcal{M} qui, à un paramètre λ , associe un événement de la courbe $\mathcal{C}(\lambda)$.

On définit le vecteur tangent \mathbf{t} à une courbe \mathcal{C} en un événement P , comme l'opérateur qui, à tout champ scalaire $f : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ différentiable au voisinage de P , associe sa dérivée $df/d\lambda$ le long de la courbe. On peut montrer que l'ensemble des vecteurs tangents en P aux courbes passant par P forme un espace vectoriel \mathcal{T}_P , de même dimension que la variété, appelé espace vectoriel tangent. On notera ∂_μ le vecteur tangent aux courbes de coordonnées constantes ($x^\mu = \lambda$ et $x^\nu = cst$ pour $\nu \neq \mu$). Les vecteurs $(\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3)$ forment une base de \mathcal{T}_P dite base naturelle. On notera v^μ les composantes d'un vecteur \mathbf{v} dans cette base.

Enfin, on note \mathcal{T}_P^* l'espace dual de \mathcal{T}_P c'est-à-dire l'ensemble des formes linéaires sur \mathcal{T}_P (applications linéaires de \mathcal{T}_P dans \mathbb{R}). Un tenseur \mathbf{T} k fois contravariant et l fois covariant est une forme multilinéaire sur $\mathcal{T}_P^{*k} \times \mathcal{T}_P^l$.

Considérons maintenant le déplacement infinitésimal entre le point P , de coordonnées (x^α) et le point P' de coordonnées $(x^\alpha + dx^\alpha)$. Le vecteur de coordonnées dx^α dans la base naturelle se note $\mathbf{dx} = dx^\alpha \partial_\alpha$ où l'on effectue de manière implicite une somme sur les indices répétés suivant la convention de notation d'Einstein : $dx^\alpha \partial_\alpha = \sum_\alpha dx^\alpha \partial_\alpha$. À tout champ scalaire f sur \mathcal{M} , ce vecteur associe sa variation entre les points P et P' :

$$\mathbf{dx}(f) = \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} dx^\alpha = f(P') - f(P).$$

On l'appelle déplacement élémentaire (ou infinitésimal) de P en P' .

En chaque évènement P , l'espace vectoriel tangent est muni d'une forme bilinéaire \mathbf{g} , symétrique non dégénérée et de signature $(+,-,-,-)$ ¹, qui définit un produit scalaire sur cet espace, appelé la métrique (ou tenseur métrique). La donnée de la métrique \mathbf{g} définit entièrement la géométrie de l'espace-temps. En particulier, la longueur d'un déplacement infinitésimal $d\mathbf{x}$ est donnée par :

$$ds^2 = g(d\mathbf{x}, d\mathbf{x}) = g_{\mu,\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (\text{A.3})$$

La dérivée covariante (ou connexion), notée ∇_α , est une extension aux tenseurs de l'opérateur gradient qui annule la métrique ($\nabla_\alpha g_{\beta\gamma} = 0$). On montre qu'elle s'écrit :

$$\nabla_\alpha t_\beta = \partial_\alpha t_\beta - \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma t_\gamma$$

où $\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma = \frac{1}{2}g^{\gamma\rho}(\partial_\beta g_{\alpha\rho} + \partial_\alpha g_{\rho\beta} - \partial_\rho g_{\alpha\beta})$ est nommé symbole de Christoffel. La dérivée covariante permet de définir la notion de transport parallèle d'un vecteur le long d'une courbe de la variété. Pour une courbe de vecteur tangent \mathbf{v} , un vecteur \mathbf{w} est transporté parallèlement le long de la courbe si et seulement si $Dw^\alpha = v^\beta \nabla_\beta w^\alpha = 0$. Les angles entre les vecteurs et les longueurs sont conservés par le transport parallèle. En revanche, contrairement à ce qui se passerait dans un espace euclidien, le transport parallèle d'un vecteur le long d'une courbe fermée ne correspond pas nécessairement à l'identité, ce qui est révélateur de la courbure de l'espace. La courbure est définie par le tenseur de courbure :

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2}(g_{\beta\gamma,\alpha\delta} + g_{\alpha\delta,\beta\gamma} - g_{\beta\delta,\alpha\gamma} - g_{\alpha\gamma,\beta\delta}) + g_{\mu\nu}(\Gamma_{\alpha\delta}^\mu \Gamma_{\beta\gamma}^\nu - \Gamma_{\alpha\gamma}^\mu \Gamma_{\beta\delta}^\nu) \quad (\text{A.4})$$

où l'on utilise les notations suivantes pour la dérivée par rapport aux coordonnées et la dérivée covariante :

$$\partial_\alpha t_\beta = t_{\beta,\alpha} \quad \text{et} \quad \nabla_\alpha t_\beta = t_{\beta;\alpha}.$$

Enfin, les grandeurs suivantes sont dérivées de la courbure :

$$R_{\alpha\beta} = R_{\alpha\delta\beta}^\delta \quad \text{le tenseur de Ricci} \quad (\text{A.5})$$

$$R = R_\alpha^\alpha \quad \text{la courbure scalaire} \quad (\text{A.6})$$

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - 1/2 R g_{\alpha\beta} \quad \text{le tenseur d'Einstein.} \quad (\text{A.7})$$

A.2 L'équation d'Einstein

L'ensemble des évènements occupés par une particule matérielle forme une courbe de l'espace-temps appelée sa ligne d'univers. Le temps propre de la particule τ correspond à l'intégrale de l'élément de longueur le long de la ligne d'univers : $d\tau = ds$ (pour $c = 1$). La quadri-vitesse de la particule est définie comme le vecteur tangent à sa ligne d'univers paramétrisée par son temps propre.

Les lignes d'univers des particules en mouvement inertiel (soumises à aucune force) correspondent à des géodésiques de l'espace-temps, c'est-à-dire des courbes dont le vecteur tangent est transporté parallèlement par rapport à lui-même. Les photons (et les particules sans masse) suivent des géodésiques de genre lumière, pour lesquelles $ds = 0$.

L'énergie d'un système physique mesurée par un observateur de quadri-vitesse \mathbf{v} est une forme linéaire de la quadri-vitesse : $E(\mathbf{v}) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ où \mathbf{p} est la quadri-impulsion du système. La masse au repos m du système est une propriété intrinsèque, elle est définie par $m^2 = \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}$ et correspond à l'énergie minimale du système (observable par un observateur au repos par rapport au système).

De la même façon que la géométrie de l'univers est caractérisée par le tenseur métrique, on caractérise le contenu énergétique de l'univers par un champ de tenseur symétrique, nommé tenseur énergie-impulsion, \mathbf{T} . La densité d'énergie mesurée par un observateur de quadri-vitesse \mathbf{v} est alors $\mathbf{T}(\mathbf{v}, \mathbf{v})$.

Définissons également un fluide parfait comme une distribution de matière ne privilégiant aucune direction de l'espace du point de vue d'un observateur au repos par rapport au fluide.² Le tenseur

1. On pourrait également adopter une convention équivalente pour la signature : $(-, +, +, +)$.

2. On a vu à la section 1.1.1 du chapitre 1 que la matière d'un univers satisfaisant le principe cosmologique correspond nécessairement à un fluide parfait.

énergie-impulsion d'un fluide parfait prend alors la forme :

$$T_{\alpha\beta} = (\rho + p)v_\alpha v_\beta - pg_{\alpha\beta} \quad (\text{A.8})$$

où p et ρ sont la pression et la densité d'énergie du fluide, et \mathbf{v} sa quadri-vitesse.

En relativité générale, le contenu énergétique de l'univers détermine sa géométrie. L'équation de champ d'Einstein est ainsi :

$$G_{\alpha\beta} = -8\pi GT_{\alpha\beta} \quad (\text{A.9})$$

où \mathbf{G} est le tenseur d'Einstein, défini plus haut (qui ne dépend que de la métrique). Einstein a, pour des raisons qui apparaîtront par la suite, ajouté un terme à son équation :

$$G_{\alpha\beta} = -8\pi GT_{\alpha\beta} - \Lambda g_{\alpha\beta} \quad (\text{A.10})$$

où Λ est une constante appelée constante cosmologique.

La conservation du tenseur d'énergie s'exprime :

$$T_{\beta;\alpha}^\alpha = 0 \quad (\text{A.11})$$

et permet de retrouver pour le fluide parfait, les équations d'Euler et de continuité relativiste :

$$(\rho + p)v^\alpha \nabla_\alpha v^\beta = h^{\beta\gamma} \nabla_\gamma p \quad (\text{A.12})$$

$$v^\alpha \nabla_\alpha \rho + (\rho + p) \nabla_\alpha v^\alpha = 0. \quad (\text{A.13})$$

L'application des lois de la relativité générale à un espace satisfaisant le principe cosmologique aboutit aux modèles d'univers de Friedmann décrits au chapitre 1.

Annexe B

Conventions et unités dans le PSM

Nous précisons ici succinctement les conventions retenues pour définir les unités et les relations utilisées dans le PSM pour représenter les données. Dans ce qui suit I_ν désigne l'intensité spécifique du rayonnement à la fréquence ν dans une direction ξ du ciel, généralement exprimée sauf mention contraire, en $\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{Hz}^{-1}$ (unité du système international). Le PSM reconnaît également le Jy/sr valant $10^{-26} \text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{Hz}^{-1}$.

Rappelons en premier lieu la loi d'émission d'un corps noir à la température T (dite loi de Planck) :

$$I_\nu = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^x - 1},$$

où l'on a noté $x = \frac{h\nu}{k_B T}$. Dans le régime asymptotique des basses fréquences (régime de Rayleigh-Jeans) cette intensité peut être approchée par :

$$I_\nu \approx \frac{2\nu^2 k_B}{c^2} T.$$

Cette relation est utilisée pour associer à tout rayonnement d'intensité I_ν une température, dite température de brillance, T_{RJ} . Les données exprimées en température de brillance sont dénotées dans le PSM par l'unité "K_RJ".

Les fluctuations ΔI_ν de l'intensité du signal CMB à une fréquence donnée sont liées à une fluctuation ΔT de la température du rayonnement autour de la température moyenne T_{cmb} . Ces deux grandeurs sont liées par la relation :

$$\Delta I_\nu \approx \frac{dB_\nu(T_{\text{cmb}})}{dT} \Delta T = \frac{1}{2k_B} \left(\frac{c}{\nu T_{\text{cmb}}} B_\nu(T_{\text{cmb}}) \right)^2 e^x \Delta T.$$

Les données exprimées en variation de la température thermodynamique dans le PSM sont dénotées par l'unité "K_CMB". On utilisera également "K/KCMB" pour la variation relative de la température thermodynamique $\Delta T/T_{\text{cmb}}$.

Enfin, pour convertir des cartes du paramètre de Compton y du gaz des électrons dans les amas, en écart d'intensité du rayonnement lié à l'effet SZ, le PSM utilise la relation de Kompaneets obtenue pour un gaz non relativiste et un milieu optique mince :

$$\Delta I_\nu = \frac{x e^x}{e^x - 1} \left(\frac{x(e^x + 1)}{e^x - 1} - 4 \right) B_\nu(T_{\text{cmb}}) y,$$

avec :

$$y = \int \frac{k_B T_e}{m_e c^2} n_e \sigma_T dl,$$

où T_e , n_e et m_e désignent respectivement la température et la densité électronique du gaz, et la masse de l'électron.

De la même façon, on utilise la relation suivante (Sazonov et Sunyaev, 1999) pour exprimer l'intensité de la polarisation du rayonnement diffusé par un amas de galaxie en mouvement :

$$P = 0.1 e^x \frac{e^x + 1}{2(e^x - 1)^2} x^2 \tau \beta_t^2 B_\nu(T_{\text{cmb}})$$

où τ désigne la profondeur optique de la diffusion et β_t la composante transverse de la vitesse propre de l'amas. La direction de polarisation est perpendiculaire au plan formé par le vecteur vitesse de l'amas et la direction d'observation.

Annexe C

Calcul numérique de distance dans les cartes HEALPix

L'application de fenêtres apodisées à un signal incomplet pour réduire l'impact des données manquantes lors de son analyse spectrale est une pratique simple et couramment répandue pour l'analyse de signaux temporels. Sur la sphère, en revanche le calcul de fonctions fenêtres lisses et à support compact n'est pas simple pour une couverture quelconque. Les masques appliqués aux données sont ainsi généralement des masques binaires en dépit des effets spectraux importants induits par une coupure franche des données. Nous proposons ici un algorithme rapide pour appliquer une transition lisse à support compact aux frontières d'un masque binaire, de forme quelconque, représenté par une carte pixelisée M .

Considérons donc une pixelisation de la sphère définie par les vecteurs positions ξ_i des centres des N_{pix} pixels, et définissons $\mathcal{M} = \{i, M(\xi_i) = 0\}$ l'ensemble des pixels inclus dans le masque (non observés). On notera $\bar{\mathcal{M}} = \{\xi_i, M(\xi_i) = 1\}$ l'ensemble complémentaire contenant les pixels observés. L'angle séparant les centres de deux pixels i et i' définit une distance notée :

$$d_{i,i'} = \arccos(\xi_i \cdot \xi_{i'}).$$

On définit, maintenant la distance d'un pixel i au masque M par :

$$d_{i,M} = \min_{i' \in \mathcal{M}} d_{i,i'}. \quad (\text{C.1})$$

Connaissant cette distance pour tout pixel, il est facile de construire un masque W apodisé en lui appliquant une fonction fenêtre adaptée $f : W(\xi_i) = f(d_{i,M})$. Par exemple pour obtenir une fenêtre de Hanning de largeur θ on utilise :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \leq 0, \\ 1 & \text{pour } x \geq \theta, \\ 0.5 - 0.5 \cos(\pi \frac{x}{\theta}) & \text{pour } 0 < x < \theta. \end{cases}$$

L'algorithme trivial, suggéré par la définition (C.1), pour calculer la distance $d_{i,M}$ pour les N_{pix} pixels implique une boucle sur tous les pixels $i' \in \mathcal{M}$. Sa complexité est donc généralement en $\mathcal{O}(N_{\text{pix}}^2)$, ce qui est trop élevé pour un usage courant pour des expériences telles que PLANCK ($N_{\text{pix}} \sim 6 \cdot 10^7$). Il est toutefois possible de réduire ce coût, pour notre application particulière, en remarquant qu'il n'est pas nécessaire de calculer la distance exacte d'un pixel au masque dès lors que $d_{i,M} \geq \theta$. La pixelisation HEALPix (Górski *et al.*, 2005) offre des fonctions permettant de connaître la liste des pixels contenus dans un disque de rayon θ : $\mathcal{D}_i(\theta) = \{i', d_{i,i'} < \theta\}$ en temps linéaire du nombre de pixels dans le disque $\mathcal{O}(\theta^2)$. On calcule alors partiellement une carte L de la distance au masque par la procédure suivante (écrite en pseudo-code) :

On vérifie facilement que $f(L(\xi_i)) = W(\xi_i)$. La complexité du calcul est ramené à $\mathcal{O}(|\mathcal{M}|\theta^2)$, en notant $|\mathcal{M}|$ le cardinal de l'ensemble \mathcal{M} . Le coût de calcul est ainsi bien plus faible que précédemment pour des valeurs courantes de θ de l'ordre de 1 degré. Enfin notons que dans certains cas, notamment pour les expériences couvrant une faible portion du ciel, on a $|\bar{\mathcal{M}}| < |\mathcal{M}|$. On a alors intérêt à

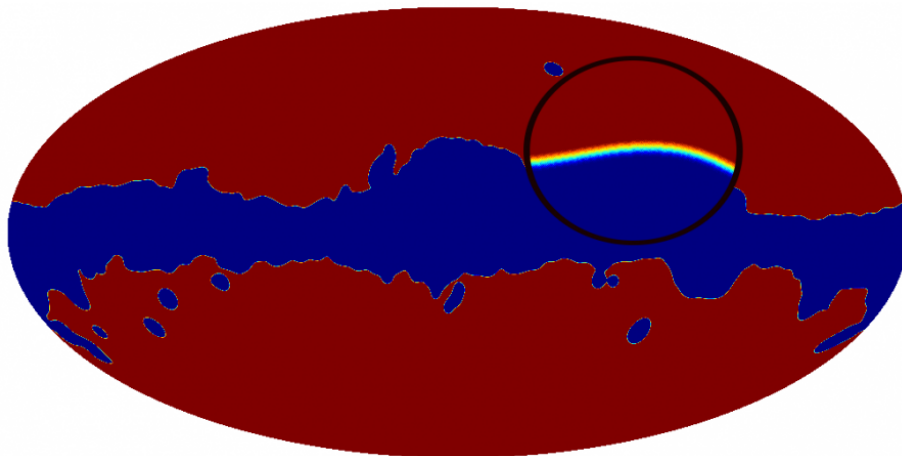


FIGURE C.1 – Apodisation d'un masque galactique.

adapter la procédure pour que la boucle s'effectue sur les pixels non masqués. La figure C.1 illustre l'application de ce processus à un masque binaire du plan galactique. Notre implémentation en langage C++ de cette procédure peut être obtenue à l'adresse <http://www.apc.univ-paris7.fr/~betoule/doku.php?id=software>.

Bibliographie

- P. ABRIAL, Y. MOUDDEN, J.-L. STARCK, J. FADILI, J. DELABROUILLE et M. K. NGUYEN : CMB data analysis and sparsity. *Statistical Methodology*, 5:289–298, juillet 2008.
- A.E.EVRARD, 2002 : URL <http://www.mpa-garching.mpg.de/Virgo/hubble.html>.
- A. ALBRECHT et P. J. STEINHARDT : Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking. *Physical Review Letters*, 48:1220–1223, avril 1982.
- R. A. ALPHER, H. BETHE et G. GAMOW : The Origin of Chemical Elements. *Physical Review*, 73:803–804, avril 1948.
- P. ASTIER, J. GUY, N. REGNAULT, R. PAIN, E. AUBOURG, D. BALAM, S. BASA, R. G. CARLBERG, S. FABBRO, D. FOCHEZ, I. M. HOOK, D. A. HOWELL, H. LAFOUX, J. D. NEILL, N. PALANQUE-DELABROUILLE, K. PERRETT, C. J. PRITCHET, J. RICH, M. SULLIVAN, R. TAILLET, G. ALDERING, P. ANTILOGUS, V. ARSENIJEVIC, C. BALLAND, S. BAUMONT, J. BRONDER, H. COURTOIS, R. S. ELLIS, M. FILIOL, A. C. GONÇALVES, A. GOOBAR, D. GUIDE, D. HARDIN, V. LUSSET, C. LIDMAN, R. MCMAHON, M. MOUCHET, A. MOURAO, S. PERLMUTTER, P. RIPOCHE, C. TAO et N. WALTON : The Supernova Legacy Survey : measurement of Ω_M , Ω_Λ and w from the first year data set. *A&A*, 447:31–48, février 2006.
- E. AUDIT et J. F. L. SIMMONS : The kinematic Sunyaev-Zel’dovich effect and transverse cluster velocities. *MNRAS*, 305:L27–L30, mai 1999.
- J. AUMONT : *Etude des différentes composantes de la polarisation du ciel en vue de l’observation du Fond Diffus Cosmologique avec le satellite Planck*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2007.
- P. BALDI, G. KERKYCHARIAN, D. MARINUCCI et D. PICARD : Asymptotics for spherical needlets. *ANNALS OF STATISTICS*, 37:1150, 2009. URL doi:10.1214/08-A0S601.
- J. M. BARDEEN : Gauge-invariant cosmological perturbations. *Phys. Rev. D*, 22:1882–1905, octobre 1980.
- R. B. BARREIRO : An overview of the current status of CMB observations. *ArXiv e-prints*, juin 2009.
- J. D. BARROW et P. SAICH : The behaviour of intermediate inflationary universes. *Physics Letters B*, 249:406–410, octobre 1990.
- N. BARTOLO, E. KOMATSU, S. MATARRESE et A. RIOTTO : Non-Gaussianity from inflation : theory and observations. *Phys. Rep.*, 402:103–266, novembre 2004.
- B. A. BASSETT, S. TSUJIKAWA et D. WANDS : Inflation dynamics and reheating. *Reviews of Modern Physics*, 78:537–589, avril 2006.
- E. S. BATTISTELLI, R. REBOLO, J. A. RUBIÑO-MARTÍN, S. R. HILDEBRANDT, R. A. WATSON, C. GUTIÉRREZ et R. J. HOYLAND : Polarization Observations of the Anomalous Microwave Emission in the Perseus Molecular Complex with the COSMOSOMAS Experiment. *ApJ*, 645:L141–L144, juillet 2006.

- D. BAUMANN, A. COORAY, S. DODELSON, J. DUNKLEY, A. A. FRAISSE, M. G. JACKSON, A. KOGUT, L. M. KRAUSS, K. M. SMITH et M. ZALDARRIAGA : A Mission to Map our Origins. In S. DODELSON, D. BAUMANN, A. COORAY, J. DUNKLEY, A. FRAISSE, M. G. JACKSON, A. KOGUT, L. KRAUSS, M. ZALDARRIAGA et K. SMITH, éditeurs : *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1141 de *American Institute of Physics Conference Series*, pages 3–9, juin 2009.
- C. A. BEICHMAN, G. NEUGEBAUER, H. J. HABING, P. E. CLEGG et T. J. CHESTER, éditeurs. *Infrared astronomical satellite (IRAS) catalogs and atlases. Volume 1 : Explanatory supplement*, volume 1, 1988.
- C. L. BENNETT, M. HALPERN, G. HINSHAW, N. JAROSIK, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, L. PAGE, D. N. SPERGEL, G. S. TUCKER, E. WOLLACK, E. L. WRIGHT, C. BARNES, M. R. GREASON, R. S. HILL, E. KOMATSU, M. R. NOLTA, N. ODEGARD, H. V. PEIRIS, L. VERDE et J. L. WEILAND : First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Preliminary Maps and Basic Results. *ApJS*, 148:1–27, septembre 2003a.
- C. L. BENNETT, R. S. HILL, G. HINSHAW, M. R. NOLTA, N. ODEGARD, L. PAGE, D. N. SPERGEL, J. L. WEILAND, E. L. WRIGHT, M. HALPERN, N. JAROSIK, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, G. S. TUCKER et E. WOLLACK : First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Foreground Emission. *ApJS*, 148:97–117, septembre 2003b.
- C. L. BENNETT, A. KOGUT, G. HINSHAW, A. J. BANDAY, E. L. WRIGHT, K. M. GORSKI, D. T. WILKINSON, R. WEISS, G. F. SMOOT, S. S. MEYER, J. C. MATHER, P. LUBIN, K. LOEWENSTEIN, C. LINEWEAVER, P. KEEGSTRA, E. KAITA, P. D. JACKSON et E. S. CHENG : Cosmic temperature fluctuations from two years of COBE differential microwave radiometers observations. *ApJ*, 436:423–442, décembre 1994.
- A. BENOÎT, P. ADE, A. AMBLARD, R. ANSARI, É. AUBOURG, S. BARGOT, J. G. BARTLETT, J.-P. BERNARD, R. S. BHATIA, A. BLANCHARD, J. J. BOCK, A. BOSCALERI, F. R. BOUCHET, A. BOURRACHOT, P. CAMUS, F. COUCHOT, P. DE BERNARDIS, J. DELABROUILLE, F.-X. DÉSERT, O. DORÉ, M. DOUSPIS, L. DUMOULIN, X. DUPAC, P. FILLIATRE, P. FOSALBA, K. GANGA, F. GANNAWAY, B. GAUTIER, M. GIARD, Y. GIRAUD-HÉRAUD, R. GISPERT, L. GUGLIELMI, J.-C. HAMILTON, S. HANANY, S. HENROT-VERSILLÉ, J. KAPLAN, G. LAGACHE, J.-M. LAMARRE, A. E. LANGE, J. F. MACÍAS-PÉREZ, K. MADET, B. MAFFEI, C. MAGNEVILLE, D. P. MARRONE, S. MASI, F. MAYET, A. MURPHY, F. NARAGHI, F. NATI, G. PATANCHON, G. PERRIN, M. PIAT, N. PONTTHIEU, S. PRUNET, J.-L. PUGET, C. RENAULT, C. ROSSET, D. SANTOS, A. STAROBINSKY, I. STRUKOV, R. V. SUDIWALA, R. TEYSSIER, M. TRISTRAM, C. TUCKER, J.-C. VANEL, D. VIBERT, E. WAKUI et D. YVON : First detection of polarization of the submillimetre diffuse galactic dust emission by Archeops. *A&A*, 424:571–582, septembre 2004.
- M. BETOULE, E. PIERPAOLI, J. DELABROUILLE, M. LE JEUNE et J.-F. CARDOSO : Measuring the tensor to scalar ratio from CMB B-modes in presence of foregrounds. *A&A*, 503, janvier 2009.
- A. W. BLAIN : Galaxy-galaxy gravitational lensing in the millimetre/submillimetre waveband. *MNRAS*, 283:1340–1348, décembre 1996.
- J. BOBIN, Y. MOUDDEN, J.-L. STARCK, J. FADILI et N. AGHANIM : SZ and CMB reconstruction using generalized morphological component analysis. *Statistical Methodology*, 5:307–317, juillet 2008.
- J. BOCK, A. ALJABRI, A. AMBLARD, D. BAUMANN, M. BETOULE, T. CHUI, L. COLOMBO, A. COORAY, D. CRUMB, P. DAY, C. DICKINSON, D. DOWELL, M. DRAGOVAN, S. GOLWALA, K. GORSKI, S. HANANY, W. HOLMES, K. IRWIN, B. JOHNSON, B. KEATING, C.-L. KUO, A. LEE, A. LANGE, C. LAWRENCE, S. MEYER, N. MILLER, H. NGUYEN, E. PIERPAOLI, N. PONTTHIEU, J.-L. PUGET, J. RAAB, P. RICHARDS, C. SATTER, M. SEIFFERT, M. SHIMON, H. TRAN, B. WILLIAMS et J. ZMUIDZINAS : Study of the Experimental Probe of Inflationary Cosmology (EPIC)-Intermediate Mission for NASA’s Einstein Inflation Probe. *ArXiv e-prints*, juin 2009.
- J. BOCK, A. COORAY, S. HANANY, B. KEATING, A. LEE, T. MATSUMURA, M. MILLIGAN, N. PONTTHIEU, T. RENBARGER et H. TRAN : The Experimental Probe of Inflationary Cosmology (EPIC) : A Mission Concept Study for NASA’s Einstein Inflation Probe. *ArXiv e-prints*, mai 2008.

- J. R. BOND, A. H. JAFFE et L. KNOX : Estimating the power spectrum of the cosmic microwave background. *Phys. Rev. D*, 57(4):2117–2137, Feb 1998.
- J.-F. CARDOSO, M. LE JEUNE, J. DELABROUILLE, M. BETOULE et G. PATANCHON : Component Separation With Flexible Models. Application to Multichannel Astrophysical Observations. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 2, issue 5, pp. 735–746, 2:735–746, octobre 2008.
- P. CARVALHO, G. ROCHA et M. P. HOBSON : A fast Bayesian approach to discrete object detection in astronomical data sets - PowellSnakes I. *MNRAS*, 393:681–702, mars 2009.
- A. CHALLINOR, G. CHON, E. HIVON, S. PRUNET et I. SZAPUDI : Fast quadratic power spectrum estimators and the E-B decomposition. *New Astronomy Review*, 47:995–1000, décembre 2003.
- A. CHALLINOR, P. FOSALBA, D. MORTLOCK, M. ASHDOWN, B. WANDELT et K. GÓRSKI : All-sky convolution for polarimetry experiments. *Phys. Rev. D*, 62(12):123002–+, décembre 2000.
- A. CHALLINOR et H. PEIRIS : Lecture notes on the physics of cosmic microwave background anisotropies. In M. NOVELLO et S. PEREZ, éditeurs : *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1132 de *American Institute of Physics Conference Series*, pages 86–140, mai 2009.
- X. CHEN et E. L. WRIGHT : Extragalactic Point Source Search in Five-Year WMAP 41, 61, and 94 Ghz Maps. *ApJ*, 694:222–234, mars 2009.
- K. COBLE, M. BONAMENTE, J. E. CARLSTROM, K. DAWSON, N. HASLER, W. HOLZAPFEL, M. JOY, S. LA ROQUE, D. P. MARRONE et E. D. REESE : Radio Sources toward Galaxy Clusters at 30 GHz. *AJ*, 134:897–+, septembre 2007.
- S. COLAFRANCESCO, P. MAZZOTTA, Y. REPHAELI et N. VITTORIO : Intracluster Comptonization of the Cosmic Microwave Background : Mean Spectral Distortion and Cluster Number Counts. *ApJ*, 479:1–+, avril 1997.
- L. P. L. COLOMBO et E. PIERPAOLI : Model independent approaches to reionization in the analysis of upcoming CMB data. *New Astronomy*, 14:269–276, avril 2009.
- L. P. L. COLOMBO, E. PIERPAOLI et J. R. PRITCHARD : Cosmological parameters after WMAP5 : forecasts for Planck and future galaxy surveys. *ArXiv e-prints*, novembre 2008.
- K. COPPIN, E. L. CHAPIN, A. M. J. MORTIER, S. E. SCOTT, C. BORYS, J. S. DUNLOP, M. HALPERN, D. H. HUGHES, A. POPE, D. SCOTT, S. SERJEANT, J. WAGG, D. M. ALEXANDER, O. ALMAINI, I. ARETXAGA, T. BABBEDGE, P. N. BEST, A. BLAIN, S. CHAPMAN, D. L. CLEMENTS, M. CRAWFORD, L. DUNNE, S. A. EALES, A. C. EDGE, D. FARRAH, E. GAZTAÑAGA, W. K. GEAR, G. L. GRANATO, T. R. GREVE, M. FOX, R. J. IVISON, M. J. JARVIS, T. JENNESS, C. LACEY, K. LEPAGE, R. G. MANN, G. MARSDEN, A. MARTINEZ-SANSIGRE, S. OLIVER, M. J. PAGE, J. A. PEACOCK, C. P. PEARSON, W. J. PERCIVAL, R. S. PRIDDEY, S. RAWLINGS, M. ROWAN-ROBINSON, R. S. SAVAGE, M. SEIGAR, K. SEKIGUCHI, L. SILVA, C. SIMPSON, I. SMAIL, J. A. STEVENS, T. TAKAGI, M. VACCARI, E. VAN KAMPEN et C. J. WILLOTT : The SCUBA Half-Degree Extragalactic Survey - II. Submillimetre maps, catalogue and number counts. *MNRAS*, 372:1621–1652, novembre 2006.
- B. P. CRILL, P. A. R. ADE, E. S. BATTISTELLI, S. BENTON, R. BIHARY, J. J. BOCK, J. R. BOND, J. BREVIK, S. BRYAN, C. R. CONTALDI, O. DORÉ, M. FARHANG, L. FISSEL, S. R. GOLWALA, M. HALPERN, G. HILTON, W. HOLMES, V. V. HRISTOV, K. IRWIN, W. C. JONES, C. L. KUO, A. E. LANGE, C. LAWRIE, C. J. MAC TAVISH, T. G. MARTIN, P. MASON, T. E. MONTROY, C. B. NETTERFIELD, E. PASCALE, D. RILEY, J. E. RUHL, M. C. RUNYAN, A. TRANGSRUD, C. TUCKER, A. TURNER, M. VIERO et D. WIEBE : SPIDER : a balloon-borne large-scale CMB polarimeter. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7010 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, août 2008.

- J. H. CROSTON, G. W. PRATT, H. BÖHRINGER, M. ARNAUD, E. POINTECOUTEAU, T. J. PONMAN, A. J. R. SANDERSON, R. F. TEMPLE, R. G. BOWER et M. DONAHUE : Galaxy-cluster gas-density distributions of the representative XMM-Newton cluster structure survey (REXCESS). *A&A*, 487:431–443, août 2008.
- P. DE BERNARDIS, M. BUCHER, C. BURIGANA et L. PICCIRILLO : B-Pol : detecting primordial gravitational waves generated during inflation. *Experimental Astronomy*, 23:5–16, mars 2009.
- A. DE OLIVEIRA-COSTA, A. KOGUT, M. J. DEVLIN, C. B. NETTERFIELD, L. A. PAGE et E. J. WOLLACK : Galactic Microwave Emission at Degree Angular Scales. *ApJ*, 482:L17+, juin 1997.
- A. DE OLIVEIRA-COSTA, M. TEGMARK, R. D. DAVIES, C. M. GUTIÉRREZ, A. N. LASENBY, R. REBOLO et R. A. WATSON : The Quest for Microwave Foreground X. *ApJ*, 606:L89–L92, mai 2004.
- G. DE ZOTTI, R. RICCI, D. MESA, L. SILVA, P. MAZZOTTA, L. TOFFOLATTI et J. GONZÁLEZ-NUÉVO : Predictions for high-frequency radio surveys of extragalactic sources. *A&A*, 431:893–903, mars 2005.
- J. DELABROUILLE : Analysis of the accuracy of a destriping method for future cosmic microwave background mapping with the PLANCK SURVEYOR satellite. *A&AS*, 127:555–567, février 1998.
- J. DELABROUILLE et J. F. CARDOSO : Diffuse source separation in CMB observations. *In Data Analysis in Cosmology, Proceedings of the conference held in Valencia (Spain–Europe), 6th to 10th September 2004*, 2004.
- J. DELABROUILLE, J.-F. CARDOSO, M. LE JEUNE, M. BETOULE, G. FAÏ et F. GUILLOUX : A full sky, low foreground, high resolution CMB map from WMAP. *A&A*, 493:835–857, janvier 2009.
- J. DELABROUILLE, J.-F. CARDOSO et G. PATANCHON : Multidetector multicomponent spectral matching and applications for cosmic microwave background data analysis. *MNRAS*, 346:1089–1102, décembre 2003.
- J. DELABROUILLE, J.-B. MELIN et J. G. BARTLETT : Simulations of Sunyaev-Zel’dovich Maps and Their Applications. *In* L.-W. CHEN, C.-P. MA, K.-W. NG et U.-L. PEN, éditeurs : *AMiBA 2001 : High-Z Clusters, Missing Baryons, and CMB Polarization*, volume 257 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 81–+, 2002.
- F.-X. DÉSSERT, F. BOULANGER et J. L. PUGET : Interstellar dust models for extinction and emission. *A&A*, 237:215–236, octobre 1990.
- R. H. DICKE, P. J. E. PEEBLES, P. G. ROLL et D. T. WILKINSON : Cosmic Black-Body Radiation. *ApJ*, 142:414–419, juillet 1965.
- C. DICKINSON, R. D. DAVIES et R. J. DAVIS : Towards a free-free template for CMB foregrounds. *MNRAS*, 341:369–384, mai 2003.
- K. DOLAG, F. K. HANSEN, M. RONCARELLI et L. MOSCARDINI : The imprints of local superclusters on the Sunyaev-Zel’dovich signals and their detectability with Planck. *MNRAS*, 363:29–39, octobre 2005.
- B. T. DRAINE et A. A. FRAISSE : Polarized Far-Infrared and Submillimeter Emission from Interstellar Dust. *ApJ*, 696:1–11, mai 2009.
- B. T. DRAINE et A. LAZARIAN : Electric Dipole Radiation from Spinning Dust Grains. *ApJ*, 508:157–179, novembre 1998.
- B. T. DRAINE et A. LI : Infrared Emission from Interstellar Dust. IV. The Silicate-Graphite-PAH Model in the Post-Spitzer Era. *ApJ*, 657:810–837, mars 2007.

- J. DUNKLEY, E. KOMATSU, M. R. NOLTA, D. N. SPERGEL, D. LARSON, G. HINSHAW, L. PAGE, C. L. BENNETT, B. GOLD, N. JAROSIK, J. L. WEILAND, M. HALPERN, R. S. HILL, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, G. S. TUCKER, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations : Likelihoods and Parameters from the WMAP Data. *ApJS*, 180:306–329, février 2009a.
- J. DUNKLEY, D. N. SPERGEL, E. KOMATSU, G. HINSHAW, D. LARSON, M. R. NOLTA, N. ODEGARD, L. PAGE, C. L. BENNETT, B. GOLD, R. S. HILL, N. JAROSIK, J. L. WEILAND, M. HALPERN, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, G. S. TUCKER, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Bayesian Estimation of Cosmic Microwave Background Polarization Maps. *ApJ*, 701:1804–1813, août 2009b.
- L. DUNNE, S. EALES, M. EDMUNDS, R. IVISON, P. ALEXANDER et D. L. CLEMENTS : The SCUBA Local Universe Galaxy Survey - I. First measurements of the submillimetre luminosity and dust mass functions. *MNRAS*, 315:115–139, juin 2000.
- G. EFSTATHIOU : Myths and truths concerning estimation of power spectra : the case for a hybrid estimator. *MNRAS*, 349:603–626, avril 2004.
- G. EFSTATHIOU et S. GRATTON : B-mode detection with an extended planck mission. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 6:11–+, juin 2009.
- G. EFSTATHIOU, S. GRATTON et F. PACI : Impact of Galactic polarized emission on B-mode detection at low multipoles. *MNRAS*, 397:1355–1373, août 2009.
- H. K. ERIKSEN, C. DICKINSON, C. R. LAWRENCE, C. BACCIGALUPI, A. J. BANDAY, K. M. GÓRSKI, F. K. HANSEN, P. B. LILJE, E. PIERPAOLI, M. D. SEIFFERT, K. M. SMITH et K. VANDERLINDE : Cosmic Microwave Background Component Separation by Parameter Estimation. *ApJ*, 641:665–682, avril 2006.
- A. E. EVRARD, T. J. MACFARLAND, H. M. P. COUCHMAN, J. M. COLBERG, N. YOSHIDA, S. D. M. WHITE, A. JENKINS, C. S. FRENK, F. R. PEARCE, J. A. PEACOCK et P. A. THOMAS : Galaxy Clusters in Hubble Volume Simulations : Cosmological Constraints from Sky Survey Populations. *ApJ*, 573:7–36, juillet 2002.
- G. FAÏ, F. GUILLOUX, M. BETOULE, J.-F. CARDOSO, J. DELABROUILLE et M. LE JEUNE : CMB power spectrum estimation using wavelets. *Phys. Rev. D*, 78(8):083013–+, octobre 2008.
- Gilles FAÏ et Frederic GUILLOUX : Consistency of a needlet spectral estimator on the sphere, 2008. URL <http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:0807.2162>.
- D. P. FINKBEINER : A Full-Sky $H\alpha$ Template for Microwave Foreground Prediction. *ApJS*, 146:407–415, juin 2003.
- D. P. FINKBEINER : Microwave Interstellar Medium Emission Observed by the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe. *ApJ*, 614:186–193, octobre 2004.
- D. P. FINKBEINER, M. DAVIS et D. J. SCHLEGEL : Extrapolation of Galactic Dust Emission at 100 Microns to Cosmic Microwave Background Radiation Frequencies Using FIRAS. *ApJ*, 524:867–886, octobre 1999.
- D. J. FIXSEN et J. C. MATHER : The Spectral Results of the Far-Infrared Absolute Spectrophotometer Instrument on COBE. *ApJ*, 581:817–822, décembre 2002.
- E. B. FOMALONT, R. A. WINDHORST, J. A. KRISTIAN et K. I. KELLERMAN : The micro-Jansky radio source population at 5 GHz. *AJ*, 102:1258–1277, octobre 1991.
- P. FOSALBA, A. LAZARIAN, S. PRUNET et J. A. TAUBER : Statistical Properties of Galactic Starlight Polarization. *ApJ*, 564:762–772, janvier 2002.

- J. W. FOWLER, M. D. NIEMACK, S. R. DICKER, A. M. ABOUBAKER, P. A. R. ADE, E. S. BATTISTELLI, M. J. DEVLIN, R. P. FISHER, M. HALPERN, P. C. HARGRAVE, A. D. HINCKS, M. KAUL, J. KLEIN, J. M. LAU, M. LIMON, T. A. MARRIAGE, P. D. MAUSKOPF, L. PAGE, S. T. STAGGS, D. S. SWETZ, E. R. SWITZER, R. J. THORNTON et C. E. TUCKER : Optical design of the Atacama Cosmology Telescope and the Millimeter Bolometric Array Camera. *Appl. Opt.*, 46:3444–3454, juin 2007.
- W. K. GEAR, E. I. ROBSON et M. J. GRIFFIN : Millimetre and submillimetre observations of the emission from dust in compact H II regions. *MNRAS*, 231:55P–+, mars 1988.
- D. GELLER et D. MARINUCCI : Spin Wavelets on the Sphere. *ArXiv e-prints*, novembre 2008.
- R. GIACCONI, S. MURRAY, H. GURSKY, E. KELLOGG, E. SCHREIER et H. TANANBAUM : The Uhuru catalog of X-ray sources. *ApJ*, 178:281–308, décembre 1972.
- G. GIARDINO, A. J. BANDAY, K. M. GÓRSKI, K. BENNETT, J. L. JONAS et J. TAUBER : Towards a model of full-sky Galactic synchrotron intensity and linear polarisation : A re-analysis of the Parkes data. *A&A*, 387:82–97, mai 2002.
- M. GIOVANNINI : Why CMB Physics? *International Journal of Modern Physics A*, 22:2697–2894, 2007.
- U. GIVEON, R. H. BECKER, D. J. HELFAND et R. L. WHITE : A New Catalog of Radio Compact H II Regions in the Milky Way. II. The 1.4 GHz Data. *AJ*, 130:156–164, juillet 2005.
- B. GOLD, C. L. BENNETT, R. S. HILL, G. HINSHAW, N. ODEGARD, L. PAGE, D. N. SPERGEL, J. L. WEILAND, J. DUNKLEY, M. HALPERN, N. JAROSIK, A. KOGUT, E. KOMATSU, D. LARSON, S. S. MEYER, M. R. NOLTA, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations : Galactic Foreground Emission. *ApJS*, 180:265–282, février 2009.
- J. N. GOLDBERG, A. J. MACFARLANE, E. T. NEWMAN, F. ROHRLICH et E. C. G. SUDARSHAN : Spin-s Spherical Harmonics and???? *Journal of Mathematical Physics*, 8:2155–2161, novembre 1967.
- J. GONZÁLEZ-NUÉVO, F. ARGÜESO, M. LÓPEZ-CANIEGO, L. TOFFOLATTI, J. L. SANZ, P. VIELVA et D. HERRANZ : The Mexican hat wavelet family : application to point-source detection in cosmic microwave background maps. *MNRAS*, 369:1603–1610, juillet 2006.
- J. GONZÁLEZ-NUÉVO, L. TOFFOLATTI et F. ARGÜESO : Predictions of the Angular Power Spectrum of Clustered Extragalactic Point Sources at Cosmic Microwave Background Frequencies from Flat and All-Sky Two-dimensional Simulations. *ApJ*, 621:1–14, mars 2005.
- K. M. GÓRSKI, E. HIVON, A. J. BANDAY, B. D. WANDELT, F. K. HANSEN, M. REINECKE et M. BARTELMANN : HEALPix : A Framework for High-Resolution Discretization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere. *ApJ*, 622:759–771, avril 2005.
- G. L. GRANATO, G. DE ZOTTI, L. SILVA, A. BRESSAN et L. DANESE : A Physical Model for the Coevolution of QSOs and Their Spheroidal Hosts. *ApJ*, 600:580–594, janvier 2004.
- P. C. GREGORY, W. K. SCOTT, K. DOUGLAS et J. J. CONDON : The GB6 Catalog of Radio Sources. *ApJS*, 103:427–+, avril 1996.
- F. GUILLOUX, G. FAÏ et J.-F. CARDOSO : Practical wavelet design on the sphere. *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 26(2):143–160, mars 2009.
- A. H. GUTH : Inflationary universe : A possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev. D*, 23:347–356, janvier 1981.
- J. L. HAN, R. N. MANCHESTER, A. G. LYNE, G. J. QIAO et W. VAN STRATEN : Pulsar Rotation Measures and the Large-Scale Structure of the Galactic Magnetic Field. *ApJ*, 642:868–881, mai 2006.

- C. G. T. HASLAM, C. J. SALTER, H. STOFFEL et W. E. WILSON : A 408 MHz all-sky continuum survey. II - The atlas of contour maps. *A&AS*, 47:1–+, janvier 1982.
- D. HERRANZ, M. LÓPEZ-CANIEGO, J. L. SANZ et J. GONZÁLEZ-NUEVO : A novel multifrequency technique for the detection of point sources in cosmic microwave background maps. *MNRAS*, 394:510–520, mars 2009.
- G. HINSHAW, M. R. NOLTA, C. L. BENNETT, R. BEAN, O. DORÉ, M. R. GREASON, M. HALPERN, R. S. HILL, N. JAROSIK, A. KOGUT, E. KOMATSU, M. LIMON, N. ODEGARD, S. S. MEYER, L. PAGE, H. V. PEIRIS, D. N. SPERGEL, G. S. TUCKER, L. VERDE, J. L. WEILAND, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Temperature Analysis. *ApJS*, 170:288–334, juin 2007.
- G. HINSHAW, D. N. SPERGEL, L. VERDE, R. S. HILL, S. S. MEYER, C. BARNES, C. L. BENNETT, M. HALPERN, N. JAROSIK, A. KOGUT, E. KOMATSU, M. LIMON, L. PAGE, G. S. TUCKER, J. L. WEILAND, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : The Angular Power Spectrum. *ApJS*, 148:135–159, septembre 2003.
- C. M. HIRATA et U. SELJAK : Analyzing weak lensing of the cosmic microwave background using the likelihood function. *Phys. Rev. D*, 67(4):043001–+, février 2003.
- E. HIVON, K. M. GÓRSKI, C. B. NETTERFIELD, B. P. CRILL, S. PRUNET et F. HANSEN : MASTER of the Cosmic Microwave Background Anisotropy Power Spectrum : A Fast Method for Statistical Analysis of Large and Complex Cosmic Microwave Background Data Sets. *ApJ*, 567:2–17, mars 2002.
- M. G. HOARE, P. F. ROCHE et W. M. GLENCROSS : Submillimetre emission and the dust content of compact H II regions. *MNRAS*, 251:584–599, août 1991.
- W. HU : Lecture Notes on CMB Theory : From Nucleosynthesis to Recombination. *ArXiv e-prints*, février 2008.
- W. HU, M. M. HEDMAN et M. ZALDARRIAGA : Benchmark parameters for CMB polarization experiments. *Phys. Rev. D*, 67(4):043004–+, février 2003.
- W. HU et M. WHITE : A CMB polarization primer. *New Astronomy*, 2:323–344, octobre 1997.
- K. T. INOUE, P. CABELLA et E. KOMATSU : Harmonic inpainting of the cosmic microwave background sky : Formulation and error estimate. *Phys. Rev. D*, 77(12):123539–+, juin 2008.
- A. H. JAFFE, E. GAWISER, D. FINKBEINER, J. C. BAKER, A. BALBI, M. DAVIS, S. HANANY, W. HOLZAPFEL, M. KRUMHOLZ, L. MOUSTAKAS, J. ROBINSON, E. SCANNAPIECO, G. F. SMOOT et J. SILK : WOMBAT & FORECAST : Making Realistic Maps of the Microwave Sky. In A. DE OLIVEIRA-COSTA et M. TEGMARK, éditeurs : *Microwave Foregrounds*, volume 181 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 367–+, 1999.
- A. JENKINS, C. S. FRENK, S. D. M. WHITE, J. M. COLBERG, S. COLE, A. E. EVRARD, H. M. P. COUCHMAN et N. YOSHIDA : The mass function of dark matter haloes. *MNRAS*, 321:372–384, février 2001.
- J. L. JONAS, E. E. BAART et G. D. NICOLSON : The Rhodes/HartRAO 2326-MHz radio continuum survey. *MNRAS*, 297:977–989, juillet 1998.
- W. C. JONES, P. A. R. ADE, J. J. BOCK, J. R. BOND, J. BORRILL, A. BOSCALERI, P. CABELLA, C. R. CONTALDI, B. P. CRILL, P. DE BERNARDIS, G. DE GASPERIS, A. DE OLIVEIRA-COSTA, G. DE TROIA, G. DI STEFANO, E. HIVON, A. H. JAFFE, T. S. KISNER, A. E. LANGE, C. J. MAC TAVISH, S. MASI, P. D. MAUSKOPF, A. MELCHIORRI, T. E. MONTROY, P. NATOLI, C. B. NETTERFIELD, E. PASCALE, F. PIACENTINI, D. POGOSYAN, G. POLENTA, S. PRUNET, S. RICCIARDI, G. ROMEO, J. E. RUHL, P. SANTINI, M. TEGMARK, M. VENEZIANI et N. VITTORIO : A Measurement of the Angular Power Spectrum of the CMB Temperature Anisotropy from the 2003 Flight of BOOMERANG. *ApJ*, 647:823–832, août 2006.

- P. M. W. KALBERLA, W. B. BURTON, D. HARTMANN, E. M. ARNAL, E. BAJAJA, R. MORRAS et W. G. L. PÖPPEL : The Leiden/Argentine/Bonn (LAB) Survey of Galactic HI. Final data release of the combined LDS and IAR surveys with improved stray-radiation corrections. *A&A*, 440:775–782, septembre 2005.
- M. KAMIONKOWSKI, A. KOSOWSKY et A. STEBBINS : Statistics of cosmic microwave background polarization. *Phys. Rev. D*, 55:7368–7388, juin 1997.
- T. KANEKO : Toward the arrival of SZ cluster surveys : the Arcminute Microkelvin Imager Small Array. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6267 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, juillet 2006.
- J. KAPLAN et J. DELABROUILLE : Some sources of systematic errors on CMB polarized measurements with bolometers. In S. CECCHINI, S. CORTIGLIONI, R. SAULT et C. SBARRA, éditeurs : *Astrophysical Polarized Backgrounds*, volume 609 de *American Institute of Physics Conference Series*, pages 209–214, mars 2002.
- M. KESDEN, A. COORAY et M. KAMIONKOWSKI : Lensing reconstruction with CMB temperature and polarization. *Phys. Rev. D*, 67(12):123507–+, juin 2003.
- R. KESKITALO, M. A. J. ASHDOWN, P. CABELLA, T. KISNER, T. POUTANEN, R. STOMPOR, J. G. BARTLETT, J. BORRILL, C. CANTALUPO, G. DE GASPERIS, A. DE ROSA, G. DE TROIA, H. K. ERIKSEN, F. FINELLI, K. M. GORSKI, A. GRUPPUSO, E. HIVON, A. JAFFE, E. KEIHANEN, H. KURKI-SUONIO, C. R. LAWRENCE, P. NATOLI, F. PACI, G. POLENTA et G. ROCHA : Residual noise covariance for Planck low-resolution data analysis. *ArXiv e-prints*, mai 2009.
- L. KNOX et Y.-S. SONG : Limit on the Detectability of the Energy Scale of Inflation. *Physical Review Letters*, 89(1):011303–+, juillet 2002.
- H. KODAMA et M. SASAKI : Cosmological Perturbation Theory. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 78:1–+, 1984.
- A. KOGUT, A. J. BANDAY, C. L. BENNETT, K. M. GORSKI, G. HINSHAW, G. F. SMOOT et E. L. WRIGHT : Microwave Emission at High Galactic Latitudes in the Four-Year DMR Sky Maps. *ApJ*, 464:L5+, juin 1996.
- A. KOGUT, D. J. FIXSEN, S. M. LEVIN, M. LIMON, P. M. LUBIN, P. MIREL, M. SEIFFERT, J. SINGAL, T. VILLELA, E. WOLLACK et C. A. WUENSCHÉ : ARCADE 2 Observations of Galactic Radio Emission. *ArXiv e-prints*, janvier 2009.
- A. KOGUT, C. LINEWEAVER, G. F. SMOOT, C. L. BENNETT, A. BANDAY, N. W. BOGGESE, E. S. CHENG, G. DE AMICI, D. J. FIXSEN, G. HINSHAW, P. D. JACKSON, M. JANSSEN, P. KEEGSTRA, K. LOEWENSTEIN, P. LUBIN, J. C. MATHER, L. TENORIO, R. WEISS, D. T. WILKINSON et E. L. WRIGHT : Dipole Anisotropy in the COBE Differential Microwave Radiometers First-Year Sky Maps. *ApJ*, 419:1–+, décembre 1993.
- E. KOMATSU, J. DUNKLEY, M. R. NOLTA, C. L. BENNETT, B. GOLD, G. HINSHAW, N. JAROSIK, D. LARSON, M. LIMON, L. PAGE, D. N. SPERGEL, M. HALPERN, R. S. HILL, A. KOGUT, S. S. MEYER, G. S. TUCKER, J. L. WEILAND, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations : Cosmological Interpretation. *ApJS*, 180:330–376, février 2009.
- E. KOMATSU et D. N. SPERGEL : Acoustic signatures in the primary microwave background bispectrum. *Phys. Rev. D*, 63(6):063002–+, mars 2001.
- J. M. KOVAC, E. M. LEITCH, C. PRYKE, J. E. CARLSTROM, N. W. HALVERSON et W. L. HOLZAPFEL : Detection of polarization in the cosmic microwave background using DASI. *Nature*, 420:772–787, décembre 2002.

- M. KOWALSKI, D. RUBIN, G. ALDERING, R. J. AGOSTINHO, A. AMADON, R. AMANULLAH, C. BAL-
LAND, K. BARBARY, G. BLANC, P. J. CHALLIS, A. CONLEY, N. V. CONNOLLY, R. COVARRUBIAS,
K. S. DAWSON, S. E. DEUSTUA, R. ELLIS, S. FABBRO, V. FADEYEV, X. FAN, B. FARRIS, G. FO-
LATELLI, B. L. FRYE, G. GARAVINI, E. L. GATES, L. GERMANY, G. GOLDBERGER, B. GOLDMAN,
A. GOOBAR, D. E. GROOM, J. HAISSINSKI, D. HARDIN, I. HOOK, S. KENT, A. G. KIM, R. A.
KNOP, C. LIDMAN, E. V. LINDER, J. MENDEZ, J. MEYERS, G. J. MILLER, M. MONIEZ, A. M.
MOURÃO, H. NEWBERG, S. NOBILI, P. E. NUGENT, R. PAIN, O. PERDEREAU, S. PERLMUT-
TER, M. M. PHILLIPS, V. PRASAD, R. QUIMBY, N. REGNAULT, J. RICH, E. P. RUBENSTEIN,
P. RUIZ-LAPUENTE, F. D. SANTOS, B. E. SCHAEFER, R. A. SCHOMMER, R. C. SMITH, A. M.
SODERBERG, A. L. SPADAFORA, L.-G. STOLGER, M. STROVINK, N. B. SUNTZEFF, N. SUZUKI,
R. C. THOMAS, N. A. WALTON, L. WANG, W. M. WOOD-VASEY et J. L. YUN : Improved Cos-
mological Constraints from New, Old, and Combined Supernova Data Sets. *ApJ*, 686:749–778,
octobre 2008.
- S. KURTZ, E. CHURCHWELL et D. O. S. WOOD : Ultracompact H II regions. 2 : New high-resolution
radio images. *ApJS*, 91:659–712, avril 1994.
- G. LAGACHE, H. DOLE et J.-L. PUGET : Modelling infrared galaxy evolution using a phenom-
ological approach. *MNRAS*, 338:555–571, janvier 2003.
- X. LAN et D. MARINUCCI : On The Dependence Structure of Wavelet Coefficients for Spherical
Random Fields. *Stochastic Processes and their Applications*, mai 2008.
- A. LAPI, F. SHANKAR, J. MAO, G. L. GRANATO, L. SILVA, G. DE ZOTTI et L. DANESI : Quasar
Luminosity Functions from Joint Evolution of Black Holes and Host Galaxies. *ApJ*, 650:42–56,
octobre 2006.
- A. LAZARIAN : Tracing magnetic fields with aligned grains. *Journal of Quantitative Spectroscopy
and Radiative Transfer*, 106:225–256, juillet 2007.
- A. LAZARIAN et B. T. DRAINE : Resonance Paramagnetic Relaxation and Alignment of Small
Grains. *ApJ*, 536:L15–L18, juin 2000.
- A. LAZARIAN et D. FINKBEINER : Microwave emission from aligned dust. *New Astronomy Review*,
47:1107–1116, décembre 2003.
- S. M. LEACH, J.-F. CARDOSO, C. BACCIGALUPI, R. B. BARREIRO, M. BETOULE, J. BOBIN,
A. BONALDI, J. DELABROUILLE, G. DE ZOTTI, C. DICKINSON, H. K. ERIKSEN, J. GONZÁLEZ-
NUEVO, F. K. HANSEN, D. HERRANZ, M. LE JEUNE, M. LÓPEZ-CANIEGO, E. MARTÍNEZ-
GONZÁLEZ, M. MASSARDI, J.-B. MELIN, M.-A. MIVILLE-DESCHÊNES, G. PATANCHON,
S. PRUNET, S. RICCIARDI, E. SALERNO, J. L. SANZ, J.-L. STARCK, F. STIVOLI, V. STOLYAROV,
R. STOMPOR et P. VIELVA : Component separation methods for the PLANCK mission. *A&A*,
491:597–615, novembre 2008.
- A. T. LEE, H. TRAN, P. ADE, K. ARNOLD, J. BORRILL, M. A. DOBBS, J. ERRARD, N. HALVERSON,
W. L. HOLZAPFEL, J. HOWARD, A. JAFFE, B. KEATING, Z. KERMISH, E. LINDER, N. MILLER,
M. MYERS, A. NIARCHOU, H. PAAR, C. REICHARDT, H. SPIELER, B. STEINBACH, R. STOMPOR,
C. TUCKER, E. QUEALY, P. L. RICHARDS et O. ZAHN : POLARBEAR : Ultra-high Energy Physics
with Measurements of CMB Polarization. In H. KODAMA et K. IOKA, éditeurs : *American Institute
of Physics Conference Series*, volume 1040 de *American Institute of Physics Conference Series*,
pages 66–77, août 2008.
- E. M. LEITCH, A. C. S. READHEAD, T. J. PEARSON et S. T. MYERS : An Anomalous Component
of Galactic Emission. *ApJ*, 486:L23+, septembre 1997.
- J. LESGOURGUES, M. LIGUORI, S. MATARRESE et A. RIOTTO : CMB lensing extraction and pri-
mordial non-Gaussianity. *Phys. Rev. D*, 71(10):103514–+, mai 2005.
- A. LEWIS : Lensed CMB simulation and parameter estimation. *Phys. Rev. D*, 71(8):083008–+, avril
2005.

- A. LEWIS et A. CHALLINOR : Weak gravitational lensing of the CMB. *Phys. Rep.*, 429:1–65, juin 2006.
- A. LEWIS, A. CHALLINOR et A. LASENBY : Efficient Computation of Cosmic Microwave Background Anisotropies in Closed Friedmann-Robertson-Walker Models. *ApJ*, 538:473–476, août 2000.
- A. LI et B. T. DRAINE : Infrared Emission from Interstellar Dust. II. The Diffuse Interstellar Medium. *ApJ*, 554:778–802, juin 2001.
- A. R. LIDDLE et D. H. LYTH : *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*. Cambridge University Press, avril 2000.
- M. LIGUORI, S. MATARRESE et L. MOSCARDINI : High-Resolution Simulations of Non-Gaussian Cosmic Microwave Background Maps in Spherical Coordinates. *ApJ*, 597:57–65, novembre 2003.
- Y.-T. LIN, J. J. MOHR et S. A. STANFORD : K-Band Properties of Galaxy Clusters and Groups : Luminosity Function, Radial Distribution, and Halo Occupation Number. *ApJ*, 610:745–761, août 2004.
- A. LINDE : Particle Physics and Inflationary Cosmology. *ArXiv High Energy Physics - Theory e-prints*, mars 2005.
- A. D. LINDE : A new inflationary universe scenario : A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, 108:389–393, février 1982.
- M. S. LONGAIR : *High energy astrophysics. Vol.1 : Particles, photons and their detection*. High Energy Astrophysics, by Malcolm S. Longair, pp. 436. ISBN 0521387736. Cambridge, UK : Cambridge University Press, March 1992., mars 1992.
- M. LÓPEZ-CANIEGO, J. GONZÁLEZ-NUÉVO, D. HERRANZ, M. MASSARDI, J. L. SANZ, G. DE ZOTTI, L. TOFFOLATTI et F. ARGÜESO : Nonblind Catalog of Extragalactic Point Sources from the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) First 3 Year Survey Data. *ApJS*, 170:108–125, mai 2007.
- F. LUCCHIN et S. MATARRESE : Power-law inflation. *Phys. Rev. D*, 32:1316–1322, septembre 1985.
- M. MAGLIOCCHETTI, S. J. MADDOX, C. A. JACKSON, J. BLAND-HAWTHORN, T. BRIDGES, R. CANNON, S. COLE, M. COLLESS, C. COLLINS, W. COUCH, G. DALTON, R. DE PROPRIIS, S. P. DRIVER, G. EFSTATHIOU, R. S. ELLIS, C. S. FRENK, K. GLAZEBROOK, O. LAHAV, I. LEWIS, S. LUMSDEN, J. A. PEACOCK, B. A. PETERSON, W. SUTHERLAND et K. TAYLOR : The 2dF Galaxy Redshift Survey : the population of nearby radio galaxies at the 1-mJy level. *MNRAS*, 333:100–120, juin 2002.
- D. MAINO, C. BURIGANA, K. M. GÓRSKI, N. MANDOLESI et M. BERSANELLI : Removing $1/f$ noise stripes in cosmic microwave background anisotropy observations. *A&A*, 387:356–365, mai 2002a.
- D. MAINO, A. FARUSI, C. BACCIGALUPI, F. PERROTTA, A. J. BANDAY, L. BEDINI, C. BURIGANA, G. DE ZOTTI, K. M. GÓRSKI et E. SALERNO : All-sky astrophysical component separation with Fast Independent Component Analysis (FASTICA). *MNRAS*, 334:53–68, juillet 2002b.
- P. G. MARTIN : On Predicting the Polarization of Low Frequency Emission by Diffuse Interstellar Dust. In *EAS Publications Series*, volume 23 de *EAS Publications Series*, pages 165–188, 2007.
- S. MASI, P. A. R. ADE, J. J. BOCK, J. R. BOND, J. BORRILL, A. BOSCALERI, P. CABELLA, C. R. CONTALDI, B. P. CRILL, P. DE BERNARDIS, G. DE GASPERIS, A. DE OLIVEIRA-COSTA, G. DE TROIA, G. DI STEFANO, P. EHLERS, E. HIVON, V. HRISTOV, A. IACOANGELI, A. H. JAFFE, W. C. JONES, T. S. KISNER, A. E. LANGE, C. J. MAC TAVISH, C. MARINI BETTOLO, P. MASON, P. D. MAUSKOPF, T. E. MONTROY, F. NATI, L. NATI, P. NATOLI, C. B. NETTERFIELD, E. PASCALE, F. PIACENTINI, D. POGOSYAN, G. POLENTA, S. PRUNET, S. RICCIARDI, G. ROMEO, J. E. RUHL, P. SANTINI, M. TEGMARK, E. TORBET, M. VENEZIANI et N. VITTORIO : Instrument, method, brightness, and polarization maps from the 2003 flight of BOOMERanG. *A&A*, 458:687–716, novembre 2006.

- M. MASSARDI et G. DE ZOTTI : Radio source contamination of the Sunyaev-Zeldovich effect in galaxy clusters. *A&A*, 424:409–414, septembre 2004.
- M. MASSARDI, R. D. EKKERS, T. MURPHY, R. RICCI, E. M. SADLER, S. BURKE, G. DE ZOTTI, P. G. EDWARDS, P. J. HANCOCK, C. A. JACKSON, M. J. KESTEVEN, E. MAHONY, C. J. PHILLIPS, L. STAVELEY-SMITH, R. SUBRAHMANYAN, M. A. WALKER et W. E. WILSON : The Australia Telescope 20-GHz (AT20G) Survey : the Bright Source Sample. *MNRAS*, 384:775–802, février 2008.
- J. C. MATHER, D. J. FIXSEN, R. A. SHAFER, C. MOSIER et D. T. WILKINSON : Calibrator Design for the COBE Far-Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS). *ApJ*, 512:511–520, février 1999.
- C. MAXIA, L. TESTI, R. CESARONI et C. M. WALMSLEY : The kinematics of molecular clumps surrounding hot cores in G29.96 -0.02 and G31.41+0.31. *A&A*, 371:287–299, mai 2001.
- C. F. MCKEE et J. P. OSTRICKER : A theory of the interstellar medium - Three components regulated by supernova explosions in an inhomogeneous substrate. *ApJ*, 218:148–169, novembre 1977.
- P. G. MEZGER et A. P. HENDERSON : Galactic H II Regions. I. Observations of Their Continuum Radiation at the Frequency 5 GHz. *ApJ*, 147:471–+, février 1967.
- M.-A. MIVILLE-DESCHÊNES : Diffuse microwave emission of the interstellar medium : intensity and polarization. *ArXiv e-prints*, mai 2009. to appear in the ASP proceedings of the Astronomical Polarimetry 2008 conference.
- M.-A. MIVILLE-DESCHÊNES et G. LAGACHE : IRIS : A New Generation of IRAS Maps. *ApJS*, 157:302–323, avril 2005.
- M.-A. MIVILLE-DESCHÊNES, G. LAGACHE, F. BOULANGER et J.-L. PUGET : Statistical properties of dust far-infrared emission. *A&A*, 469:595–605, juillet 2007.
- M.-A. MIVILLE-DESCHÊNES, N. YSARD, A. LAVABRE, N. PONTTHIEU, J. F. MACÍAS-PÉREZ, J. AUMONT et J. P. BERNARD : Separation of anomalous and synchrotron emissions using WMAP polarization data. *A&A*, 490:1093–1102, novembre 2008.
- P. C. MYERS, A. A. GOODMAN, R. GUSTEN et C. HEILES : Observations of magnetic fields in diffuse clouds. *ApJ*, 442:177–185, mars 1995.
- D. NAGAI, A. V. KRAVTSOV et A. VIKHLININ : Effects of Galaxy Formation on Thermodynamics of the Intracluster Medium. *ApJ*, 668:1–14, octobre 2007.
- J. F. NAVARRO, C. S. FRENK et S. D. M. WHITE : A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *ApJ*, 490:493–+, décembre 1997.
- M. NEGRELLO, M. MAGLIOCCHETTI, L. MOSCARDINI, G. DE ZOTTI, G. L. GRANATO et L. SILVA : Confusion noise at far-infrared to millimetre wavelengths. *MNRAS*, 352:493–500, août 2004.
- M. R. NOLTA, J. DUNKLEY, R. S. HILL, G. HINSHAW, E. KOMATSU, D. LARSON, L. PAGE, D. N. SPERGEL, C. L. BENNETT, B. GOLD, N. JAROSIK, N. ODEGARD, J. L. WEILAND, E. WOLLACK, M. HALPERN, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, G. S. TUCKER et E. L. WRIGHT : Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations : Angular Power Spectra. *ApJS*, 180:296–305, février 2009.
- C. E. NORTH, B. R. JOHNSON, P. A. R. ADE, M. D. AUDLEY, C. BAINES, R. A. BATTYE, M. L. BROWN, P. CABELLA, P. G. CALISSE, A. D. CHALLINOR, W. D. DUNCAN, P. G. FERREIRA, W. K. GEAR, D. GLOWACKA, D. J. GOLDIE, P. K. GRIMES, M. HALPERN, V. HAYNES, G. C. HILTON, K. D. IRWIN, M. E. JONES, A. N. LASENBY, P. J. LEAHY, J. LEECH, B. MAFFEI, P. MAUSKOPF, S. J. MELHUISH, D. O’DEA, S. M. PARSLEY, L. PICCIRILLO, G. PISANO, C. D. REINTSEMA, G. SAVINI, R. SUDIWALA, D. SUTTON, A. C. TAYLOR, G. TELEBERG, D. TITTERINGTON, V. TSANEVA, C. TUCKER, R. WATSON, S. WITHINGTON, G. YASSIN et J. ZHANG : Detecting the B-mode Polarisation of the CMB with Clover. *ArXiv e-prints*, mai 2008.

- L. OSTER : Emission, Absorption, and Conductivity of a Fully Ionized Gas at Radio Frequencies. *Reviews of Modern Physics*, 33:525–543, octobre 1961.
- J. P. OSTRIKER et E. T. VISHNIAC : Generation of microwave background fluctuations from nonlinear perturbations at the ERA of galaxy formation. *ApJ*, 306:L51–L54, juillet 1986.
- L. PAGE, C. BARNES, G. HINSHAW, D. N. SPERGEL, J. L. WEILAND, E. WOLLACK, C. L. BENNETT, M. HALPERN, N. JAROSIK, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, G. S. TUCKER et E. L. WRIGHT : First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Beam Profiles and Window Functions. *ApJS*, 148:39–50, septembre 2003.
- L. PAGE, G. HINSHAW, E. KOMATSU, M. R. NOLTA, D. N. SPERGEL, C. L. BENNETT, C. BARNES, R. BEAN, O. DORÉ, J. DUNKLEY, M. HALPERN, R. S. HILL, N. JAROSIK, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, N. ODEGARD, H. V. PEIRIS, G. S. TUCKER, L. VERDE, J. L. WEILAND, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Polarization Analysis. *ApJS*, 170:335–376, juin 2007.
- G. PATANCHON, J.-F. CARDOSO, J. DELABROUILLE et P. VIELVA : Cosmic microwave background and foregrounds in Wilkinson Microwave Anisotropy Probe first-year data. *MNRAS*, 364:1185–1194, décembre 2005.
- P. J. E. PEEBLES : *Principles of physical cosmology*. Princeton university press, 1993.
- H. V. PEIRIS, E. KOMATSU, L. VERDE, D. N. SPERGEL, C. L. BENNETT, M. HALPERN, G. HINSHAW, N. JAROSIK, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, L. PAGE, G. S. TUCKER, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Implications For Inflation. *ApJS*, 148:213–231, septembre 2003.
- A. A. PENZIAS et R. W. WILSON : A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *ApJ*, 142:419–421, juillet 1965.
- W. J. PERCIVAL, S. COLE, D. J. EISENSTEIN, R. C. NICHOL, J. A. PEACOCK, A. C. POPE et A. S. SZALAY : Measuring the Baryon Acoustic Oscillation scale using the Sloan Digital Sky Survey and 2dF Galaxy Redshift Survey. *MNRAS*, 381:1053–1066, novembre 2007.
- F. PERROTTA, M. MAGLIOCCETTI, C. BACCIGALUPI, M. BARTELMANN, G. DE ZOTTI, G. L. GRANATO, L. SILVA et L. DANESI : Predictions for statistical properties of forming spheroidal galaxies. *MNRAS*, 338:623–636, janvier 2003.
- E. PIERPAOLI, S. BORGANI, D. SCOTT et M. WHITE : On determining the cluster abundance normalization. *MNRAS*, 342:163–175, juin 2003.
- D. PIETROBON, A. BALBI et D. MARINUCCI : Integrated Sachs-Wolfe effect from the cross correlation of WMAP 3year and the NRAO VLA sky survey data : New results and constraints on dark energy. *Phys. Rev. D*, 74(4):043524–+, août 2006.
- D. PIETROBON, P. CABELLA, A. BALBI, G. DE GASPERIS et N. VITTORIO : Constraints on primordial non-Gaussianity from a needlet analysis of the WMAP-5 data. *MNRAS*, 396:1682–1688, juillet 2009.
- P. PLATANIA, C. BURIGANA, D. MAINO, E. CASERINI, M. BERSANELLI, B. CAPPELLINI et A. MENNELLA : Full sky study of diffuse Galactic emission at decimeter wavelengths. *A&A*, 410:847–863, novembre 2003.
- N. PONTIEU, J. F. MACÍAS-PÉREZ, M. TRISTRAM, P. ADE, A. AMBLARD, R. ANSARI, J. AUMONT, É. AUBOURG, A. BENOÎT, J.-P. BERNARD, A. BLANCHARD, J. J. BOCK, F. R. BOUCHET, A. BOURRACHOT, P. CAMUS, J.-F. CARDOSO, F. COUCHOT, P. DE BERNARDIS, J. DELABROUILLE, F.-X. DÉSERT, M. DOUSPIS, L. DUMOULIN, P. FILLIATRE, P. FOSALBA, M. GIARD, Y. GIRAUD-HÉRAUD, R. GISPERT, J. GRAIN, L. GUGLIELMI, J.-C. HAMILTON, S. HANANY, S. HENROT-VERSILLÉ, J. KAPLAN, G. LAGACHE, A. E. LANGE, K. MADET, B. MAFFEI, S. MASI, F. MAYET, F. NATI, G. PATANCHON, O. PERDEREAU, S. PLASZCZYNSKI, M. PIAT, S. PRUNET,

- J.-L. PUGET, C. RENAULT, C. ROSSET, D. SANTOS, D. VIBERT et D. YVON : Temperature and polarization angular power spectra of Galactic dust radiation at 353 GHz as measured by Archeops. *A&A*, 444:327–336, décembre 2005.
- P. POPESSO, A. BIVIANO, H. BÖHRINGER et M. ROMANIELLO : RASS-SDSS galaxy cluster survey. VII. On the cluster mass-to-light ratio and the halo occupation distribution. *A&A*, 464:451–464, mars 2007.
- G. W. PRATT, J. H. CROSTON, M. ARNAUD et H. BÖHRINGER : Galaxy cluster X-ray luminosity scaling relations from a representative local sample (REXCESS). *A&A*, 498:361–378, mai 2009.
- W. H. PRESS et P. SCHECHTER : Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation. *ApJ*, 187:425–438, février 1974.
- J.-L. PUGET, A. ABERGEL, J.-P. BERNARD, F. BOULANGER, W. B. BURTON, F.-X. DESERT et D. HARTMANN : Tentative detection of a cosmic far-infrared background with COBE. *A&A*, 308:L5+, avril 1996.
- A. C. S. READHEAD, B. S. MASON, C. R. CONTALDI, T. J. PEARSON, J. R. BOND, S. T. MYERS, S. PADIN, J. L. SIEVERS, J. K. CARTWRIGHT, M. C. SHEPHERD, D. POGOSYAN, S. PRUNET, P. ALTAMIRANO, R. BUSTOS, L. BRONFMAN, S. CASASSUS, W. L. HOLZAPFEL, J. MAY, U.-L. PEN, S. TORRES et P. S. UDOMPRASERT : Extended Mosaic Observations with the Cosmic Background Imager. *ApJ*, 609:498–512, juillet 2004.
- M. J. REES et D. W. SCIAMA : Large-scale Density Inhomogeneities in the Universe. *Nature*, 217:511–516, février 1968.
- P. REICH et W. REICH : A radio continuum survey of the northern sky at 1420 MHz. II. *A&AS*, 63:205–288, février 1986.
- C. L. REICHARDT, P. A. R. ADE, J. J. BOCK, J. R. BOND, J. A. BREVIK, C. R. CONTALDI, M. D. DAUB, J. T. DEMPSEY, J. H. GOLDSTEIN, W. L. HOLZAPFEL, C. L. KUO, A. E. LANGE, M. LUEKER, M. NEWCOMB, J. B. PETERSON, J. RUHL, M. C. RUNYAN et Z. STANISZEWSKI : High-Resolution CMB Power Spectrum from the Complete ACBAR Data Set. *ApJ*, 694:1200–1219, avril 2009.
- R. RICCI, I. PRANDONI, C. GRUPPIONI, R. J. SAULT et G. DE ZOTTI : High-frequency polarization properties of southern Kühr sources. *A&A*, 415:549–558, février 2004.
- R. RICCI, I. PRANDONI, C. GRUPPIONI, R. J. SAULT et G. DE ZOTTI : High-frequency radio observations of the Kühr sample and the epoch-dependent luminosity function of flat-spectrum quasars. *A&A*, 445:465–469, janvier 2006.
- C. ROSSET, V. B. YURCHENKO, J. DELABROUILLE, J. KAPLAN, Y. GIRAUD-HÉRAUD, J.-M. LAMARRE et J. A. MURPHY : Beam mismatch effects in cosmic microwave background polarization measurements. *A&A*, 464:405–415, mars 2007.
- Ø. RUDJORD, F. K. HANSEN, X. LAN, M. LIGUORI, D. MARINUCCI et S. MATARRESE : An Estimate of the Primordial Non-Gaussianity Parameter f_{NL} Using the Needlet Bispectrum from WMAP. *ApJ*, 701:369–376, août 2009.
- J. RUHL, P. A. R. ADE, J. E. CARLSTROM, H.-M. CHO, T. CRAWFORD, M. DOBBS, C. H. GREER, N. W. HALVERSON, W. L. HOLZAPFEL, T. M. LANTING, A. T. LEE, E. M. LEITCH, J. LEONG, W. LU, M. LUEKER, J. MEHL, S. S. MEYER, J. J. MOHR, S. PADIN, T. PLAGGE, C. PRYKE, M. C. RUNYAN, D. SCHWAN, M. K. SHARP, H. SPIELER, Z. STANISZEWSKI et A. A. STARK : The South Pole Telescope. In C. M. BRADFORD, P. A. R. ADE, J. E. AGUIRRE, J. J. BOCK, M. DRAGOVAN, L. DUBAND, L. EARLE, J. GLENN, H. MATSUHARA, B. J. NAYLOR, H. T. NGUYEN, M. YUN et J. ZMUIDZINAS, éditeurs : *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 5498 de *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 11–29, octobre 2004.

- M. C. RUNYAN, P. A. R. ADE, R. S. BHATIA, J. J. BOCK, M. D. DAUB, J. H. GOLDSTEIN, C. V. HAYNES, W. L. HOLZAPFEL, C. L. KUO, A. E. LANGE, J. LEONG, M. LUEKER, M. NEWCOMB, J. B. PETERSON, C. REICHARDT, J. RUHL, G. SIRBI, E. TORBET, C. TUCKER, A. D. TURNER et D. WOOLSEY : ACBAR : The Arcminute Cosmology Bolometer Array Receiver. *ApJS*, 149:265–287, décembre 2003.
- G. B. RYBICKI et A. P. LIGHTMAN : *Radiative processes in astrophysics*. New York, Wiley-Interscience, 1979. 393 p., 1979.
- R. K. SACHS et A. M. WOLFE : Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background. *ApJ*, 147:73–+, janvier 1967.
- E. M. SADLER, R. RICCI, R. D. ECKERS, J. A. ECKERS, P. J. HANCOCK, C. A. JACKSON, M. J. KESTEVEN, T. MURPHY, C. PHILLIPS, R. F. REINFRANK, L. STAVELEY-SMITH, R. SUBRAHMANYAN, M. A. WALKER, W. E. WILSON et G. DE ZOTTI : The properties of extragalactic radio sources selected at 20GHz. *MNRAS*, 371:898–914, septembre 2006.
- E. M. SADLER, R. RICCI, R. D. ECKERS, R. J. SAULT, C. A. JACKSON et G. DE ZOTTI : The extragalactic radio-source population at 95GHz. *MNRAS*, 385:1656–1672, avril 2008.
- I. SAGIV, A. M. ABOOBAKER, P. ADE, F. AUBIN, C. BACCIGALUPI, J. BORRILL, D. CHAPMAN, J. DIDIER, M. DOBBS, W. GRAINGER, S. HANANY, S. HILBRAND, C. HOGEN-CHIN, H. HUBMAYR, B. JOHNSON, A. JAFFE, T. JONES, J. KLEIN, A. KOROTKOV, S. LEACH, A. LEE, L. LEVINSON, M. LIMON, J. MACALUSO, K. MACDERMID, T. MATSUMURA, X. MENG, A. MILLER, M. MILLIGAN, E. PASCALE, D. POLSGROVE, N. PONTHEU, B. REICHBORN-KJENNERUD, T. RENBARGER, F. STIVOLI, R. STOMPOR, H. TRAN, G. TUCKER, J. VINOKUROV, M. ZALDARRIAGA et K. ZILIC : The E and B EXperiment (EBEX) ; Progress and Status. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 41 de *Bulletin of the American Astronomical Society*, pages 500–+, janvier 2009.
- D. SAMTLEBEN et LA COLLABORATION QUIET : QUIET - Measuring the CMB polarization with coherent detector arrays. *ArXiv e-prints*, juin 2008.
- J. L. SANZ, D. HERRANZ, M. LOPEZ-CANIEGO et F. ARGUESO : Wavelets on the sphere. Application to the detection problem. *Proceedings of the 14th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2006)*, septembre 2006.
- W. SAUNDERS, W. J. SUTHERLAND, S. J. MADDOX, O. KEEBLE, S. J. OLIVER, M. ROWAN-ROBINSON, R. G. MCMAHON, G. P. EFSTATHIOU, H. TADROS, S. D. M. WHITE, C. S. FRENK, A. CARRAMIÑANA et M. R. S. HAWKINS : The PSCz catalogue. *MNRAS*, 317:55–63, septembre 2000.
- S. Y. SAZONOV et R. A. SUNYAEV : Microwave polarization in the direction of galaxy clusters induced by the CMB quadrupole anisotropy. *MNRAS*, 310:765–772, décembre 1999.
- B. M. SCHÄFER, C. PFROMMER, R. M. HELL et M. BARTELMANN : Detecting Sunyaev-Zel’dovich clusters with Planck - II. Foreground components and optimized filtering schemes. *MNRAS*, 370:1713–1736, août 2006.
- D. J. SCHLEGEL, D. P. FINKBEINER et M. DAVIS : Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds. *ApJ*, 500:525–+, juin 1998.
- S. E. SCOTT, J. S. DUNLOP et S. SERJEANT : A combined re-analysis of existing blank-field SCUBA surveys : comparative 850- μ m source lists, combined number counts, and evidence for strong clustering of the bright submillimetre galaxy population on arcminute scales. *MNRAS*, 370:1057–1105, août 2006.
- S. SEAGER, D. D. SASSELOV et D. SCOTT : How Exactly Did the Universe Become Neutral? *ApJS*, 128:407–430, juin 2000.

- U. SELJAK et C. M. HIRATA : Gravitational lensing as a contaminant of the gravity wave signal in the CMB. *Phys. Rev. D*, 69(4):043005—, février 2004.
- U. SELJAK et M. ZALDARRIAGA : Signature of Gravity Waves in the Polarization of the Microwave Background. *Physical Review Letters*, 78:2054–2057, mars 1997.
- S. SERJEANT et D. HARRISON : The local submillimetre luminosity functions and predictions from Spitzer to Herschel. *MNRAS*, 356:192–204, janvier 2005.
- K. SERKOWSKI, D. S. MATHEWSON et V. L. FORD : Wavelength dependence of interstellar polarization and ratio of total to selective extinction. *ApJ*, 196:261–290, février 1975.
- N. SETO et E. PIERPAOLI : Probing the Largest Scale Structure in the Universe with Polarization Map of Galaxy Clusters. *Physical Review Letters*, 95(10):101302—, septembre 2005.
- R. K. SHETH et G. TORMEN : Large-scale bias and the peak background split. *MNRAS*, 308:119–126, septembre 1999.
- J. SILK : Cosmic Black-Body Radiation and Galaxy Formation. *ApJ*, 151:459—, février 1968.
- F. SIMONS, F. DAHLEN et M. WIECZOREK : Spatiospectral concentration on a sphere. *SIAM Rev.*, 48(504), 2006.
- D. SLEPIAN et H. POLLAK : Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty — I. *Bell Syst. Tech. J.*, 40(1):43–63, 1960.
- K. M. SMITH, A. COORAY, S. DAS, O. DORÉ, D. HANSON, C. HIRATA, M. KAPLINGHAT, B. KEATING, M. LOVERDE, N. MILLER, G. ROCHA, M. SHIMON et O. ZAHN : CMBPol Mission Concept Study : Gravitational Lensing. *ArXiv e-prints*, novembre 2008.
- Y. SOFUE, M. FUJIMOTO et R. WIELEBINSKI : Global structure of magnetic fields in spiral galaxies. *ARA&A*, 24:459–497, 1986.
- D. N. SPERGEL, R. BEAN, O. DORÉ, M. R. NOLTA, C. L. BENNETT, J. DUNKLEY, G. HINSHAW, N. JAROSIK, E. KOMATSU, L. PAGE, H. V. PEIRIS, L. VERDE, M. HALPERN, R. S. HILL, A. KOGUT, M. LIMON, S. S. MEYER, N. ODEGARD, G. S. TUCKER, J. L. WEILAND, E. WOLLACK et E. L. WRIGHT : Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Implications for Cosmology. *ApJS*, 170:377–408, juin 2007.
- L. SRIRAMKUMAR : An introduction to inflation and cosmological perturbation theory. *ArXiv e-prints*, avril 2009.
- J.-L. STARCK, Y. MOUDDEN, P. ABRIAL et M. NGUYEN : Wavelets, ridgelets and curvelets on the sphere. *A&A*, 446:1191–1204, février 2006.
- A. A. STAROBINSKIĭ : Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 30:682—, décembre 1979.
- R. STOMPOR et G. EFSTATHIOU : Gravitational lensing of cosmic microwave background anisotropies and cosmological parameter estimation. *MNRAS*, 302:735–747, février 1999.
- A. W. STRONG, I. V. MOSKALENKO et V. S. PTUSKIN : Cosmic-Ray Propagation and Interactions in the Galaxy. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 57:285–327, novembre 2007.
- R. A. SUNYAEV et Y. B. ZELDOVICH : The Observations of Relic Radiation as a Test of the Nature of X-Ray Radiation from the Clusters of Galaxies. *Comments on Astrophysics and Space Physics*, 4:173—, novembre 1972.
- M. TEGMARK : An Icosahedron-Based Method for Pixelizing the Celestial Sphere. *ApJ*, 470:L81+, octobre 1996.
- M. TEGMARK et A. DE OLIVEIRA-COSTA : Removing Point Sources from Cosmic Microwave Background Maps. *ApJ*, 500:L83+, juin 1998.

- M. TEGMARK, A. DE OLIVEIRA-COSTA et A. J. HAMILTON : High resolution foreground cleaned CMB map from WMAP. *Phys. Rev. D*, 68(12):123523–+, décembre 2003.
- M. TEGMARK, D. J. EISENSTEIN, W. HU et A. DE OLIVEIRA-COSTA : Foregrounds and Forecasts for the Cosmic Microwave Background. *ApJ*, 530:133–165, février 2000.
- Max TEGMARK : How to measure cmb power spectra without losing information. *Phys. Rev. D*, 55(10):5895–5907, May 1997.
- THE PLANCK COLLABORATION : The Scientific Programme of Planck. *ArXiv Astrophysics e-prints*, avril 2006. ESA Publications.
- L. TOFFOLATTI, F. ARGUESO GOMEZ, G. DE ZOTTI, P. MAZZEI, A. FRANCESCHINI, L. DANESE et C. BURIGANA : Extragalactic source counts and contributions to the anisotropies of the cosmic microwave background : predictions for the Planck Surveyor mission. *MNRAS*, 297:117–127, juin 1998.
- E. T. VISHNIAC : Reionization and small-scale fluctuations in the microwave background. *ApJ*, 322:597–604, novembre 1987.
- W. VOGES, B. ASCHENBACH, T. BOLLER, H. BRÄUNINGER, U. BRIEL, W. BURKERT, K. DENNERL, J. ENGLHAUSER, R. GRUBER, F. HABERL, G. HARTNER, G. HASINGER, M. KÜRSTER, E. PFEFFERMANN, W. PIETSCH, P. PREDEHL, C. ROSSO, J. H. M. M. SCHMITT, J. TRÜMPER et H. U. ZIMMERMANN : The ROSAT all-sky survey bright source catalogue. *A&A*, 349:389–405, septembre 1999.
- B. D. WANDELT, E. HIVON et K. M. GÓRSKI : Cosmic microwave background anisotropy power spectrum statistics for high precision cosmology. *Phys. Rev. D*, 64(8):083003–+, octobre 2001.
- S. WEINBERG : *Gravitation and Cosmology : Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. Gravitation and Cosmology : Principles and Applications of the General Theory of Relativity, by Steven Weinberg, pp. 688. ISBN 0-471-92567-5. Wiley-VCH , July 1972., juillet 1972.
- D. O. S. WOOD et E. CHURCHWELL : The morphologies and physical properties of ultracompact H II regions. *ApJS*, 69:831–895, avril 1989.
- E. L. WRIGHT, X. CHEN, N. ODEGARD, C. L. BENNETT, R. S. HILL, G. HINSHAW, N. JAROSIK, E. KOMATSU, M. R. NOLTA, L. PAGE, D. N. SPERGEL, J. L. WEILAND, E. WOLLACK, J. DUNKLEY, B. GOLD, M. HALPERN, A. KOGUT, D. LARSON, M. LIMON, S. S. MEYER et G. S. TUCKER : Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations : Source Catalog. *ApJS*, 180:283–295, février 2009.
- N. YSARD, M.-A. MIVILLE-DESCHÊNES et L. VERSTRAETE : Probing the origin of the microwave anomalous emission. *ArXiv e-prints*, juin 2009.
- M. ZALDARRIAGA et U. SELJAK : All-sky analysis of polarization in the microwave background. *Phys. Rev. D*, 55:1830–1840, février 1997.
- M. ZALDARRIAGA et U. SELJAK : CMBFAST for Spatially Closed Universes. *ApJS*, 129:431–434, août 2000.